



UNIVERSIDAD ESTATAL DE MILAGRO
FACULTAD CIENCIAS DE LA INGENIERIA

**TRABAJO DE TITULACIÓN DE GRADO PREVIO A LA OBTENCIÓN DEL TÍTULO DE INGENIERO
INDUSTRIAL**

PROPUESTA PRÁCTICA DEL EXAMEN COMPLEXIVO

**TEMA: MODELAMIENTO MATEMATICO DE UN INTERCAMBIADOR DE CALOR EN EL PROCESO
DE PASTEURIZACION DE LA LECHE**

Autores: **SÁNCHEZ PAGUAY WILLIAM SEGUNDO**
TAIPE VARGAS NELSON EDUARDO

Acompañante: **ING. LUIS ÁNGEL BUCHELLI CARPIO**

Milagro, Septiembre 2017

ECUADOR

DERECHOS DE AUTOR

Ingeniero.

Fabrizio Guevara Viejó, PhD.

RECTOR

Universidad Estatal de Milagro

Presente.

Nosotros, **SÁNCHEZ PAGUAY WILLIAM SEGUNDO, TAIPE VARGAS NELSON EDUARDO** en calidad de autores y titulares de los derechos morales y patrimoniales de la propuesta práctica de la alternativa de Titulación - Examen Complexivo, modalidad presencial, mediante el presente documento, libre y voluntariamente procedo a hacer entrega de la Cesión de Derecho del Autor de la propuesta practica realizado como requisito previo para la obtención de nuestro Título de Grado, como aporte a la Temática "MODELAMIENTO MATEMÁTICO DE PROCESOS INDUSTRIALES" del Grupo de Investigación de AUTOMATIZACIÓN Y EL CONTROL INDUSTRIAL (GIACI) de conformidad con el Art. 114 del Código Orgánico de la Economía Social De Los Conocimientos, Creatividad E Innovación, concedemos a favor de la Universidad Estatal de Milagro una licencia gratuita, intransferible y no exclusiva para el uso no comercial de la obra, con fines estrictamente académicos. Conservamos a mi/nuestro favor todos los derechos de autor sobre la obra, establecidos en la normativa citada.

Así mismo, autorizamos a la Universidad Estatal de Milagro para que realice la digitalización y publicación de esta propuesta practica en el repositorio virtual, de conformidad a lo dispuesto en el Art. 144 de la Ley Orgánica de Educación Superior.

Lo autores declaran que la obra objeto de la presente autorización es original en su forma de expresión y no infringe el derecho de autor de terceros, asumiendo la responsabilidad por cualquier reclamación que pudiera presentarse por esta causa y liberando a la Universidad de toda responsabilidad.

Milagro, a los 25 días del mes de Septiembre del 2017



Nombre: William Segundo Sánchez Paguay

CI: 060590120-6



Nombre: Nelson Eduardo Taipe Vargas

CI: 0942115650

APROBACIÓN DEL ACOMPAÑANTE DE LA PROPUESTA PRÁCTICA

Yo, **LUIS ÁNGEL BUCHELLI CARPIO** en mi calidad de acompañante de la propuesta práctica del Examen Complexivo, modalidad presencial, elaborado por los estudiantes **SÁNCHEZ PAGUAY WILLIAM SEGUNDO, TAIPE VARGAS NELSON EDUARDO**; cuyo tema es: **MODELAMIENTO MATEMÁTICO DE UN INTERCAMBIADOR DE CALOR EN EL PROCESO DE PASTEURIZACIÓN DE LA LECHE**, que aporta a la Línea de Investigación de **SEGURIDAD Y SALUD OCUPACIONAL** previo a la obtención del Grado de **INGENIERO INDUSTRIAL**; considero que el mismo reúne los requisitos y méritos necesarios en el campo metodológico y epistemológico, para ser sometido a la evaluación por parte del tribunal calificador que se designe, por lo que lo **APRUEBO**, a fin de que el trabajo sea habilitado para continuar con el proceso de titulación de la alternativa de Examen Complexivo de la Universidad Estatal de Milagro.

En la ciudad de Milagro, a los 11 días del mes de Septiembre del 2017.



ING. LUIS ÁNGEL BUCHELLI CARPIO

CI: 091762993-3

APROBACIÓN DEL TRIBUNAL CALIFICADOR

El tribunal calificador constituido por:

Buchelli Carpio Luis Ángel

Moreno Castro Denny William

Hernández Domínguez Carmen Sagrario

Luego de realizar la revisión de la propuesta práctica del Examen Complexivo, previo a la obtención del título de **Ingeniero Industrial** presentado por los señores **Sánchez Paguay William Segundo, Taipe Vargas Nelson Eduardo.**

Con el título:

“MODELAMIENTO MATEMATICO DE UN INTERCAMBIADOR DE CALOR EN EL PROCESO DE PASTEURIZACION DE LA LECHE”

Otorga al presente la propuesta práctica del Examen Complexivo, las siguientes calificaciones:

MEMORIA CIENTÍFICA	[95]
DEFENSA ORAL	[5]
TOTAL	[100]
EQUIVALENTE	[50]

Emite el siguiente veredicto: (aprobado/reprobado)

Aprobado

Fecha: 25 de septiembre del 2017.

Para constancia de lo actuado firman:

	Nombres y Apellidos
Presidente	Buchelli Carpio Luis Ángel
Vocal 1	Moreno Castro Denny William
Vocal 2	Hernández Domínguez Carmen Sagrario

Firma



DEDICATORIA

Dedicamos este trabajo de investigación a nuestros padres por ser la base fundamental de nuestro apoyo, siempre he impulsarnos a ser mejores cada día, a nuestro hermanos y familia. Nuestros amigos quienes siempre nos dieron esa voz de aliento para continuar estudiando y ser nuestros firmes competidores, a nosotros mismos por no dejar de luchar en ningún momento y ser fieles a nuestros ideales de superación.

A los maestros quienes nos formaron al compartir conocimientos que nos llevaron a convertirnos en profesionales.

Nelson Eduardo Taipe Vargas, William Segundo Sánchez Paguay

AGRADECIMIENTO

Agradecemos a nuestras familias por estar siempre ahí apoyándonos, por paciencia y compañía durante nuestro proceso de formación profesional, siendo nuestra principal fuente de motivación para cumplir con una meta más en nuestras vidas.

Expresamos nuestra gratitud a la UNEMI, a los docentes que compartieron sus conocimientos; a nuestros compañeros con quienes compartimos las aulas Universitarias y fueron testigo de nuestra dedicación y esfuerzo constante.

Al Ing. Luis Buchelli Carpio quien fue nuestro tutor, que con sus conocimientos nos guio en este trabajo de titulación.

Nelson Eduardo Taipe Vargas, William Segundo Sánchez Paguay

ÍNDICE GENERAL

DERECHOS DE AUTOR	I
APROBACIÓN DEL ACOMPAÑANTE DE LA PROPUESTA PRÁCTICA	II
APROBACIÓN DEL TRIBUNAL CALIFICADOR	III
DEDICATORIA	IV
AGRADECIMIENTO	V
INDICE DE FIGURAS.....	VI
RESUMEN	1
ABSTRACT.....	2
INTRODUCCIÓN	3
MARCO TEÓRICO.....	5
DESARROLLO	10
CONCLUSIONES	15
BIBLIOGRAFÍA	18

INDICE DE FIGURAS

Figura 1 Tuvo intercambiador de calor -----	9
Figura 2 Diagrama esquemático del laboratorio didáctico -----	10
Figura 3 Intercambiador De Calor-----	11
Figura 4 Curva de reacción de un intercambiador de calor a una frecuencia de bombeo----	14

“MODELAMIENTO MATEMATICO DE UN INTERCAMBIADOR DE CALOR EN EL PROCESO DE PASTEURIZACION DE LA LECHE”

RESUMEN

La pasteurización es el tratamiento térmico que se aplica a los fluidos viscosos dentro de un intercambiador de calor, con la finalidad de eliminar bacterias adheridas en el producto. Este proceso debe manejarse en temperaturas constantes lo que implica la necesidad de utilizar un sistema de control que logre tal requerimiento mediante un modelamiento matemático el cual ayuda a encontrar el punto óptimo de pasteurización.

Este Trabajo de Titulación se enfoca en la investigación bibliográfica de modelamiento matemático de un intercambiador de calor en el proceso de pasteurización, como referencia se toma el prototipo que se encuentra en la Facultad de Ciencias de la Ingeniería de la Universidad Estatal de Milagro (UNEMI). El intercambiador de calor de placas empacadas en el que se usan dos fluidos de estudio: agua y leche es extremadamente útil para pasteurizar con características específicas del producto e indicaciones de temperatura inicial (temperatura de la leche que es ingresado al tratamiento) y la temperatura obtenida del producto durante el proceso.

Se encontró que como solución a la problemática es encontrar un modelo matemático que mediante el análisis de la ley de la termodinámica, ecuación balance de energía, fundamentos de transferencia de calor, ecuaciones de primeros principios, etc. Todos estos estudios se relacionaron bajo las condiciones de variables presentes del sistema con el objetivo de buscar modelos matemáticos que nos permita conocer el comportamiento del sistema.

De acuerdo a nuestra investigación se encontraron diversos modelos que son empleados en diferentes procesos industriales como: leche, jugos de frutas, etc. Para cada proceso los métodos empleados son distintos, es importante destacar que la utilización de estos métodos ayuda a alargar la vida útil del producto y obtener una mejor calidad.

También se determinó que existen variedad de intercambiadores de calor, pero el PHE de placas son utilizados por la manera de transferir los fluidos de atrás hacia adelante entre las placas debido a que posee mayor área de contacto lo cual aporta mayor área de trasmisión de calor.

PALABRAS CLAVE:

Modelamiento Matemático, Pasteurización

“MODELING MATHEMATICAL OF A HEAT EXCHANGER IN THE PROCESS OF PASTEURIZATION OF MILK”

ABSTRACT

Pasteurization is the heat treatment that applies to the viscous fluid inside a heat exchanger, in order to eliminate Bacteria adhered to the product. This process must be handled in constant temperatures which implies the need to use a control system that achieves such requirement through a mathematical modeling which helps to find the optimum pasteurization point. This work of titration focuses on the bibliographic research of mathematical modeling of a heat exchanger in the pasteurization process, as reference is taken the prototype that is in the Faculty of Sciences of the engineering of the State University of Milagro. The packaged plate heat exchanger in which two study fluids are used: water and milk is extremely useful for pasteurizing with product-specific characteristics and initial temperature indications (milk temperature being entered (treatment) and the temperature obtained from the product during the process. Found that as a solution to the problem is to find a mathematical model that by analyzing the law of thermodynamics, balance energy equation, Fundamentals of heat transfer, equations of first principles, etc. All these studies were related under the conditions of variables present of the system in order to look for mathematical models that allows us to know the behavior of the system. According to our research we found several models that are employed in different industrial processes such as: milk, fruit juices, etc. For each process the methods used are different, it is important to emphasize that the use of these methods helps to lengthen the useful life of the product and to obtain a better quality. It was also determined that there are variety of heat exchangers, but the PHE of plates are used by the way of transferring the fluids from back to front between the plates because it has greater area of contact which contributes greater area of heat transfer.

KEYWORDS:

Mathematical Modeling, Pasteurization

INTRODUCCIÓN

En la industria alimentaria es ampliamente utilizado el método de la pasteurización, particularmente en los lácteos esta tiene la finalidad de esterilizar es decir disminuir al mínimo la carga bacteriana y prolongar el tiempo de vida del producto. Es importante que el proceso de tratamiento térmico aplicado al producto no sea excesivo, lo cual podría hacer perder el valor nutritivo del alimento, y adquirir características desagradables en su gusto, aroma, color y textura, inhibiendo la producción de toxinas a través de la regulación de la temperatura en relación al tiempo. En dichos procesos comúnmente se utilizan intercambiadores de calor de placas empacadas.

El intercambiador de calor permite transferir calor del fluido caliente hacia el fluido frío (producto). La mayor parte de los productos alimenticios son sensibles a la temperatura la cual tiende a disminuir vitaminas y proteínas adquiridas, reduciendo su calidad nutricional. Analizando las variables que intervienen en el tratamiento térmico de la leche, permiten predecir el comportamiento de los fluidos que influyen en el proceso de tratamiento térmico, de esta manera encuentran un modelo matemático que relacione la mayoría de variables, las mismas que ayuda a controlar la calidad del producto final.

En la actualidad el investigador Alejandro Lespinard plantea modelos matemáticos para mejorar procesos en la industria láctea y de sectores de frutihortícola, su labor consiste en desarrollar estos modelos a través del análisis de los fenómenos físicos y químicos presentes en el tratamiento de los alimentos.

En el marco teórico se analizan varias fuentes bibliográficas como referencia y aporte al tema de investigación, las cuales conciernen tanto a temas de modelamiento matemático, en el mismo se encontraron artículos científicos en los cuales desarrollan modelos matemáticos para diversas procesos térmicos, usando ecuaciones de balance de energía, caudal, presión, coeficientes de transferencia de calor y otras, mientras que para el proceso de pasteurización de la leche se encontraron artículos en donde se analiza la eliminación de microorganismos patógenos a diversas temperaturas de calentado, además presentando tablas de tratamiento térmico de relación tiempo-temperatura para diversos valores, lo cual resulta muy importante para el desarrollo de esta investigación bibliográfica.

En el trabajo (Buchelli, 2016) realiza un estudio profundo sobre la determinación de un modelo matemático de intercambiador de calor de placas empacadas mediante el análisis y diseño de teorías de la termodinámica.

Al analizar varias fuentes bibliográficas se eligieron cuatro modelos matemáticos aplicados a intercambiadores de calor, de los cuales se eligió el más acorde y se *parametrizó* de acuerdo a nuestro tema de estudio.

Para encontrar el modelo matemático se lo puede realizar de dos maneras, por la ley de los primeros principios y caja negra, para el primero se presenta el proceso de modelamiento matemático, el cual consiste en plantear el modelo, caracterizarlo, desarrollarlo y finalmente validar el modelo. Para esto se utilizan las ecuaciones de los principios de las leyes de la termodinámica, balance de energía, transferencia de calor, el modelo presentado está dado en forma de ecuación diferencial detallando las variables de los fluidos utilizados para el análisis.

MARCO TEÓRICO

La aplicación matemática en proyectos industriales, involucra modelos comúnmente constituidos por variables complejas al momento de resolver, con el fin de manipular la temperatura de pasteurización en una planta industrial de leche se usan controladores predictivos como lo son los modelos matemáticos lineales y no lineales (Buchelli, 2016).

En el estudio de (Homod, 2013), concluyen que en campos como la ingeniería, medicina, economía, ecología y agricultura han sido usados los modelos matemáticos con diferentes fines de acuerdo a sus áreas para satisfacer diagnósticos, análisis de inadecuaciones, simulación, fallas y para prácticas del operador.

Otro estudio realizado en el año 2007 por (Cardona, Hoyos, & Zapata, 2007) representan una simulación de control no lineal con diversas entradas al realizar la linealización una estructura de control de (Kravaris & Soroush, 1990), muestran un método de simulación no lineal de dos modelos dinámicos de un evaporador industrial de cinco efectos implementado en una refinería de alúmina. Las deducciones encontradas demuestran que las estructuras múltiple de entrada y múltiple de salida dan una mejor estrategia de control en comparación con la del sistema de una sola entrada-salida, que actualmente se utiliza para regular el evaporador de cinco efectos.

Para (Al-Dawery, Alrahawi, & Al-Zobai, 2012) los parámetros que se consideran para obtener el mejor modelo de proceso lineal empírico son: tiempos muertos, la constante de tiempo y coeficiente amortiguamiento, los retardos de primer orden con tiempo muerto, pueden influir en el intercambiador de calor de placas.

Se muestra un modelo matemático que relacionan dos variables del proceso fundamentado en una dinámica de comportamiento del fluido (leche). Este modelo apreciado se basa en transferencia de masa, las reacciones químicas y varios otros factores que tienen lugar durante el tratamiento térmico de la leche. Este modelo se combina con los dinámicos de un intercambiador de calor de placas, deduciendo como resultado un modelo final que incluye un conjunto de diferenciales y algebraicas. En el intercambiador de calor de placas se realiza el proceso de pasteurización de la leche, ofrece un conveniente coeficiente de convección y más turbulencia a diferencia de otros intercambiadores de calor, con el fin de eliminar los microorganismos patógenos de la leche y la presencia de cualquier otra bacteria, se da el procesamiento de la leche que consiste en calentar la leche a una temperatura establecida y durante un tiempo determinado.(Mahdi, Mouheb, & Oufier, 2009).

En el proceso de pasteurización se aplica el modelo matemático discontinuo el cual se debe a Louis Pasteur, quien lo inventó y simulo el primer ensayo el 20 de abril de 1.864 con intercambiadores de calor placas. El producto el cual es calentado y enfriado con el fin de evitar que los microorganismos puedan reproducirse nuevamente.

Para este proceso se tomaron datos realizados por Louis, las temperaturas que se usan en los rangos de tiempo presentes en el alimento (leche) están ajustadas al tipo de producto y del método a utilizar. Mediante este método se puede llevar al proceso de pasteurización de la leche a una temperatura de 62°C a 65°C para mantenerla en dicho intervalo de tiempo de 30 minutos, para luego ser enfriada hasta llegar a una temperatura por debajo de los 10°C (Vargas Ponguillo, 2008). En procesos petroquímicos los intercambiadores actualmente son cada vez más utilizados los intercambiadores de calor, esto debido a su eficiente recuperación de calor y su capacidad, este tipo de intercambiadores de calor de placas son probablemente los más usados, los cuales tienen una amplia gama de temperaturas manipulables y de presiones.(Ebrahimzadeh, Wilding, Frankman, Fazlollahi, & Baxter, 2016a) declaró que el intercambiador de calor de placas presenta un 95% a diferencia en comparación con los intercambiadores convencionales de tubos que proporciona 1000-1500 metros cuadrados de transferencia de calor por metro cúbico de volumen de intercambiador, esto de acuerdo a la importancia de los intercambiadores de calor de placa, varios investigadores han investigado el modelado y los parámetros que intervienen en el diseño óptimo para el sistema. Por ejemplo; (Jonsson, Lalot, Palsson, & Desmet, 2007) han sugerido modelos matemáticos no lineal usando un filtro extendido de Kalman implementado en la detección de línea de ensuciamiento en el intercambiador de calor. Mediante este modelo se puede variar las propiedades termodinámicas fluidas dentro de la trayectoria del flujo de fluido además el estudio dinámico de los intercambiadores de calor de placas dan información de las respuestas transitorias las cuales están sometidas a diversas perturbaciones.

Un estudio realizado por (Maldonado, 2008) sobre los intercambiadores de calor por placas deducen que es la operación más utilizada actualmente en la Industria Láctea, es un gran aporte y beneficio aplicado en procesos de conservación de alimentos, así como la pasteurización y esterilización; el uso de un modelo matemático el cual prediga la cantidad de incrustaciones formadas durante el proceso se convierte en una herramienta valiosa, el proceso térmico de la pasteurización mediante el cual se eliminan microorganismos patógenos sin cambiar las condiciones organolépticas del producto así como los nutrientes del producto. En la industria láctea

la leche es calentada a temperaturas de 70 a 85°C en el proceso de pasteurización, el cual después es retenido a un tiempo estimado de 12-20 s. y enfriado a una temperatura por debajo de los 10°C.

INCRUSTACIONES

La descarga del producto (Leche) que se encuentran en las superficies calentadas de un pasteurizador está compuestas de proteínas, minerales y grasas. Los desechos grasos son eliminados por la acción de los álcalis, detergentes y temperatura, estos desechos eliminados no constituyen problema alguno en la limpieza de los pasteurizadores. Estos sobrantes se eliminan por medio de una solución con soda cáustica al 1%. (Vargas Ponguillo, 2008)

En el año 2005, (Miranda & Simpson, 2005), desarrollaron una aplicación de modelos matemáticos para evaporadores de múltiple efecto en la industria del tomate, donde lograron ejecutar el modelo con datos obtenidos mediante un método de sensibilidad de parámetros que utilizó los registros de la planta industrial. Los resultados obtenidos de las simulaciones que realizaron, presentaron un comportamiento variado aceptado. Estas variaciones que se obtuvieron en cuanto a parámetros, son apropiados para el proceso.

INTERCAMBIADOR DE CALOR

(Wang et al., 2017a) realizan un estudio sobre una simulación numérica para el modelo de flujo caliente y frío de un PHE para conocer la situación real de ambos fluidos por medio del método computacional de dinámica de fluidos utilizando software de simulación ANSYS, utilizan el modelo numérico 3D para simular los siguientes parámetros: el ángulo corrugado, la profundidad corrugada y el paso ondulado.

(Alvis, Caicedo, & Peña, 2010) determinan en sus estudios la tasa de transferencia de calor por medio de la ley del enfriamiento de Newton la cual representa el efecto global de la convección, definen el coeficiente de transferencia por medio de tratamiento térmico cuando la temperatura en el interior es uniforme.

$$Q = hA \Delta T$$

$$Q = hA(T_p - T_\infty)$$

Dónde:

Q : Tasa de transferencia de calor.

$(T_p - T_\infty)$: Gradiente de temperatura.

T_p : Temperatura media de transferencia de calor.

T_∞ : Temperatura del producto líquido.

A : Área de transferencia de calor y

h : es el coeficiente de transferencia de calor, depende de las propiedades presentes del fluido (densidad, viscosidad, expansión térmica) y las propiedades de las variables del proceso (presión, velocidad y características del flujo).

Un método de modelamiento y simulación de un intercambiador de calor por medio del software "Dymola" es desarrollado por (Kauhanen, s. f.) Este método utiliza un valor medio para representar gráficamente la temperatura de todo el elemento de volumen, el análisis real reflejado del sistema son comparados con los datos medidos sin tomar en cuenta las perturbaciones existentes en el proceso.

(Pinto & Gut, 2002). Definen seis parámetros para la configuración de un intercambiador de calor las cuales son: cantidad de canales, total de pasadas en cada lado, posición de fluidos, el emplazamiento de alimentación y el tipo de flujo en los canales, con el objetivo de encontrar un método óptimo para elegir una configuración detallada que minimice el área de transferencia de calor de un PHE.

(Michel & Kugi, 2013). En sus estudios realizados muestra sobre la derivación de un modelo matemático en un intercambiador de calor de placas empacadas, si se le aplica la metodología de los modelos no lineales significativos de un PHE y el comportamiento dinámico que presenta el sistema, dicho modelo se basa en las leyes básicas de la termodinámica y la teoría de similitud de Nußelt este modelo se apoya en el método de volumen finito que se utiliza comúnmente para los problemas numéricos de transferencia de calor.

Las transferencia de calor de un PHE, son importantes en los procesos industriales, especialmente en la industria alimenticia los parámetros que tiene un intercambiador son complejos en su evaluación de medida ya que dependen de la dinámica del sistema, su geometría y de las propiedades físicas de los materiales que lo componen. (Bravo-montenegro, 2009). Basándose en las teorías de Nusselt realiza un estudio sobre el modelado matemático de un intercambiador de calor para lograr conseguir el valor del coeficiente de transferencia de calor y el volumen del acumulador; estas variables se determinan en función de las temperaturas del vapor y del tubo.

Las propiedades importantes de un PHE son: densidad, calor, conductividad térmica y viscosidad, así como sus dependencias de la temperatura y la composición de fluidos es decir la relación de masa de los componentes.(Skoglund, Årzén, & Dejmek, 2006).

(Guha, Unde, Engineering, & Campus, 2014). Realiza un modelo matemático para un intercambiador de calor en espiral, tomando en cuenta los parámetros físicos que intervienen, este tipo de intercambiador de calor debido a su diseño optimiza la transferencia de calor así como ahorra el consumo de combustible, operaciones de planta, también utiliza material al mínimo para la construcción el intercambiador de calor e forma espiral, además utilizan las ecuaciones de balance de energía para el desarrollo del modelo matemático.

Para(Liu et al., 2004). Los intercambiadores de calor de tubos y aletas se usan en enfriadores, acondicionadores de aire, para esto se diseña un modelo matemático de estado estacionario tomando en cuenta todos los parámetros físicos que intervienen en el así como: el aire, la temperatura ambiente, la humedad, además el modelo matemático es capaz de analizar, describir el comportamiento de circuitos refrigerantes complejos, cuantificar la distribución del refrigerante, utilizan ecuaciones de conservación de la energía las cuales se resuelven mediante iteraciones, también aplican un error máximo de 10%.

En el estudio desarrollado por (Bravo-montenegro, 2009). Se diseña un modelo matemático para un tubo intercambiador de calor (figura 1), en el cual se involucran parámetros de difícil medición dependiendo de la dinámica del sistema además de las propiedades físicas de los materiales compuestos del intercambiador de calor, para este diseño se basan en la teoría de NUSSELT, además de las ecuaciones de balance energía, de esta forma se obtienen un modelo matemático conciso.

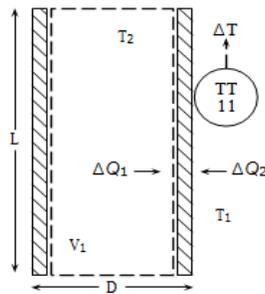


Figura 1. Tuvo intercambiador de calor. (Bravo-montenegro, 2009)

DESARROLLO

Para estudiar el modelamiento matemático de intercambiador en el proceso de pasteurización de la leche, tomaremos como referencia el prototipo de planta construido que se encuentra en el laboratorio de fluidos de la Universidad Estatal de Milagro (UNEMI) como se muestra en la figura 2 consta principalmente de:

- Tablero de Adquisición de Datos.
- Intercambiadores de calor, enfriador.
- Bomba enfriamiento y calentamiento.

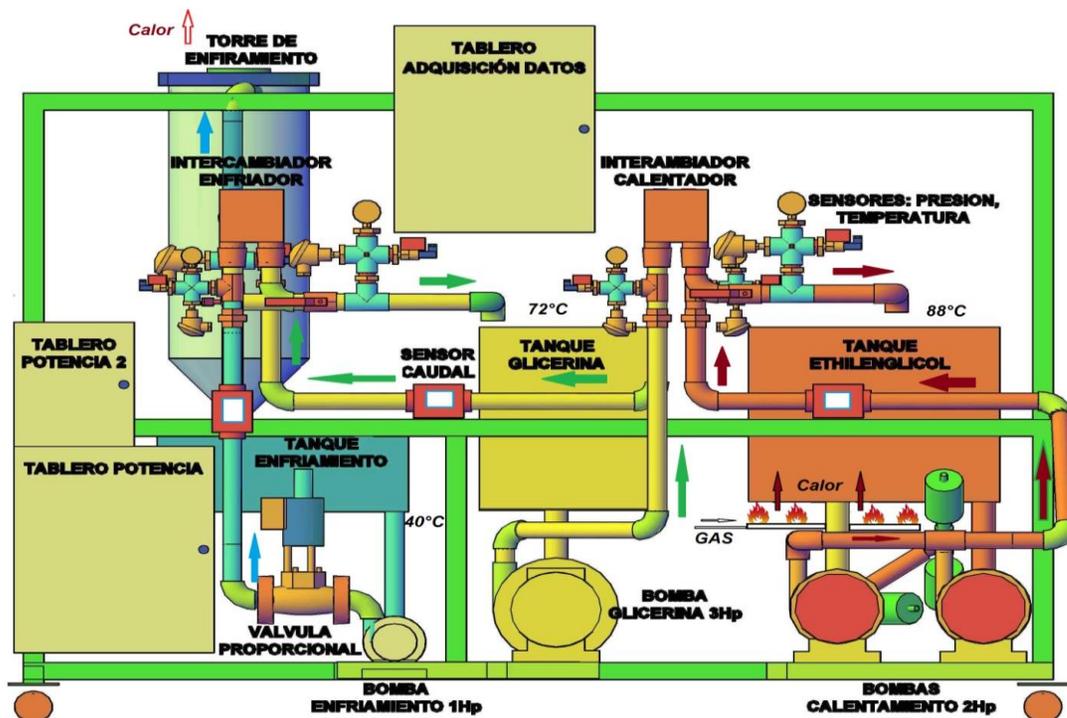


Figura 2 Diagrama esquemático del laboratorio didáctico (Buchelli, 2016).

MODELAMIENTO MATEMÁTICO

El modelamiento matemático para un intercambiador de placas empacadas se detalla un diagrama de modelamiento, además se realiza un análisis de las variables que intervienen en el proceso de tratamiento térmico mediante PHE.

INTERCAMBIADOR DE CALOR

Para el desarrollo de un modelo matemático de un intercambiador de calor de placas empacadas, como se muestra en la figura 4 se analizarán las siguientes variables que intervienen en el proceso:

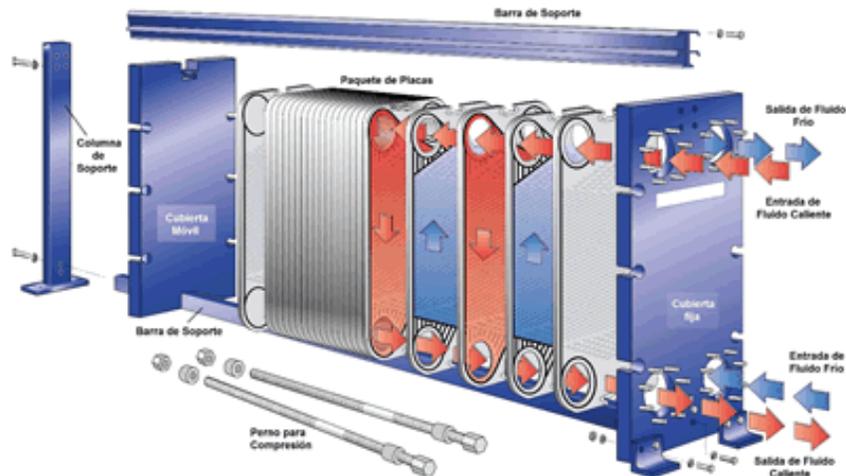
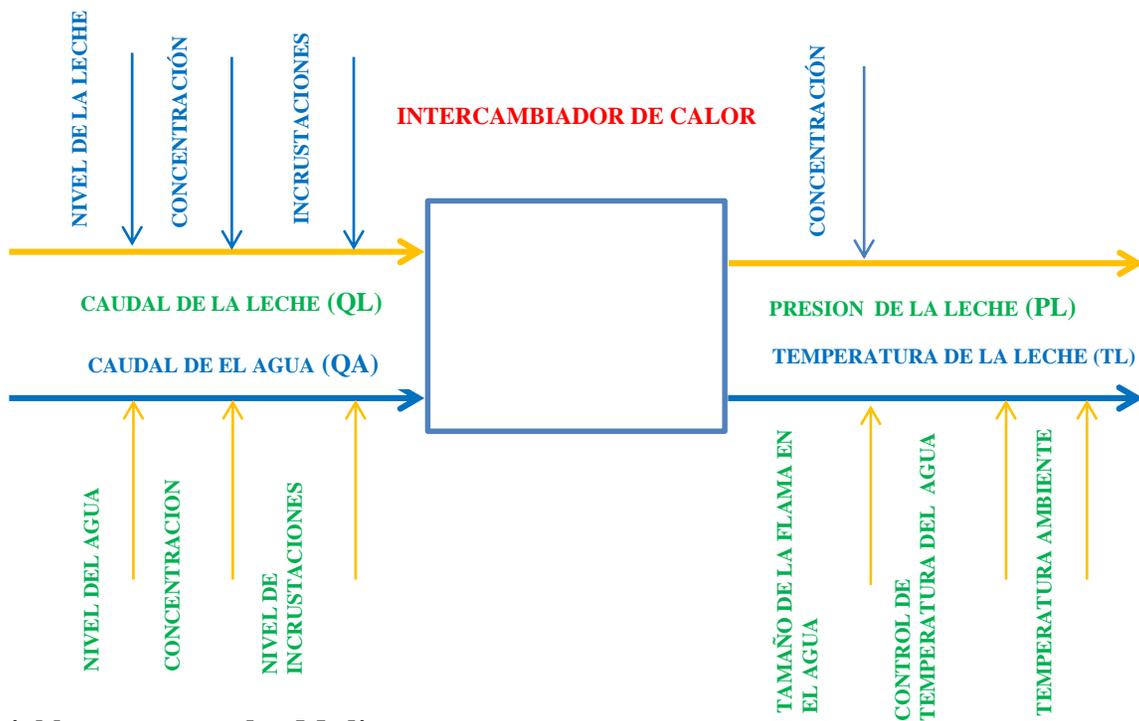


Figura 3 Intercambiador De Calor (Alvaro, 2011).



Variables que se pueden Medir.

- ✓ Temperatura de salida de la leche.(TSL)
- ✓ Presión de salida de la leche.(PSL)
- ✓ Temperatura de entrada del agua caliente.(TEAC)
- ✓ Caudal de la leche.(CL)
- ✓ Caudal del agua.(CA)

Variables que se pueden controlar.

- ✓ Temperatura de salida de la leche. (TSL)
- ✓ Presión de salida de la leche. (PSL)

Variables que se pueden operar.

- ✓ Temperatura de entrada del agua caliente.(TEAC)
- ✓ Caudal de la leche.(CL)
- ✓ Caudal del agua caliente.(CAC)

ENTRADA:

- **Temperatura de la Leche:** La temperatura debe estar conforme este la temperatura ambiente. Lo cual normalmente esta entre 20-25°C por ende es una variable no controlada. La leche proviene de tanques de metal en las cuales se encuentran almacenadas listas para ser pasteurizadas.

- **Volumen de la Leche:** Variable susceptible a ser medido y controlada por parte del operario. Partiendo del valor que tome esta variable cambia el tiempo de pasteurización.

- **Temperatura Ambiente:** Variable que se constituye en una perturbación.

El ambiente se tiene que tomar en cuenta ya que el aire puede extraer calor del intercambiador de calor y a sus ves de la leche.

- **Temperatura Agua:** se convierte en una entrada importante la temperatura del agua, la misma que asegura el choque térmico y el valor de la temperatura final.

SALIDA

- **Temperatura de la Leche Pasteurizada:** Valor del choque térmico que tuvo el la leche.

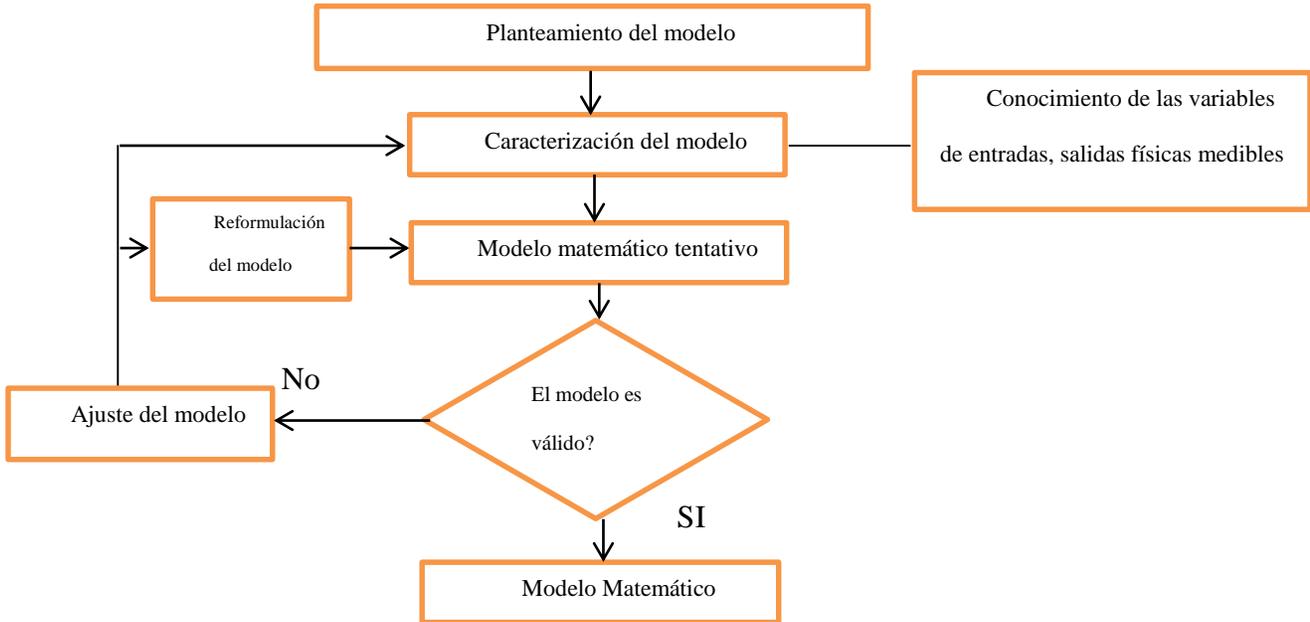
- **Volumen de la Leche Pasteurizada:** Es el valor de muestra de la cantidad de leche la cual ha sido procesada.

- **PH de la leche pasteurizada:** Demuestra si la leche pasteurizada es un habitat propicio para la creación de microorganismos adversos.

DIAGRAMA DE FLUJO PARA DESARROLLAR MODELOS MATEMATICOS

De acuerdo a la investigación el desarrollo de un modelo matemático se lo puede hacer mediante la ley de los primeros principios o caja negra. A continuación se presenta los siguientes modelos.

Para tener una idea más clara sobre cualquier modelamiento matemático, mediante la ley de los primeros principios se considera el siguiente diagrama de procesos de modelamiento matemático.



MODELOS MATEMATICOS

MODELO 1

MODELADO DINÁMICO Y CONTROL DEL INTERCAMBIADOR DE PLACAS

Modelo matemático del intercambiador de calor de placas. Las balanzas energéticas de estado seco se han utilizado como base para la derivación del modelo matemático para el cambiador de calor de placas (Al-Dawery et al., 2012).

$$\dot{m}_c C_p (T_{ci} - T_{co}(t)) + \dot{m}_h(t) C_p (T_{hi} - T_{ho}(t)) - M_c C_p \frac{dT_{co}(t)}{dt}$$

El equilibrio de energía alrededor de la placa caliente está dado por:

$$\dot{m}_h C_p (T_{hi} - T_{ho}(t)) + \dot{m}_c(t) C_p (T_{ci} - T_{co}(t)) - M_h C_p \frac{dT_{ho}(t)}{dt}$$

MODELO 2

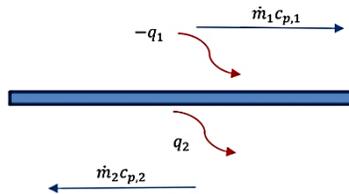
ANÁLISIS TEÓRICO-EXPERIMENTAL DE UN INTERCAMBIADOR DE CALOR DINÁMICO

Intercambiador de calor equilibrado que fluye por una placa sólida, de transferencia de calor del fluido 1 al fluido 2, (Ebrahimzadeh, Wilding, Frankman, Fazlollahi, & Baxter, 2016b) se obtiene el equilibrio de energía de manera inestable la cual describe:

$$q_1'' = -h_1(T_1(x) - T_p(x)) \quad q_2'' = -h_2(T_2(x) - T_p(x))$$

El balance de calor para el sólido de separación es:

$$q_1'' + q_2'' = -\Delta y \rho_p c_{p,p} \frac{dT_p(x)}{dt} = 0$$



MODELO 3

Un ejemplo de las funciones de transferencia encontradas por el método de caja negra para el sistema es:

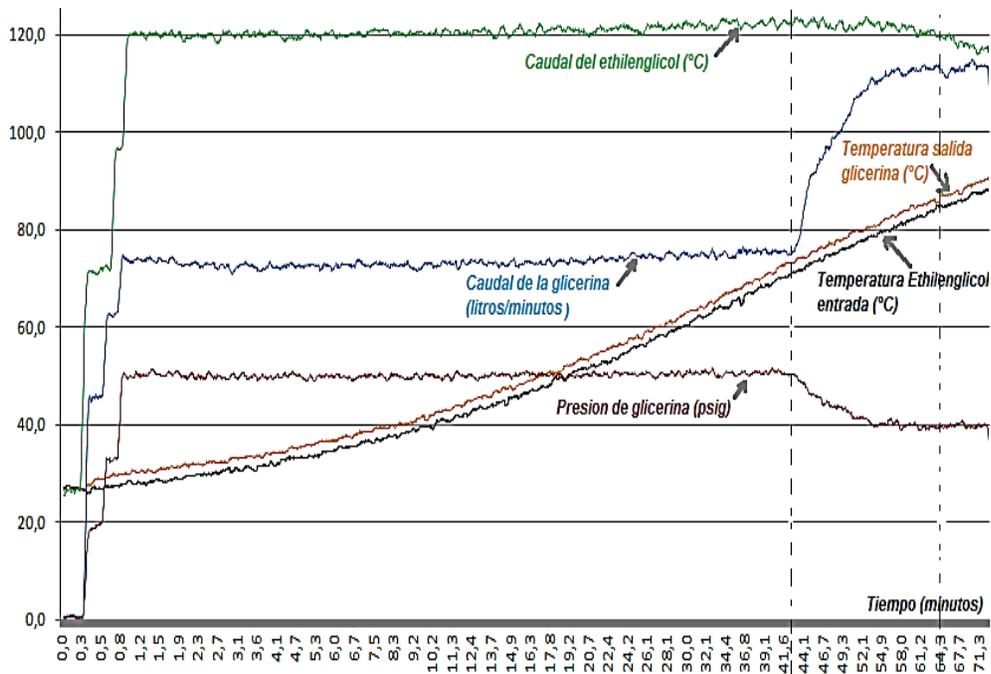


Figura 4 Curva de reacción del sistema intercambiador de calor a una frecuencia de bombeo constante de 45 Hz, calentando el sistema desde temperatura ambiente (Buchelli, 2016).

De la cual se obtienen las siguientes ecuaciones:

$$Y_{11} = \frac{-a_1s + b_1}{s^2 + c_1s + d_1}$$

$$Y_{12} = \frac{-a_2s + b_2}{s^2 + c_2s + d_2}$$

$$Y_{21} = \frac{-a_3s + b_3}{s^2 + c_{13}s + d_3}$$

$$Y_{22} = \frac{-a_4s + b_4}{s^2 + c_4s + d_4}$$

MODELO 4

Se utiliza ecuaciones diferenciales aplicadas a las ecuaciones de balance de energía.

Sección Agua Caliente que cede calor (Buchelli, 2016).

$$V_{H2O} * \rho_{H2O} * c_{H2O} * \frac{dT_{H2O}}{dt} = \dot{m}_L * c_L * T_L^i - \dot{m}_L * c_{pL} * T_L^o + U * A(T_{H2O}^o - T_L^i)$$

Sección Leche que absorbe calor

$$V_l * \rho_l * c_{pl} * \frac{dT_l}{dt} = \dot{m}_l * c_{pl} * T_l^i - \dot{m}_l * c_{pl} * T_l^o + U * A(T_l^i - T_l^o)$$

El modelo 4 es el más idóneo para nuestra investigación, las cuales incluyen las variables de este estudio de investigación bibliográfica.

CONCLUSIONES

Los resultados de la investigación bibliográfica sobre el modelamiento matemático de un intercambiador de calor enfocado al proceso de pasteurización de la leche, nos permiten extraer las siguientes conclusiones:

- El modelo matemático para un intercambiador de calor enfocado al proceso de pasteurización, son mayormente utilizados en la industria alimenticia especialmente en la leche, con el fin de esterilizar el producto y alargar su tiempo de vida, manteniendo sus aportes alimenticios además de eliminar los microorganismos patógenos.
- El modelo matemático elegido (Modelo 4) analiza los parámetros que intervienen en el tratamiento de la leche mediante el intercambiador de calor, en dicha investigación se encontraron variables de entrada y salida además de las perturbaciones que intervienen en el tratamiento de la leche, teniendo como resultado, que la manipulación inadecuada de las mismas influyen en la calidad del producto final.
- Para el modelamiento matemático es necesario analizar las variables y perturbaciones que intervienen en el intercambiador de calor con la finalidad de predecir el comportamiento de los fluidos tanto de la leche como del agua bajo las condiciones ambientales expuestas.
- Para encontrar la ecuación de balance de energía se estudiaron diversas fuentes bibliográficas, que abarcan gran parte de la variedad de condiciones de operación para el tratamiento de la leche, Para el análisis de las variables que intervienen en el modelo matemático se basa en la ley de la termodinámica, balance de energía, ecuaciones fundamentales de transferencia de calor.
- Se encontraron gran variedad de modelos matemáticos desarrollados en diversas fuentes bibliográficas de las cuales se eligió el más acorde para el intercambiador de calor de placas empacadas.
- Los intercambiadores de calor actualmente son muy utilizados en la industria de papel, alimenticia, petroquímica, medicina, agropecuaria, por el gran avance tecnológico que presentan en desarrollo de sus diseños, de ahí que son muy eficientes operacionalmente además de ahorrar combustible.

- Para encontrar el modelo matemático idóneo se lo puede realizar de dos formas, por la ley de los primeros principios en la cual se desarrollaron ecuaciones diferenciales y caja negra, en este trabajo se optó por desarrollar el modelo matemático de las dos maneras, sin incluir variables complejas como las perturbaciones.
- Es posible proponer a la industria lechera la aplicación de modelos matemáticos, que permitan analizar la mayoría de parámetros y perturbaciones que interviene en el tratamiento de la leche. El empleo del modelo matemático sería de gran apoyo para la toma de decisiones en cuanto al mejoramiento de la calidad del producto.

BIBLIOGRAFÍA

- Al-Dawery, S. K., Alrahawi, A. M., & Al-Zobai, K. M. (2012). Dynamic modeling and control of plate heat exchanger. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 55(23-24), 6873-6880. <https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2012.06.094>
- Alvaro, U. (2011). "CONTROL AUTOMÁTICO DE INTERCAMBIADOR DE CALOR". *Figura*, <http://alvarounal.blogspot.com/search/label/control%20intercambiador%20calor>.
- Alvis, A., Caicedo, I., & Peña, P. (2010). Determinación del coeficiente de transferencia de calor a través de una aplicación de computadoras. *Informacion Tecnologica*, 21(5), 13-20. <https://doi.org/10.1612/inf.tecnol.4367it.09>
- Bravo-montenegro, D. (2009). Modelo Matemático de un Tubo Intercambiador de Calor, 41(2).
- Buchelli, L. (2016). "DISEÑO DE UN CONTROL INTELIGENTE EN BASE A REDES NEURONALES PARA EL CONTROL DE TEMPERATURA Y PRESIÓN EN UN INTERCAMBIADOR DE CALOR DE UN LABORATORIO DIDÁCTICO DE FLUIDOS VISCOSOS". Guayaquil.
- Cardona, J. E., Hoyos, J. G., & Zapata, J. H. (2007). Double Effect Evaporator Control with Instantaneous linearization and Neural Networks. *Scientia et Technica*, XIII(37), 97-102.
- Ebrahimzadeh, E., Wilding, P., Frankman, D., Fazlollahi, F., & Baxter, L. L. (2016a). Theoretical and experimental analysis of dynamic heat exchanger: Retrofit configuration. *Energy*, 96(February), 545-560. <https://doi.org/10.1016/j.energy.2015.12.068>
- Guha, P., Unde, V., Engineering, C., & Campus, B. K. K. B. G. (2014). Mathematical Modeling of Spiral Heat Exchanger. *International Journal of Engineering Research*, 5013(3), 226-229.

- Homod, R. Z. (2013). Review on the HVAC System Modeling Types and the Shortcomings of Their Application. *Journal of Energy*, 2013(May 2013), 10.
<https://doi.org/10.1155/2013/768632>
- Jonsson, G. R., Lalot, S., Palsson, O. P., & Desmet, B. (2007). Use of extended Kalman filtering in detecting fouling in heat exchangers. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 50(13-14), 2643-2655. <https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2006.11.025>
- Kauhanen, P. (s. f.). Verifying the dynamic model of a heat exchanger configuration $V \cdot \tau \mid r, i$, 2-5.
- Kravaris, C., & Soroush, M. (1990). Synthesis of multivariable nonlinear controllers by input/output linearization. *AIChE Journal*, 36(2), 249-264.
<https://doi.org/10.1002/aic.690360211>
- Liu, J., Wei, W., Ding, G., Zhang, C., Fukaya, M., Wang, K., & Inagaki, T. (2004). A general steady state mathematical model for fin-and-tube heat exchanger based on graph theory. *International Journal of Refrigeration*, 27(8), 965-973.
<https://doi.org/10.1016/j.ijrefrig.2004.06.008>
- Mahdi, Y., Mouheb, A., & Oufar, L. (2009). A dynamic model for milk fouling in a plate heat exchanger. *Applied Mathematical Modelling*, 33(2), 648-662.
<https://doi.org/10.1016/j.apm.2007.11.030>
- Maldonado, J. (2008). Aplicación de modelo matemático predictivo para la determinación de incrustaciones en pasteurizadores a placas en la Industria Láctea., xx, 95. Recuperado a partir de http://www.cib.espol.edu.ec/Digipath/D_Tesis_PDF/D-39660.pdf
- Michel, A., & Kugi, A. (2013). Accurate low-order dynamic model of a compact plate heat exchanger. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 61(1), 323-331.

<https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2013.01.072>

Miranda, V., & Simpson, R. (2005). Modelling and simulation of an industrial multiple effect evaporator: Tomato concentrate. *Journal of Food Engineering*, 66(2), 203-210.

<https://doi.org/10.1016/j.jfoodeng.2004.03.007>

MORENO, J. (2013). Modelamiento y control de planta Pasteurizadora, 1-65. Recuperado a partir de

<http://repository.javeriana.edu.co/bitstream/10554/13607/1/MorenoGalindoJuanNicolas2013.pdf>

Pinto, J. M., & Gut, J. A. W. (2002). A screening method for the optimal selection of plate heat exchanger configurations. *Brazilian Journal of Chemical Engineering*, 19(4), 433-439.

<https://doi.org/10.1590/S0104-66322002000400012>

Skoglund, T., Årzén, K. E., & Dejmek, P. (2006). Dynamic object-oriented heat exchanger models for simulation of fluid property transitions. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 49(13-14), 2291-2303. <https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2005.12.005>

Vargas Ponguillo, A. G. (2008). ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL Facultad de Ingeniería en Mecánica y Ciencias de la Producción, 93.

Vázquez-ojeda, E., Pérez-morales, E., Hurtado-ayala, L., & Alcántara-jurado, L. (2014).

Evaluación de la calidad microbiológica de la leche. *Revista Iberoamericana de Ciencias*, Agosto, 9.

Wang, Y.-N., Lee, J.-P., Park, M.-H., Jin, B.-J., Yun, T.-J., Song, Y.-H., & Kim, I.-S. (2017a). A Study on 3D Numerical Model for Plate Heat Exchanger. *Procedia Engineering*, 174, 188-194. <https://doi.org/10.1016/j.proeng.2017.01.203>