

This file has been cleaned of potential threats.

If you confirm that the file is coming from a trusted source, you can send the following SHA-256 hash value to your admin for the original file.

7de2e00928f47b26efb7d12c6f790dd7a8dbf85ae239eea2b37d2645b09fa1e8

To view the reconstructed contents, please SCROLL DOWN to next page.



**UNIVERSIDAD ESTATAL DE MILAGRO
VICERRECTORADO DE INVESTIGACIÓN Y POSGRADO**

**MAESTRÍA EN MATEMÁTICA, MENCIÓN MODELACIÓN
MATEMÁTICA**

TEMA:

**“MODELO MATEMÁTICO DE MÉTODOS ADAPTATIVOS PARA PREDECIR EL
COMPORTAMIENTO DEL CONSUMO DE ENERGÍA ELÉCTRICA EN LA
CIUDAD DE ESMERALDAS 2020-2021”**

AUTOR:

REYES CASTILLO WISTON BURLINGTON

DIRECTOR TFM: Ph.D JORGE FABRICIO GUEVARA VIEJÓ

Milagro, abril – 2022

ECUADOR

ACEPTACIÓN DEL TUTOR

Por la presente hago constar que he analizado el proyecto de grado presentado por el señor REYES CASTILLO WISTON BURLINGTON, para optar al título de: **título Magister en modelación Matemática**, y que acepto tutoriar al estudiante, durante la etapa del desarrollo del trabajo hasta su presentación, evaluación y sustentación.

Milagro, a los 30 días del mes de noviembre del 2021



JORGE
FABRICIO
GUEVARA VIEJO

Ph.D JORGE FABRICIO GUEVARA VIEJÓ
CI. 091788296-1

DECLARACIÓN DE AUTORÍA DE LA INVESTIGACIÓN

Yo, **REYES CASTILLO WISTON BURLINGTON** con C.I. No. 080044329-3 en calidad de autor del proyecto: **“MODELO MATEMÁTICO DE MÉTODOS ADAPTATIVOS PARA PREDECIR EL COMPORTAMIENTO DEL CONSUMO DE ENERGÍA ELÉCTRICA EN LA CIUDAD DE ESMERALDAS 2020-2021”**, declaro ante el Comité Académico del programa de **MAESTRÍA EN MATEMÁTICA, MENCIÓN MODELACIÓN MATEMÁTICA**, de la Universidad Estatal de Milagro, que este proyecto es de mi propia autoría, y que la investigación es absolutamente original, auténtica, personal, que se han citado las fuentes correspondientes y que en su ejecución se respetaron las disposiciones legales que protegen los derechos de autor vigentes. Las ideas, doctrinas resultados y conclusiones a los que he llegado son de mi absoluta responsabilidad. Parte del presente documento o en su totalidad no ha sido aceptado para el otorgamiento de cualquier otro título de una institución nacional o extranjera.

Milagro, a los 28 días del mes de abril del 2022


REYES CASTILLO WISTON BURLINGTON
C.I. 080044329-3

CERTIFICACIÓN DE LA DEFENSA

El tribunal calificador previo a la obtención del título de **Magister en modelación Matemática**, otorga al presente proyecto de investigación las siguientes calificaciones:

TRABAJO DE TITULACIÓN	[56.67]
DEFENSA ORAL	[38.33]
TOTAL	[95.00]
EQUIVALENTE	(MUY BUENO)



JORGE
FABRICIO
GUEVARA VIEJO

Ph.D JORGE GUEVARA VIEJO
DIRECTOR DE TFM



JUAN DIEGO
VALENZUELA
COBOS

Ph.D JUAN VALENZUELA COBOS
PRESIDENTE DEL TRIBUNAL



EDWIN
EVARISTO

Ph.D EDWIN LEON PLUAS
SECRETARIO DEL TRIBUNAL

DEDICATORIA

A Dios, quien ha sido mi guía y mi fortaleza en la trayectoria de obtener uno de los anhelos más deseados en mi vida.

Así mismo a mi familia por haber sido mi apoyo en esta maestría, a cada uno de los profesores que nos impartieron todos sus conocimientos sin interés alguno y a todas las personas especiales que me acompañaron en esta gran etapa de mi vida.

Reyes Castillo Wiston Burlington

AGRADECIMIENTO

Primeramente, a Dios por bendecir mi vida, por guiarme a lo largo de mi existencia, ser el apoyo y fortaleza en aquellos momentos de dificultad y debilidad.

A la Universidad Estatal de Milagro UNEMI, que me dio la oportunidad de una educación superior de calidad en la cual he forjado mi conocimiento profesional día a día.

A los docentes que compartieron sus conocimientos a lo largo de la preparación de mi profesión, por sus paciencias y dedicación.

Solo quienes se atreven a soñar y luchan por hacer realidad lo que desean, son capaces de mirar el mundo como una caja de oportunidades y cada día como una lluvia de bendiciones; por esto y más es de humanos ser gratos por lo recibido

A todos y todas, gracias de corazón.

Reyes Castillo Wiston Burlington

CESIÓN DE DERECHOS DE AUTOR

Doctor
JORGE GUEVARA VIEJO
Rector de la Universidad Estatal de Milagro

Presente.

Mediante el presente documento, libre y voluntariamente procedo a hacer entrega de la Cesión de Derecho de Autor del Trabajo realizado como requisito previo para la obtención de mi Título de Cuarto Nivel, cuyo tema fue, **“MODELO MATEMÁTICO DE MÉTODOS ADAPTATIVOS PARA PREDECIR EL COMPORTAMIENTO DEL CONSUMO DE ENERGÍA ELÉCTRICA EN LA CIUDAD DE ESMERALDAS 2020-2021”** y que corresponde al Vicerrectorado de Investigación y Postgrado.

Milagro, 28 de abril del 2022


REYES CASTILLO WISTON BURLINGTON
C.I. 080044329-3

ÍNDICE GENERAL

CAPÍTULO I	1
1. INTRODUCCIÓN	1
1.1. SITUACIÓN PROBLEMÁTICA	2
1.2. FORMULACIÓN DEL PROBLEMA.....	3
1.3. OBJETIVOS	3
1.3.1. Objetivo General.	3
1.3.2. Objetivos Específicos.....	3
1.4. PLANTEAMIENTO HIPOTÉTICO.....	4
CAPÍTULO II	5
2. MARCO TEÓRICO.....	5
2.1. ANTECEDENTES.	5
2.2. SERIES ECONÓMICAS.....	6
2.3. SERIES FÍSICAS.	6
2.4. SERIES CRONOLÓGICAS COMERCIALES.....	7
2.5. SERIES DEMOGRÁFICAS.....	7
2.6. SERIES CRONOLÓGICAS EN EL CONTROL DE PRODUCCIÓN.....	7
2.7. SERIES CRONOLÓGICAS.....	10
2.7.1. ¿Para qué se utilizan las series cronológicas?.....	11
2.7.2. Comportamiento de los Datos.	11
2.8 Elementos de una serie cronológica.	12
2.8.1 Descomposición de una Series.....	13
2.8.2 Análisis de series cronológicas.	14
2.8.3 Resumen de los progresos esenciales en el análisis de series cronológicas.....	15
2.9 Predicción.....	15
2.9.1 Métodos de Predicción.	16
CAPÍTULO III	17
3. ANÁLISIS ESPECTRAL DE FOURIER.....	17
3.1 Funciones Periódicas.....	17
3.2 Series de Fourier.	17
3.3 Análisis de función Ortogonales.....	19
3.4 Dirichlet condiciones.....	20
3.5 Espectro de frecuencia discreta.....	21

3.6 Forma compleja de las series de Fourier.	21
CAPÍTULO IV	24
4. TRANSFORMADA DE FOURIER (FT)	24
4.1 La Transformada de Fourier Discreta (DFT)	24
4.1.1 Conceptos básicos	24
4.1.2 Definición	24
4.2 Propiedades de la transformada de Fourier discreta.....	25
4.3 Algunos ejemplos de transformadas de Fourier discretas.....	27
4.4 Transformada Rápida de Fourier.	30
CAPÍTULO V	31
5. TEORÍA DE LA APROXIMACIÓN.	31
5.1 Método de mínimos cuadrados.	31
5.2 Regresión Lineal Simple.	32
5.2.1 Modelo lineal simple.	32
5.2.2 Modelo Matricial para la Regresión Lineal.....	33
5.2.3 Modelo Exponencial.....	35
5.2.4 Modelo multiplicativo o Potencial.	36
5.3 Regresión Múltiple.	36
5.3.1 Estimación de los Parámetros.	36
CAPÍTULO VI	39
6. MATERIALES Y MÉTODOS.....	39
6.1 Contexto Territorial – Tipo de Investigación – Población y Muestra.....	39
6.2 PROCESAMIENTO DE LA INFORMACIÓN.....	40
CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.....	52
Conclusiones	52
Recomendaciones	52
BIBLIOGRAFÍA.....	53

ÍNDICE DE TABLA

Tabla No. 1 Obtención internacional de hidrocarburo, 1995 - 2006.	8
Tabla No. 2 Demanda de energía eléctrica de varios países de Latinoamérica 2010 - 2022 (GWh). .	9

ÍNDICE DE FIGURA

Figura No. 1 Temperatura de un arrecife.....	6
Figura No. 2 Elementos de una Serie Cronológica	12
Figura No. 3 Creación de Serie – paso 1.....	40
Figura No. 4 Creación de Serie – paso 2.....	40
Figura No. 5 Creación de Serie – paso 3.....	41
Figura No. 6 Creación de Serie – paso 4.....	41
Figura No. 7 Creación de Serie – paso 5.....	42
Figura No. 8 Menú principal del Sistema Delphi.....	42
Figura No. 9 Opción análisis de datos	43
Figura No. 10 Importar datos – paso 1.....	43
Figura No. 11 Importar datos – paso 2.....	44
Figura No. 12 Generar datos	44
Figura No. 13 Generar grafica	45
Figura No. 14 Tendencias.....	45
Figura No. 15 Generar grafica Tendencia Lineal	46
Figura No. 16 Generar grafica Tendencia Cuadrática	46
Figura No. 17 Generar grafica Tendencia Exponencial	47
Figura No. 18 Datos Importados y datos Generados	47
Figura No. 19 Grafica de primeros restos lineales	48
Figura No. 20 Grafica de la parte Real, Imaginaria y Modulo	49
Figura No. 21 Grafica de x_2 , polinomio trigonométrico	49
Figura No. 22 Grafica x_3 , transformada de Fourier	50
Figura No. 23 Grafica de datos originales Vs ajustada.....	51

RESUMEN

En el presente trabajo de tesis “Modelo matemáticos de métodos adaptativos para predecir el comportamiento del consumo de energía eléctrica en la ciudad de Esmeraldas 2020-2021” se presentan métodos de ajuste de datos aplicados a las series temporales y a sus pronósticos. Fundamentalmente se estudia la descomposición de una serie cronológica en sus componentes aditivas: Tendencia, componente estacionaria y cíclica, componente aleatoria. Cada componente es determinada explícitamente con ayuda del método de mínimos cuadrados generalizado (MMCG). El ajuste definitivo se lo realiza en forma iterativa buscando el polinomio trigonométrico que del menor error cuadrático o desviación cuadrática de los datos o serie a ajustarse y el polinomio. Para la búsqueda del polinomio se utiliza también la transformada rápida discreta de Fourier.

En la primera parte se trata el tema de series cronológicas, su importancia, causas, consecuencias y por qué es necesario formular modelos matemáticos para pronósticos de series cronológicas, a continuación, se realiza un estudio del análisis espectral de Fourier, luego se realiza un estudio de la transformada rápida de Fourier. En esta parte se propone los métodos de pronósticos. Por último, tenemos sus salidas gráficas en dos dimensiones, que es en realidad lo que el Ingeniero Estadístico interpretara y utilizara para tomar medidas adecuadas con el fin de pronosticar futuros problemas.

DESCRIPTORES: Series cronológicas. Series de Fourier. Filtros de Frecuencia. Integral de Fourier. Análisis Espectral.

ABSTRACT

In the present thesis work "Mathematical model of adaptive methods to predict the behavior of electricity consumption in the city of Esmeraldas 2020-2021" data adjustment methods applied to time series and their forecasts are presented. Fundamentally, the decomposition of a chronological series into its additive components is studied: Trend, stationary and cyclical component, random component. Each component is explicitly determined with the help of the generalized least squares method (MMCG). The final fit is done iteratively looking for the trigonometric polynomial that gives the smallest quadratic error or quadratic deviation of the data or series to be fitted and the polynomial. The fast discrete Fourier transform is also used to search for the polynomial.

The first part deals with the topic of time series, its importance, causes, consequences and why it is necessary to formulate mathematical models for forecasting time series, then a study of Fourier spectral analysis is carried out, then a study is carried out. of the fast Fourier transform, its discretization and algorithm are described. In this part the forecasting methods are proposed. Finally we have its graphic outputs in two dimensions, which is actually what the Statistical Engineer will interpret and use to take adequate measures in order to forecast future problems.

DESCRIPTORS: Chronological series. Fourier series. Frequency Filters. Fourier integral. Spectral Analysis.

CAPÍTULO I

1. INTRODUCCIÓN

Cada día obtenemos datos actualizados sobre unas u otras variables tales como (el consumo de energía, la epidemia del Covid-19, movimientos sísmicos, etc.; a través de bosquejos estadísticos se explica su conducta y estos mecanismos asumen su procedencia en modelos matemáticos. Estos mecanismos son obras intelectuales indeterminadas que sintetizan la objetividad y se interpretan en ecuaciones para conocer cómo actúa la naturaleza o un fenómeno característico con el objeto de comprender su comportamiento. (Mexico, 2021)

Todo organismo, ya sea familiar, empresarial o gubernamental, debe elaborar proyectos para el futuro si ha de permanecer y prosperar. Actualmente, varios establecimientos requieren saber el futuro comportamiento de algunos fenómenos con el propósito de proyectar, pronosticar o advertir el futuro de la institución. La proyección lógica demanda pronosticar los acontecimientos que puedan suceder en un futuro. Por otra parte, la suposición, se suele asentar sobre lo acontecido en la antigüedad. Se asume un diferente prototipo de consecuencia que se crea sobre el futuro de una variante o compuesto de variantes asentándose en hechos remotos.

El sistema más significativo que forma deducciones acerca del pronóstico radicado en lo acontecido en tiempo anterior, es el estudio de series cronológicas, actualmente existen muchas técnicas que permiten caracterizar estas series y en el presente trabajo se estudiara el método de análisis espectral.

Son incontables las prácticas que se logran señalar, en diferentes áreas de lo ya conocido, como son: geofísica, telecomunicaciones, economía, química, electricidad, marketing, demografía, transporte, física, etc. Una de las dificultades que pretende solucionar el estudio de las series cronológicas es el de predecir su comportamiento. Es decir, obteniendo una serie de datos $\{z(t_1), \dots, z(t_n)\}$, el objetivo final es: poner en claro el mecanismo productor de la serie cronológica, explicar el comportamiento de la serie, investigar probables patrones temporales que aprueben exceder el desasosiego del mañana.

En un futuro se investigará la manera de fabricar un modelo para interpretar la organización y predecir el progreso de una variante que se observará en un tiempo prolongado. Las variantes de interés logran ser macroeconómicas (lista de costos al gasto, demanda de energía, sucesiones de transacciones internacionales, etc.), microeconómicas (venta de una sociedad, vida en un establecimiento, egresos en anuncio de un lugar), físicas (rapidez del aire en un céntrico eólica, calentura en una fase, corriente de agua, aglomeración en el ambiente de un elemento que contamina), o sociales (cifra de personas nacidas, casamientos, fallecimientos).

A continuación, se estudiarán algunos ejemplos de series cronológicas que se presentan en la vida práctica, que serán analizados con los programas computacional tales como Excel, Matlab, Delphi, utilizando el método espectral de Fourier:

- **Económicas:** costo de un producto, tarifa de desocupación laboral, variación porcentual de los precios, lista de costos, etc.
- **Físicas:** máxima temperatura en el día, climatología, precipitaciones, radiación solar, velocidad del flujo del viento.
- **Geofísicas;** enjambre sísmico.
- **Demográficas:** resultados de censos de una población, tasa de natalidad – mortalidad, incremento medio anual total de una población.
- **Marketing:** secuencia de gastos, demanda, ofertas.
- **Telecomunicación:** Técnicas para la obtención de información.
- **Transporte:** secuencia de tráfico. (ArellanoMireya, 2001)

1.1. SITUACIÓN PROBLEMÁTICA

El principal problema que existe tanto el Gobierno, las instituciones y los hogares, es que no se puede predecir de forma exacta el comportamiento de ciertos fenómenos económicos, físico y naturales, tales como: El consumo de energía eléctrica de una población.

El motivo principal que inspiró el presente trabajo fue incursionar en el área de los modelos matemáticos, particularmente en el comportamiento del consumo de energía eléctrica.

1.2. FORMULACIÓN DEL PROBLEMA.

¿Cómo predecir el comportamiento del consumo de energía eléctrica mediante modelos matemáticos de métodos adaptativos en la ciudad de Esmeraldas?

1.3. OBJETIVOS

1.3.1. Objetivo General.

Desarrollar un Modelo Matemático de Métodos Adaptativos para predecir el comportamiento del consumo de energía eléctrica en la ciudad de Esmeraldas

1.3.2. Objetivos Específicos.

- Determinar un modelo matemático orientado a, dar a conocer el comportamiento futuro del consumo de energía eléctrica en la ciudad de Esmeraldas.
- Identificar las variables que me permiten plantear un modelo matemático para predecir el comportamiento de energía eléctrica.
- Analizar los resultados del consumo de energía en kilovatios horas para así predecir el comportamiento futuro del consumo energético de la ciudad de Esmeraldas.
- Predecir los hechos posteriores que seguramente puedan acontecer, mediante el uso de modelos matemáticos y el estudio del consumo de energía en la ciudad de Esmeraldas.

1.4. PLANTEAMIENTO HIPOTÉTICO

El objetivo principal del modelo matemático es comprender extensamente el fenómeno y tal vez predecir su comportamiento en el futuro. Las técnicas más importantes para crear deducciones acerca de un tiempo venidero en función de lo acontecido anteriormente, es el análisis de series cronológicas, actualmente existen muchas técnicas que permiten caracterizar estas series y en el presente trabajo estudiaremos el método del Análisis espectral de Fourier

CAPÍTULO II

2. MARCO TEÓRICO

2.1. ANTECEDENTES.

Es innegable el significado que posee el ambiente eléctrico hacia el desarrollo económico y el progreso del país. La electricidad es el mecanismo intacto del régimen fructífero, en la manufactura y la comercialización; estableciéndose también en fuente de gasto en los domicilios, optimizando el estado de vida. El Régimen Ecuatoriano, ha priorizado las labores en la sección de electricidad, efectuando un proyecto imaginativo de refuerzo de la central productiva a través de la transformación de la central energética. (Electricidad, 2016)

Un modelo matemático es una exhibición sintética, por medio de fórmulas matemáticas, igualdad de variables, de un fenómeno o de la correspondencia por medio de dos o más variantes. Los modelos matemáticos se emplean para examinar el vínculo a través de dos o más variantes. Consiguen ser manejados para comprender los cambios ocurridos por la naturaleza, los cambios presentados por la materia, la actitud consciente de las personas, etc. Sometiéndose a la meta de la investigación y del planteamiento del modelo equivalente, logran prever el importe de las variantes en el mañana, crear certidumbres, valorar los productos de una explícita dirección, sobre objetivos diferentes. (Roldán, Economipedia, 2021)

Para el presente proyecto se aplicara el proceso de un modelo matemático como es la ecuación de Fourier, para poder determinar el comportamiento futuro de ciertos fenómeno naturales, ya que en el gobiernos, las empresas y los hogares han tenido siempre que soportar los déficit en sus presupuestos; para lo cual se realizara búsquedas relacionadas al tema de investigación, en bibliotecas electrónicas, motores de búsquedas de ciencias global, libros y en revista de acceso libre científicas y académicas, escribiendo etiquetas o palabras compuestas así como búsquedas por diferentes opciones, ya sea por el tema, autor, años, etc.

Encontrándose relacionados con el tema de investigación que nos permiten recolectar información para así poder llevar a cabo la investigación del proyecto.

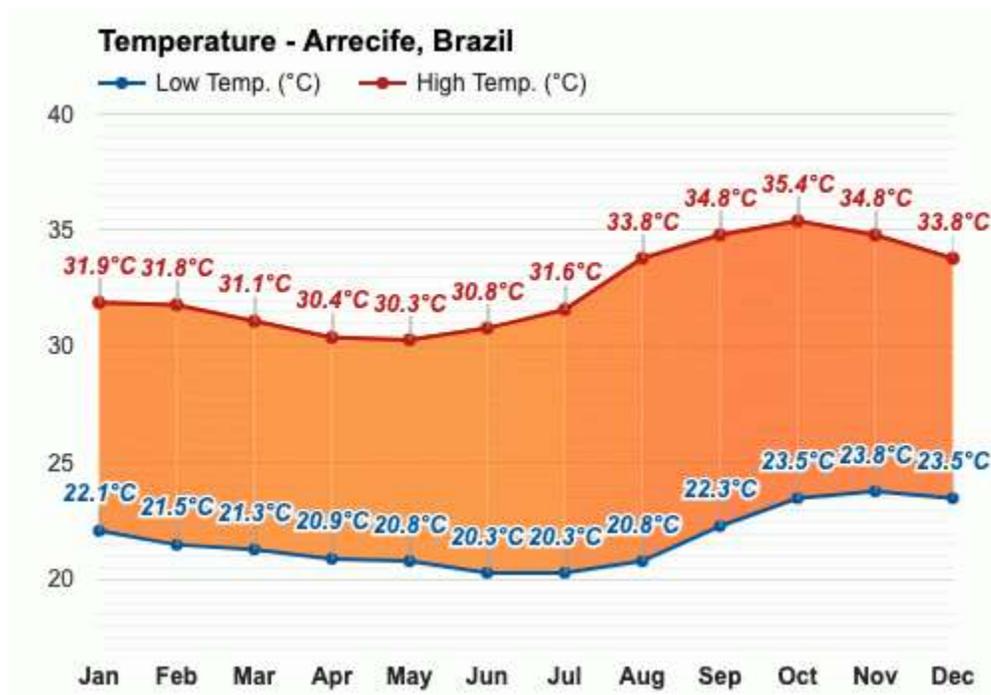
2.2. SERIES ECONÓMICAS.

Muchas series cronológicas son utilizadas en la economía. Los ejemplos incluyen: Los precios de exportación e importación, egresos e ingresos mensuales de una empresa, índices de consumo, etc.

2.3. SERIES FÍSICAS.

Muchos tipos de series cronológicas ocurren en las ciencias físicas, particularmente en la meteorología, ciencia marina y geofísica. Por ejemplo en la figura 1 muestra la temperatura de un arrecife en Brasil, esta se interpreta edificando un gráfico de $h(t)$ y t , donde $h(t)$ es la variable temperatura y t el tiempo en meses.

Figura No. 1 Temperatura de un arrecife



Fuente: <https://www.weather-atlas.com/es/brasil/arrecife-el-tiempo-en-enero>

2.4. SERIES CRONOLÓGICAS COMERCIALES.

El análisis de las ventas en semanas sucesivas o meses es un problema importante en el comercio. Los datos comerciales tienen mucho en común con los datos económicos. Es a menudo importante prever las ventas futuras para planear la producción. También puede ser de interés examinar la relación entre las ventas y otras series cronológicas como gastos.

2.5. SERIES DEMOGRÁFICAS.

Este tipo de series Cronológicas son de especial interés en el estudio de la población. Los demógrafos quieren predecir los cambios en la población.

2.6. SERIES CRONOLÓGICAS EN EL CONTROL DE PRODUCCIÓN.

El problema de estas series cronológicas es descubrir los cambios en los procesos industriales midiendo una variable que muestra la calidad del proceso.

En este punto mencionaremos algunos ejemplos de series cronológicas, que serán analizadas con los programas computacional que se tiene, utilizando el método espectral de Fourier.

Ejemplo1. Obtención internacional de hidrocarburo, 1995 – 2006.

La tabla 1 muestra los datos de la producción diaria a diciembre de cada año internacional de hidrocarburo en el periodo 1995 – 2006 (miles de barriles diarios)

Tabla No. 1 Obtención internacional de hidrocarburo, 1995 - 2006.

	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006
Asia y Pacífico	7.375	7.607	7.727	7.684	7.613	7.936	7.877	7.900	7.832	7.890	8.000	7.941
Sudamérica y Centroamérica	5.782	6.159	6.493	6.908	6.699	6.813	6.721	6.640	6.367	6.745	6.964	6.881
Europa y Eurasia	13.822	14.003	14.229	14.190	14.472	14.942	15.443	16.281	16.965	17.572	17.534	17.563
Oriente medio	20.222	20.628	21.758	23.001	22.306	23.501	22.871	21.471	23.296	24.589	25.119	25.589
Norte América	13.789	14.052	14.267	14.182	13.678	13.904	13.906	14.069	14.193	14.137	13.636	13.700
África	7.112	7.441	7.768	7.644	7.606	7.844	7.918	8.022	8.438	9.266	9.835	9.990

Fuente: El petróleo y la energía en la economía/Efectos económicos del encarecimiento del petróleo/pag.38

Ejemplo 2. Demanda de energía eléctrica de varios países de Latinoamérica 2010 - 2022 (GWh).

La tabla 2 muestra los datos de la demanda de energía eléctrica de varios países como son: Ecuador Bolivia, Chile SING, Chile – SIC, Perú y Colombia por un periodo de 13 años.

Tabla No. 2 Demanda de energía eléctrica de varios países de Latinoamérica 2010 - 2022 (GWh).

País	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020	2021	2022
Ecuador	17.594	18.645	19.547	20.634	21.639	24.574	29.313	35.571	36.982	38.534	40.009	41.339	42.701
Chile SING	13.792	14.263	14.831	16.573	17.401	18.302	19.249	20.246	21.294	22.396	23.556	24.778	26.067
Chile SIC	43.233	46.140	48.868	51.747	54.798	57.979	61.292	64.735	68.255	71.895	75.701	79.709	83.931
Perú	32.427	35.222	37.738	40.665	45.325	49.739	53.077	55.168	57.725	60.417	63.252	66.240	69.389
Colombia	56.146	57.150	59.409	61.112	62.910	64.666	69.931	71.686	73.977	77.009	80.265	83.634	86.931
Bolivia	5.714	6.502	6.504	7.231	7.571	8.141	8.543	9.078	9.649	10.253	10.895	11.578	12.303

Fuente: <https://www.regulacionelectrica.gob.ec/wp-content/uploads/downloads/2015/12/Vol2-Estudio-y-gesti%C3%B3n-de-la-demanda-el%C3%A9ctrica.pdf>

2.7. SERIES CRONOLÓGICAS.

Se llama series cronológicas o series temporal a un proceso de observaciones numeradas y ordenadas en el tiempo.

En diversos sectores donde se trabajan con series cronológicas o series de tiempo, las observaciones son adquiridas por algún equipo en forma continua en el tiempo, por ejemplo, a cada hora, diaria, semanal, mensual, trimestral, semestral, anual. Estas observaciones se señalan por $\{h(t_1), h(t_2), \dots, h(t_n)\} = \{h(t) : t \in T \subseteq R\}$ con $h(t_i)$ el valor de la variable h en el instante t_i . Si $T=Z$, donde Z son los enteros y se dice que la serie de tiempo es discreta y si $T=R$, donde R son los reales, y se expresa que la serie de tiempo es incesante. En este proyecto se utilizarán las series de tiempo discretas, sin pérdida de generalidad se representará una serie temporal discreta mediante:

$$\{h(t_1), h(t_2), \dots, h(t_n)\} = \{h(0), h(1), \dots, h(n-1)\} \quad . \text{ (ArellanoMireya, 2001)}$$

En los postreros tiempos se propusieron métodos estadísticos de producción de series de varias variantes de interés, manejando modelos fundados sobre los modelos ARIMA es decir el método de Box y Jenkins, y otros más. Hay que recordar que el propósito fundamental de los modelos organizados de series de tiempo es que, estos logran ser situados como modelos de retroceso, donde las variables aclaratorias son actuaciones del tiempo, con capacidades que logran evolucionar a medida que pasa el tiempo.

Para ciertos tipos de predicciones y para el alisado (suavizamiento) de series cronológicas se emplean algoritmos específicos, lo que representa calcular el mejor ajuste de datos en todos los puntos de la muestra del conjunto de observaciones. Los nombrados hiperparámetros rigen la dimensión por la cual las medidas consiguen transformarse, logrando ser estimado por el método de máxima verosimilitud, edificando la función determinada a optimizar. (Avila Blas, Abril, & Lesino)

2.7.1. ¿Para qué se utilizan las series cronológicas?

Actualmente numerosas entidades, pretenden estar al tanto sobre el futuro de incuestionables casos anormales con el propósito de planear y alertar, en otras palabras, las series cronológicas se emplean para pronosticar lo que acontecerá con una variante en el mañana partiendo del comportamiento de esa variante en un tiempo anterior.

2.7.1.1. Aplicaciones.

Varios son los puntos a considerar para estudiar el comportamiento de las series cronológicas, y aquí mencionamos algunos puntos que consideramos los más importantes.

1. El espacio en el tiempo para efectuar la proyección.
2. La disponibilidad de los datos.
3. La veracidad demandada.
4. La cantidad del presupuesto a utilizar.
5. La disponibilidad de personal autorizado.

Las instituciones requieren el pronóstico a futuro con una exactitud aceptable para la toma de decisiones para el bienestar de la organización, lamentablemente es común en las instituciones la falta de presupuesto y la ausencia de personal calificado para estudiar y analizar el comportamiento de una serie cronológica, por esta razón, el principal objetivo de este trabajo es dar un aporte a las instituciones que deseen tomar medidas adecuadas a futuro el modelo matemático más óptimo que fue el producto de nuestro trabajo de tesis. (Lema Paucar)

2.7.2. Comportamiento de los Datos.

Es importante examinar el gráfico de una serie cronológica, ésta se puede describir a través de un punto que se desliza en el pasar del tiempo, como el desplazamiento de una partícula bajo el predominio de potencias físicas. No obstante, en lugar de

potencias físicas, el desplazamiento puede producirse por la combinación de fuerzas psicológicas, sociológicas, económicas u otras.

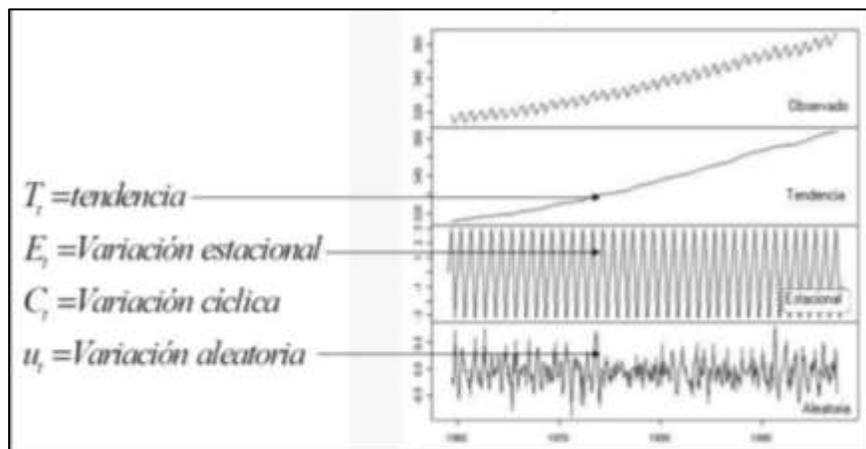
La práctica establecida en grandes muestras de series cronológicas ha expuesto varios deslizamiento o cambios característicos, muchos de ellos se muestran en distintas categorías. El estudio de ciertos deslizamientos es de mucho interés en numerosos acontecimientos, uno de gran importancia es la complicación de la predicción de futuros movimientos. No es, por tanto, de asombro que grandes fabricaciones y operaciones gubernamentales sean fundamentalmente entrelazadas con tan significativa materia.

2.8 Elementos de una serie cronológica.

Se puede deducir que una serie de tiempo logra dividirse en cuatro elementos que no son abiertamente observables, de los cuales precisamente se logran conseguir estimaciones, estos cuatro elementos son los siguientes:

- Tendencia
- Ciclo
- Estacionalidad
- Irregularidad

Figura No. 2 Elementos de una Serie Cronológica



Fuente: <https://es.calameo.com/read/002001000172a3edbf598>

De una serie temporal Y_t , se puede determinar una serie de mecanismos fundamentales que se mencionan equitativamente de la siguiente manera:

Tendencia (T): Son deslizamientos prolongados que se conserva a lo largo de la etapa del análisis.

Ciclo (C): Se refiere a las Oscilaciones

Estacionalidad (S): Este es el movimiento que se origina, durante un tiempo cada año, por razones no rigurosamente económica (sociales, meteorológicos, etc.).

Irregularidad (I): Estos deslizamientos son erráticos que se generan en fundamentos ajenos al fenómeno económico y no repetidos en el tiempo. (Cañar, 2000)

2.8.1 Descomposición de una Series.

Se puede proyectar distintos esquemas alternativos de separación de una serie temporal:

ADITIVO:
$$Y_t = T_t + C_t + S_t + I_t$$

MULTIPLICATIVO:
$$Y_t = T_t * C_t * S_t * I_t$$

MIXTO:
$$Y_t = T_t * (1 + C_t) * (1 + S_t) + I_t$$

Dónde: Y_t Son los valores que toman la serie

T_t Es la Tendencia

C_t Es el Ciclo

S_t Es la Estacionalidad

I_t Es la Irregularidad

Usualmente, el procedimiento de separación de una serie se efectúa, en el punto de vista principal, mediante un procedimiento ordenado de identificación y separación de sus componentes.

Por norma general la jerarquía en la que se van reconociendo los continuos componentes es el siguiente (para estructura aditiva):

Tendencia: $T_t = b_0 + b_1t$ (Tendencia lineal)

$T_t = b_0 + b_1t + b_2t^2$ (Tendencia cuadrática)

$T_t = e^{b_0+b_1t}$ (Tendencia exponencial)

Ciclo $C_t + S_t = \sum_{k=1}^m A_k \cos kt + B_k \operatorname{sen} kt$

Componente irregular $I_t \approx$ error aleatorio, por ejemplo, con distribución Normal $N(0,1)$

2.8.2 Análisis de series cronológicas.

Consta de una representación (generalmente matemática) de los movimientos que la componen. Los planteamientos pasados proporcionan una probable habilidad para analizar las series cronológicas, se presume que, dentro de las sucesiones cronológicas la variante Y , variable de estudio, es un producto de las variables T , C , S e I que ocasionan, proporcionalmente los movimientos de tendencia, cíclicos, estacionales e irregulares. En ecuación tenemos:

$$Y = T * C * S * I = TCSI$$

Este estudio de las series cronológicas se fundamenta sobre una indagación de los elementos T , C , S e I , y usualmente se relaciona con una desintegración de una serie cronológica en sus movimientos y componentes básicos. Cabe señalar que ciertos estadísticos optan por estimar Y como suma $T+C+S+I$ de las variables básicas que la forman.

2.8.3 Resumen de los progresos esenciales en el análisis de series cronológicas.

- Recopilar información de la serie cronológica, pretendiendo afirmar que tales datos sean merecedores de confianza. En la recopilación de datos hay que tener en cuenta el propósito que se sigue en cada circunstancia con el análisis de las series cronológicas.
- Representar la serie de tiempo, apuntando cualitativamente la aparición de tendencia de prolongada duración, variaciones estacionales y cíclicas.
- Realizar la parábola o la línea de tendencia de larga duración y alcanzar los valores de tendencia adecuados con la ayuda de cualquier método, ya sea: libre, movimientos medios, semimedias, o de mínimos cuadrados.
- Si se presenta variaciones estacionales, conseguir un índice estacional y encajar los resultados a las variaciones estacionales, o sea, desestacionalizar la información obtenida.
- Ajustar los resultados obtenidos desestacionalizados a la tendencia. Los resultados conseguidos contienen únicamente las variaciones cíclicas e irregulares.
- Interpretar las variaciones cíclicas conseguidas en el párrafo anterior, anotando cualquier periodicidad que suela asomarse.
- Uniendo los resultados de todo este proceso y con información apropiada, realizar un pronóstico, y si es probable examinar el origen de error y su dimensión.

2.9 Predicción.

Lo anteriormente planteado logra ser de refuerzo en el principal problema del pronóstico en las series cronológicas. No obstante, es necesario tomar en consideración que un proceso matemático de los datos no soluciona individualmente el total de los conflictos. Conjuntamente con el razonamiento, la

práctica y el aporte del investigador, estos estudios numéricos pueden, ser un valor importante para el pronóstico a corto y largo plazo.

2.9.1 Métodos de Predicción.

Dentro de los métodos que más se emplean para pronosticar las series cronológicas se encuentran los siguiente:

- Suavización Exponencial
- Promedio móvil
- Método espectral de Fourier
- Box - Jenkins

En el presente trabajo se analizará primordialmente el método espectral de Fourier.

CAPÍTULO III

3. ANÁLISIS ESPECTRAL DE FOURIER

La práctica más instintiva de la teoría de Fourier, se relaciona con el procedimiento de las señales periódicas, ya que sus efectos asumen una sencilla explicación física, de la misma manera que se verá a continuación.

3.1 Funciones Periódicas.

Las funciones periódicas se definen de tal manera que cumple la siguiente formula:

$$g(t) = g(t + T), T \in R \quad (1)$$

En cualquier valor de t de cierto intervalo $[a, b]$ Mediante repetición de la ecuación (1), se logra obtener,

$$g(t) = g(t + nT), n = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots \quad (2)$$

3.2 Series de Fourier.

Dada f , como una función de periodo T , misma que se puede mostrar de la siguiente manera:

$$f(t) = \frac{1}{2}a_0 + a_1 \cos(w_0 t) + a_2 \cos(2w_0 t) + \dots + b_1 \text{sen}(w_0 t) + b_2 \text{sen}(2w_0 t) + \dots, \quad (3)$$

$$f(t) = \frac{1}{2}a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos(nw_0 t) + b_n \text{sen}(nw_0 t)), \quad (4)$$

$$\text{Donde } w_0 = \frac{2\pi}{T}. \quad (5)$$

A la serie anterior podemos expresar de la siguiente manera:

$$a_n \cos nw_0t + b_n \operatorname{sen} nw_0t = \sqrt{a_n^2 + b_n^2} \left(\frac{a_n}{\sqrt{a_n^2 + b_n^2}} \cos nw_0t + \frac{b_n}{\sqrt{a_n^2 + b_n^2}} \operatorname{sen} nw_0t \right) \quad (6)$$

Utilizando la identidad trigonométrica:

$$a_n \cos nw_0t + b_n \operatorname{sen} nw_0t = C_n (\cos \theta_n \cos nw_0t + \operatorname{sen} \theta_n \operatorname{sen} nw_0t) \quad (7)$$

$$= C_n \cos(nw_0t - \theta_n), \quad (8)$$

Donde

$$C_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2}, \quad \cos \theta_n = \frac{a_n}{\sqrt{a_n^2 + b_n^2}}, \quad \operatorname{sen} \theta_n = \frac{b_n}{\sqrt{a_n^2 + b_n^2}}, \quad (9)$$

Por consiguiente

$$\tan \theta_n = \frac{b_n}{a_n}, \quad \text{ó} \quad \theta_n = \tan^{-1} \left(\frac{b_n}{a_n} \right). \quad (10)$$

$$\text{También si se hace: } C_0 = \frac{1}{2} a_0, \quad (11)$$

Se obtiene

$$f(t) = \frac{1}{2} a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos nw_0t + b_n \operatorname{sen} nw_0t) = C_0 + \sum_{n=1}^{\infty} C_n \cos(nw_0t - \theta_n), \quad (12)$$

Por lo tanto, la Ec. (12) es llamada serie trigonométrica de Fourier.

Donde a_n y b_n son constante y T es un periodo fundamental. Estrictamente hablando, para ser así representable la función debe satisfacer condiciones conocidas como condiciones de Dirichlet.

La representación en series de Fourier supone que f es periódica con periodo T . Si no lo es, pero está definida sobre un dominio finito D , la serie de Fourier converge a ella sobre dicho dominio, y fuera de este representa repeticiones de f (la hace periódica).

3.3 Análisis de función Ortogonales.

Son Ortogonales, el conjunto de las siguientes funciones $\Phi_k(t)$, en un intervalo $a < t < b$ para dos funciones cualquiera que sea $\Phi_m(t)$ y $\Phi_n(t)$ concernientes al conjunto $\Phi_k(t)$, satisface:

$$\int_a^b \Phi_m(t)\Phi_n(t)dt = \begin{cases} 0 & \text{para } m \neq n \\ r_n & \text{para } m = n \end{cases} \quad (13)$$

A través del cálculo fundamental se logra explicar lo siguiente:

$$\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} \cos(mw_0t)dt = 0 \text{ para } m \neq 0 \quad (14)$$

$$\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} \text{sen}(mw_0t)dt = 0 \text{ para todo valor de } m$$

$$\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} \cos(mw_0t) \cos(nw_0t)dt = \begin{cases} 0 & \text{para } m \neq n \\ \frac{T}{2} & \text{para } m = n \neq 0, \end{cases} \quad (15)$$

$$\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} \text{sen}(mw_0t) \text{sen}(nw_0t)dt = \begin{cases} 0 & \text{para } m \neq n \\ \frac{T}{2} & \text{para } m = n \neq 0, \end{cases} \quad (16)$$

$$\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} \text{sen}(mw_0t) \cos(nw_0t) dt = 0 \quad \text{Para todo valor de } m \text{ y } n \quad (17)$$

$$\text{Donde, } w_0 = \frac{2\pi}{T}. \quad (18)$$

Estos vínculos manifiestan que las funciones:

$$1, \cos(w_0t), \cos(2w_0t), \dots, \cos(nw_0t), \dots, \text{sen}(w_0t), \text{sen}(2w_0t), \dots, \text{sen}(nw_0t), \dots, \quad (19)$$

Establecen un conjunto de funciones ortogonales en el intervalo $-\frac{T}{2} < t < \frac{T}{2}$.

Nótese que, conforme con las condiciones de ortogonalidad de las funciones seno y coseno, la representación se lleva a cabo utilizando cosenoides cuyos periodos son fracciones $\left(1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \dots\right)$ del periodo fundamental, o tiempo observado, T . Esto nos dice que, para funciones transitorias, no podemos determinar periodos mayores que el tiempo observado.

Para el caso general donde el periodo fundamental o la duración de la función es T , pueden observarse los coeficientes de Fourier.

3.4 Dirichlet condiciones.

Un tema importante de la teoría de Fourier es la que trata de los problemas de convergencia. Se anunciarán aquí las condiciones de frontera o contorno, conocidas como condiciones de Dirichlet, bajo las cuales es posible la representación en serie de Fourier de una función dada $f(t)$.

Las condiciones de Dirichlet son:

La función $f(t)$ tiene un número finito de discontinuidades en un período.

La función $f(t)$ tiene un número finito de máximos y mínimos en un período.

La integral del valor absoluto de $f(t)$ en un período es finita; es decir,

$$\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} |f(t)| dt < +\infty. \quad (20)$$

Entonces $f(t)$ es continua por tramos en el intervalo finito $\left[-\frac{T}{2}, \frac{T}{2}\right]$

3.5 Espectro de frecuencia discreta.

La exhibición de una función periódica o sea cuando se repite cada cierto intervalo como una serie de Fourier, implica que la definición de sus coeficientes define unívocamente la función.

3.6 Forma compleja de las series de Fourier.

Es apropiado declarar estas series en términos de los exponenciales complejos

$$e^{\pm inw_0 t}.$$

Si tenemos en cuenta la serie de una función periódica $f(t)$, como

$$f(t) = \frac{1}{2} a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos nw_0 t + b_n \text{sen } nw_0 t), \quad (21)$$

Donde, $w = \frac{2\pi}{T}$, el coseno y el seno se pueden declarar como se muestra a

continuación

$$\begin{aligned}\cos n\omega_0 t &= \frac{1}{2} \left(e^{in\omega_0 t} + e^{-in\omega_0 t} \right), \\ \text{sen } n\omega_0 t &= \frac{1}{2i} \left(e^{in\omega_0 t} - e^{-in\omega_0 t} \right).\end{aligned}\tag{22}$$

Sustituyendo (22) en (21), se obtiene

$$f(t) = \frac{1}{2} a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \left[a_n \frac{1}{2} \left(e^{in\omega_0 t} + e^{-in\omega_0 t} \right) + b_n \frac{1}{2i} \left(e^{in\omega_0 t} - e^{-in\omega_0 t} \right) \right]\tag{23}$$

Teniendo en cuenta que $\frac{1}{i} = -i$, (23) se puede expresar como

$$f(t) = \frac{1}{2} a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{1}{2} (a_n - ib_n) e^{in\omega_0 t} + \frac{1}{2} (a_n + ib_n) e^{-in\omega_0 t} \right].\tag{24}$$

Si se hace

$$c_0 = \frac{1}{2} a_0, \quad c_n = \frac{1}{2} (a_n - ib_n), \quad c_{-n} = \frac{1}{2} (a_n + ib_n),\tag{25}$$

Entonces

$$f(t) = c_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (c_n e^{in\omega_0 t} + c_{-n} e^{-in\omega_0 t}),\tag{26}$$

$$f(t) = c_0 + \sum_{n=1}^{\infty} c_n e^{in\omega_0 t} + \sum_{n=-1}^{-\infty} c_n e^{in\omega_0 t},\tag{27}$$

$$f(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{in\omega_0 t}.\tag{28}$$

La ecuación (28) se denomina serie compleja de Fourier de $f(t)$.

$$c_0 = \frac{1}{2} a_0 = \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(t) dt,\tag{29}$$

$$c_n = \frac{1}{2}(a_n - ib_n) \quad (30)$$

$$= \frac{1}{T} \left[\int_{\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(t) \cos(nw_0 t) dt - i \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(t) \text{sen}(nw_0 t) dt \right] \quad (31)$$

$$= \frac{1}{T} \left[\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(t) [\cos(nw_0 t) - i \text{sen}(nw_0 t)] dt \right] \quad (32)$$

$$= \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(t) e^{-inw_0 t} dt, \quad (33)$$

$$c_{-n} = \frac{1}{2}(a_n + ib_n) = \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(t) e^{inw_0 t} dt. \quad (34)$$

Si $f(t)$ es real, entonces

$$c_{-n} = c_n^* \quad (35)$$

Luego $*$ es el conjugado complejo.

Las igualdades (29), (33) y (34) se pueden componer en una sola formula;

$$c_n = \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(t) e^{-inw_0 t} dt, \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (36)$$

Sabemos que $f(t)e^{-inw_0 t}$ es periódica con periodo T , se tiene que c_n también se puede hallar a partir de la formula

$$c_n = \frac{1}{T} \int_0^T f(t) e^{-inw_0 t} dt, \quad |c_n| = \frac{1}{2} \sqrt{a_n^2 + b_n^2}. \quad (37)$$

CAPÍTULO IV

4. TRANSFORMADA DE FOURIER (FT)

4.1 La Transformada de Fourier Discreta (DFT)

4.1.1 Conceptos básicos

Definición

Sea $D = (d_0, d_1, \dots, d_{n-1})$ un vector de R^n . La transformada de Fourier discreta (DFT) de D es el vector $F(D)$ de C^n cuyas coordenadas están dadas por:

$$F(D)_j = \frac{1}{\sqrt{n}} \sum_{k=0}^{n-1} d_k e^{\frac{2\pi j k}{n}}$$

Se tienen las siguientes propiedades elementales:

1. Si $D_1, D_2 \in R^n$, entonces

$$F(D_1 + D_2) = F(D_1) + F(D_2)$$

2. Si $\alpha \in R, D \in R^n$, entonces

$$F(\alpha D) = \alpha F(D)$$

Es decir, la transformada de Fourier discreta es lineal. La demostración de estas propiedades es inmediata y la omitimos.

4.1.2 Definición

Dado un vector $C = (c_0, c_1, \dots, c_{n-1}) \in C^n$, se define su transformada de Fourier inversa discreta por:

$$F^{-1}(C)_k = \frac{1}{\sqrt{n}} \sum_{j=0}^{n-1} c_j e^{-\frac{2\pi j k}{n}}$$

4.2 Propiedades de la transformada de Fourier discreta.

Teorema 4.1

Se tiene para todo $D \in R^n$:

$$F^{-1}(F(D)) = D$$

Demostración:

Sea $D = (d_0, d_1, \dots, d_{n-1}) \in R^n$, entonces:

$$F(D)_j = \frac{1}{\sqrt{n}} \sum_{k=0}^{n-1} d_k e^{\frac{2\pi k j}{n}}$$

Por lo tanto,

$$\begin{aligned} F^{-1}(F(D))_l &= \frac{1}{\sqrt{n}} \sum_{j=0}^{n-1} F(D)_j e^{-\frac{2\pi k j}{n}} \\ &= \frac{1}{\sqrt{n}} \sum_{j=0}^{n-1} \left[\frac{1}{\sqrt{n}} \sum_{k=0}^{n-1} d_k e^{\frac{2\pi k j}{n}} \right] e^{-\frac{2\pi k j}{n}} \\ &= \frac{1}{n} \sum_{k=0}^{n-1} d_k \left[\sum_{j=0}^{n-1} e^{\frac{2\pi(k-l)j}{n}} \right] \end{aligned}$$

Pero,

$$\sum_{j=0}^{n-1} e^{\frac{2\pi(k-l)j}{n}} = \begin{cases} n & \text{si } k = l \\ 0 & \text{si } k \neq l \end{cases}$$

Por consiguiente, utilizando el símbolo de Kronecker $\delta_{k,l}$:

$$F^{-1}(F(D))_l = \frac{1}{n} \sum_{k=0}^{n-1} d_k n \delta_{k,l} = d_l$$

Lo que demuestra el teorema.

La transformada de Fourier inversa permite reconstruir el vector de datos a partir de su transformada de Fourier y la DFT es por tanto inyectiva.

Teorema 4.2

Sea $D = (d_0, d_1, \dots, d_{n-1}) \in R^n$ y j un entero, $1 \leq j \leq n-1$, entonces:

$$F(D)_{n-j} = \overline{F(D)_j}$$

Demostración:

$$F(D)_{n-j} = \frac{1}{\sqrt{n}} \sum_{k=0}^{n-1} d_k e^{\frac{2\pi k(n-j)}{n}i}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{n}} \sum_{k=0}^{n-1} d_k e^{\frac{2\pi k j}{n}i}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{n}} \sum_{k=0}^{n-1} d_k e^{\frac{2\pi k j}{n}i}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{n}} \sum_{k=0}^{n-1} d_k e^{\frac{2\pi k j}{n}i}$$

$$= \overline{F(D)_j}$$

Lo que termina la demostración.

Podemos observar en particular que las partes real e imaginaria de la transformada tienen la siguiente propiedad:

$$\operatorname{Re}(F(D)_{n-j}) = \operatorname{Re}(F(D)_j)$$

$$\operatorname{Im}(F(D)_{n-j}) = -\operatorname{Im}(F(D)_j)$$

4.3 Algunos ejemplos de transformadas de Fourier discretas.

1. Transformada de un coseno. Sea

$$d_k = \cos\left(\frac{2\pi k l}{n}\right) \text{ donde } 0 \leq k \leq n-1 \quad \text{y} \quad 0 \leq l \leq n-1$$

Entonces

$$F(D)_j = F\left(\cos\left(\frac{2\pi k l}{n}\right)\right)_j = \frac{\sqrt{n}}{2} [\delta_{j,l} + \delta_{j,n-l}]$$

Demostración:

$$\begin{aligned} F(D)_j &= \frac{1}{\sqrt{n}} \sum_{k=0}^{n-1} \cos\left(\frac{2\pi k l}{n}\right) e^{\frac{2\pi k j}{n}} \\ &= \frac{1}{2\sqrt{n}} \sum_{k=0}^{n-1} \left[e^{\frac{2\pi k l}{n}} + e^{-\frac{2\pi k l}{n}} \right] e^{\frac{2\pi k j}{n}} \\ &= \frac{1}{2\sqrt{n}} \sum_{k=0}^{n-1} \left[e^{\frac{2\pi(j+l)k}{n}} + e^{-\frac{2\pi(j-l)k}{n}} \right] \\ &= \frac{1}{2\sqrt{n}} \sum_{k=0}^{n-1} \left[e^{\frac{2\pi(n-(j+l))k}{n}} + e^{\frac{2\pi(j-l)k}{n}} \right] \\ &= \frac{1}{2\sqrt{n}} [\delta_{j,n-l} + n\delta_{j,l}] \end{aligned}$$

$$= \frac{\sqrt{n}}{2} [\delta_{j,l} + \delta_{j,n-l}]$$

2. Transformada de un seno. Sea

$$d_k = \text{sen}\left(\frac{2\pi dk}{n}\right) \text{ donde } 0 \leq k \leq n-1 \quad \text{y} \quad 0 \leq l \leq n-1$$

Entonces

$$F(D)_j = F\left(\text{sen}\left(\frac{2\pi dk}{n}\right)\right)_j = i \frac{\sqrt{n}}{2} [\delta_{j,l} + \delta_{j,n-l}]$$

La demostración es análoga a la anterior.

3. Transformada de una constante. Sea:

$$d_k = 1 \text{ donde } 0 \leq k \leq n-1$$

Entonces

$$F(D)_j = F(1)_j = \begin{cases} \sqrt{n} & \text{si } j=0 \\ 0 & \text{si } j \neq 0 \end{cases}$$

La demostración es análoga a la anterior.

1. Transformada de Fourier de la función identidad. Sea:

$$d_k = k \text{ donde } 0 \leq k \leq n-1$$

Entonces

$$F(D)_j = F(k)_j = \begin{cases} \frac{\sqrt{n}(n-1)}{2} & \text{si } j=0 \\ -\frac{\sqrt{n}}{2} \left(1 + i \cot\left(\frac{\pi j}{n}\right)\right) & \text{si } j \neq 0 \end{cases}$$

Demostración: Para $j = 0$ el cálculo es inmediato.

Para $j \neq 0$ se tiene, suponiendo inicialmente que j es continuo:

$$\begin{aligned}
 F(k)_j &= \frac{1}{\sqrt{n}} \sum_{k=0}^{n-1} k e^{\frac{2i\pi k j}{n}} \\
 &= \frac{1}{\sqrt{n}} \frac{n}{2i\pi} \frac{d}{dj} \left[\sum_{k=0}^{n-1} k e^{\frac{2i\pi k j}{n}} \right] \\
 &= \frac{\sqrt{n}}{2i\pi} \frac{d}{dj} \left[\frac{e^{\frac{2i\pi n j}{n}} - 1}{e^{\frac{2i\pi j}{n}} - 1} \right] \\
 &= \sqrt{n} \left[\frac{1}{\frac{2i\pi j}{n} - 1} \right] \\
 &= \sqrt{n} \left[\frac{e^{\frac{i\pi j}{n}}}{e^{\frac{i\pi j}{n}} - e^{-\frac{i\pi j}{n}}} \right]
 \end{aligned}$$

por lo tanto:

$$F(k)_j = \frac{\sqrt{n}}{2i} \frac{\cos\left(\frac{\pi j}{n}\right) - i \operatorname{sen}\left(\frac{\pi j}{n}\right)}{\operatorname{sen}\left(\frac{\pi j}{n}\right)}$$

De donde se obtiene el resultado simplificado.

5. Transformada de Fourier de una exponencial. Sea:

$d_k = e^{ak}$ donde $0 \leq k \leq n-1$

Entonces:

$$F(D)_j = F(e^{ak})_j = \begin{cases} \frac{e^{na} - 1}{\sqrt{n}(e^a - 1)} & \text{si } j = 0 \\ \frac{e^{na} - 1}{\sqrt{n}(e^{a+2i\pi j/n} - 1)} & \text{si } j \neq 0 \end{cases}$$

la demostración es análoga a la anterior.

4.4 Transformada Rápida de Fourier.

La transformada discreta de Fourier posee un rol tremendamente significativo en el esquema, análisis y elaboración de sistemas algorítmicos de procedimiento de señales en tiempo discreto. Las características fundamentales de la DFT y de la FT, hacen que sea exclusivamente interesante examinar y diseñar sistemas en el dominio de Fourier. También es significativo el hecho de que constan algoritmos calificados para el cálculo explícito de la DFT. Como consecuencia, la DFT se transforma en un mecanismo significativo en diversas aplicaciones experiencias de los sistemas en tiempo discreto.

La DFT se basa en muestras de la transformada de Fourier en frecuencias equiespaciadas. Por lo tanto, el cálculo de una DFT de N puntos concierne al cálculo de N muestras de la transformada de Fourier en las N frecuencias equiespaciadas, donde W_k , es el número de puntos de la transformada discreta de Fourier, N , son las n , frecuencias equiespaciadas y $2\pi k$, son las n , muestras de la transformada de Fourier.

$$W_k = \frac{2\pi k}{N},$$

CAPÍTULO V

5. TEORÍA DE LA APROXIMACIÓN.

5.1 Método de mínimos cuadrados.

Para determinar esta técnica se necesita establecer la principal línea de ajustes,

Para una colección de observaciones: $\{(x_i, y_i) | i = 1, 2, 3, 4, \dots, m\}$ que se desea ajustar o aproximar con un polinomio:

$$P_n(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0 \quad (69)$$

De grado $n < m - 1$ mediante el proceso de mínimos cuadrados. Para disminuir al mínimo el error de mínimos cuadrados, es imprescindible escoger las constantes a_0, a_1, \dots, a_n , de tal modo que:

$$E = \sum_{i=1}^m (y_i - P_n(x_i))^2 \quad (70)$$

$$= \sum_{i=1}^m (y_i - a_n x^n - a_{n-1} x^{n-1} - \dots - a_1 x - a_0)^2$$

Para minimizar E es obligatorio que $\frac{\partial E}{\partial a_j} = 0$, con cada $j = 0, 1, \dots, n$.

Así para cada j ,

$$0 = \frac{\partial E}{\partial a_j} = -2 \sum_{i=1}^m y_i x_i^j + 2 \sum_{k=0}^n a_k \sum_{i=1}^m x_i^{j+k}, \quad (71)$$

Esto da $n + 1$ ecuaciones denominadas normales en las $n + 1$ incógnitas a_j ,

$$\sum_{k=0}^n a_k \sum_{i=1}^m x_i^{j+k} = \sum_{i=1}^m y_i x_i^j, \text{ para cada } j = 0, 1, \dots, n. \quad (72)$$

El Sistema lineal de $n + 1$ ecuaciones con $n + 1$ incógnitas a_0, a_1, \dots, a_n , cuyos valores minimizan E , viene dado mediante:

$$\left\{ \begin{array}{l} a_0 \sum_{i=1}^m x_i^0 + a_1 \sum_{i=1}^m x_i^1 + a_2 \sum_{i=1}^m x_i^2 + \dots + a_n \sum_{i=1}^m x_i^n = \sum_{i=1}^m y_i x_i^0, \\ a_0 \sum_{i=1}^m x_i^1 + a_1 \sum_{i=1}^m x_i^2 + a_2 \sum_{i=1}^m x_i^3 + \dots + a_n \sum_{i=1}^m x_i^{n+1} = \sum_{i=1}^m y_i x_i^1, \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ a_0 \sum_{i=1}^m x_i^n + a_1 \sum_{i=1}^m x_i^{n+1} + a_2 \sum_{i=1}^m x_i^{n+2} + \dots + a_n \sum_{i=1}^m x_i^{2n} = \sum_{i=1}^m y_i x_i^n. \end{array} \right.$$

5.2 Regresión Lineal Simple.

En varias aplicaciones de estadísticas, el ajuste lineal es un modelo usado para aproximar la relación existente para dos o más variables.

5.2.1 Modelo lineal simple.

A continuación, se detalla la ecuación de la recta:

$$y = \beta_0 + \beta_1 x. \tag{73}$$

Donde β_0 es la intercepción de la recta con el eje y y β_1 es la pendiente de la recta, así el modelo es determinístico.

En el momento que se quiera integrar al prototipo determinístico el resultado aleatorio de las variantes se le aumenta un elemento que compete al error y el prototipo se presenta de la siguiente manera:

$$y = \beta_0 + \beta_1 x + \varepsilon, \tag{74}$$

Donde,

y \longrightarrow variable dependiente a modelar.

x \longrightarrow variable independiente.

ε \longrightarrow error aleatorio.

β_0 \longrightarrow La ordenada del punto que interseca al eje y.

β_1 \longrightarrow La recta pendiente

5.2.2 Modelo Matricial para la Regresión Lineal.

En caso de tener, n observaciones de las variables independientes y dependientes

$(x_1; y_1), (x_2; y_2), \dots, (x_n; y_n)$ Y la ecuación lineal que las relaciona se refleja a continuación.

$$y = \beta_0 + \beta_1 x + \varepsilon.$$

Entonces se tiene las siguientes igualdades

$$\left\{ \begin{array}{l} y_1 = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \varepsilon_1 \\ y_2 = \beta_0 + \beta_2 x_2 + \varepsilon_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ y_n = \beta_0 + \beta_n x_n + \varepsilon_n \end{array} \right\} \quad (75)$$

Se obtiene las matrices

$$Y = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ y_n \end{pmatrix} \quad X = \begin{pmatrix} 1 & x_1 \\ 1 & x_2 \\ \cdot & \\ \cdot & \\ \cdot & \\ 1 & x_n \end{pmatrix} \quad (76)$$

$$\beta = \begin{pmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \end{pmatrix} \quad \varepsilon = \begin{pmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \varepsilon_n \end{pmatrix}, \quad (77)$$

Donde

Y Vector $n \times 1$ de los datos observados.

X Matriz de los valores de la variable independiente,

β Vector de los parámetros de la ecuación.

ε Vector errores aleatorios.

El sistema de las ecuaciones No. (75) es semejante a

$$Y = X\beta + \varepsilon, \quad (78)$$

Luego

$$b = \begin{pmatrix} b_0 \\ b_1 \end{pmatrix}, \quad (79)$$

Tenemos

$$\hat{Y} = Xb. \quad (80)$$

Por lo tanto

$$\varepsilon = Y - Xb, \quad (81)$$

$$\varepsilon' \varepsilon = (Y - Xb)' (Y - Xb) \quad (82)$$

$$= Y'Y - 2bX'Y + b'X'Xb, \quad (83)$$

Donde $\varepsilon' = (Y - Xb)'$, es decir la transpuesta de ε .

Derivando con respecto a b , e igualando a cero

$$\frac{\partial \varepsilon' \varepsilon}{\partial b} = -2X'Y + 2X'Xb = 0, \quad (84)$$

Cuyo resultado es

$$X'Xb = X'Y. \quad (85)$$

Las matrices $X'X$ y $X'Y$ resultan ser

$$X'X = \begin{pmatrix} n & \sum_{i=1}^n x_i \\ \sum_{i=1}^n x_i & \sum_{i=1}^n x_i^2 \end{pmatrix} \quad Y \quad X'Y = \begin{pmatrix} \sum_{i=1}^n y_i \\ \sum_{i=1}^n x_i y_i \end{pmatrix}. \quad (86)$$

Si se considera que $X'X$ invertible, llegamos a

$$b = (X'X)^{-1} X'Y \quad (87)$$

Transformación de Modelos No lineales a lineales.

En varios momentos los modelos no lineales logran ser linealizados si se cumplen varias conversiones a las variables, ya sea a la predicción, a la respuesta o a ambas.

5.2.3 Modelo Exponencial

$$\text{Es } y = e^{\beta_0 + \beta_1 x + \varepsilon}, \quad (88)$$

Sacando logaritmos

$$\ln y = \beta_0 + \beta_1 x + \ln \varepsilon, \quad (89)$$

Si suponemos $z = \ln y$ entonces $z = \beta_0 + \beta_1 x + \ln \varepsilon$, que se estima con

$$\hat{z} = b_0 + b_1x \quad (90)$$

donde \hat{z} es el estimador de z que es un modelo lineal.

5.2.4 Modelo multiplicativo o Potencial.

Es:

$$y = \alpha x^\beta \varepsilon, \quad (91)$$

Sacando logaritmos en ambos lados

$$\ln y = \ln \alpha + \beta \ln x + \ln \varepsilon, \quad (92)$$

Hacer $z = \ln y$, $t = \ln x$, $\beta_1 = \beta$, el modelo se transcribe de la siguiente manera

$$z = \beta_0 + \beta_1 t + \varepsilon, \quad (93)$$

Que se estima por

$$\hat{z} = b_0 + b_1 t \quad (94)$$

Donde \hat{z} es el estimador de z

5.3 Regresión Múltiple.

Este modelo de regresión lineal

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \dots + \beta_k x_k + \varepsilon, \quad (95)$$

5.3.1 Estimación de los Parámetros.

De la misma manera que el método de regresión lineal para la estimación de los parámetros se emplea el método de mínimos cuadrados, para reducir el cuadrado de la sumatoria de los errores, causado por las estimaciones con respecto a las observaciones.

Supóngase que se dispone de $n > k$ datos observados

y	x_1	x_2	\dots	x_k
y_1	x_{11}	x_{12}	\dots	x_{1k}
y_2	x_{21}	x_{22}	\dots	x_{2k}
\cdot	\cdot	\cdot	\cdot	\cdot
\cdot	\cdot	\cdot	\cdot	\cdot
\cdot	\cdot	\cdot	\cdot	\cdot
y_n	x_{n1}	x_{n2}	\dots	x_{nk}

Si \hat{y} es la variable predictora de y , la ecuación de regresión es:

$$\hat{y} = b_0 + b_1 x_1 + b_2 x_2 + \dots + b_k x_k, \quad (96)$$

Escribamos la igualdad (96)

$$\left. \begin{array}{l} \hat{y}_1 = b_0 + b_1 x_{11} + b_2 x_{12} + \dots + b_k x_{1k} \\ \hat{y}_2 = b_0 + b_1 x_{21} + b_2 x_{22} + \dots + b_k x_{2k} \\ \cdot \cdot \\ \cdot = \cdot \\ \cdot \cdot \\ \hat{y}_n = b_0 + b_1 x_{n1} + b_2 x_{n2} + \dots + b_k x_{nk} \end{array} \right\} \quad (97)$$

O en forma abreviada

$$\hat{y}_i = b_0 + \sum_{j=1}^k b_j x_{ij} \quad i = 1, 2, 3, \dots, n, \quad (98)$$

A continuación,

$$SCE = \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y})^2 \quad (99)$$

$$= \sum_{i=1}^n \left[y_i - \left(b_0 + \sum_{j=1}^k b_j x_{ij} \right) \right]^2. \quad (100)$$

Derivando la ecuación (99), *SCE* con respecto a $b_0, b_1, \dots, b_k = 0$, obtendremos

$$\begin{aligned} \frac{\partial(SCE)}{\partial b_0} &= -2 \sum_{i=1}^n \left(y_i - b_0 - \sum_{j=1}^k b_j x_{ij} \right) = 0 \\ \frac{\partial(SCE)}{\partial b_1} &= -2 \sum_{i=1}^n x_{i1} \left(y_i - b_0 - \sum_{j=1}^k b_j x_{ij} \right) = 0 \\ &\vdots \\ &= \vdots \\ &\vdots \\ \frac{\partial(SCE)}{\partial b_k} &= -2 \sum_{i=1}^n x_{ik} \left(y_i - b_0 - \sum_{j=1}^k b_j x_{ij} \right) = 0, \end{aligned} \quad (101)$$

Después de resumir las igualdades, se consiguen las ecuaciones normales de mínimos cuadrados

$$\begin{aligned} nb_0 + b_1 \sum_{i=1}^n x_{i1} + b_2 \sum_{i=1}^n x_{i2} + \dots + b_k \sum_{i=1}^n x_{ik} &= \sum_{i=1}^n y_i \\ b_0 \sum_{i=1}^n x_{i1} + b_1 \sum_{i=1}^n x_{i1}^2 + b_2 \sum_{i=1}^n x_{i1} x_{i2} + \dots + b_k \sum_{i=1}^n x_{i1} x_{ik} &= \sum_{i=1}^n x_{i1} y_i \\ &\vdots \\ &\vdots \\ &\dots \\ b_0 \sum_{i=1}^n x_{ik} + b_1 \sum_{i=1}^n x_{ik} x_{i1} + b_2 \sum_{i=1}^n x_{ik} x_{i2} + \dots + b_k \sum_{i=1}^n x_{ik}^2 &= \sum_{i=1}^n x_{ik} y_i, \end{aligned} \quad (102)$$

En cualquier tiempo, se establece de un conjunto de ecuaciones de $p = k + 1$ que comprenden a los coeficientes desconocidos.

CAPÍTULO VI

6. MATERIALES Y MÉTODOS.

6.1 Contexto Territorial – Tipo de Investigación – Población y Muestra

Esmeraldas es una ciudad de las 24 provincias del Ecuador, se encuentra ubicada al norte lindando con nuestro vecino país fronterizo Colombia, La capital de la provincia lleva su mismo nombre y es una tierra plana costera llena de lindos paisajes y tierra fructífera, La empresa Eléctrica de Esmeraldas se constituyó con el nombre Empresa Eléctrica Regional Esmeraldas S.A. Inicio sus actividades comerciales el 29/03/1963 como sociedades, dedicada a actividades de transmisión y distribución de energía eléctrica.

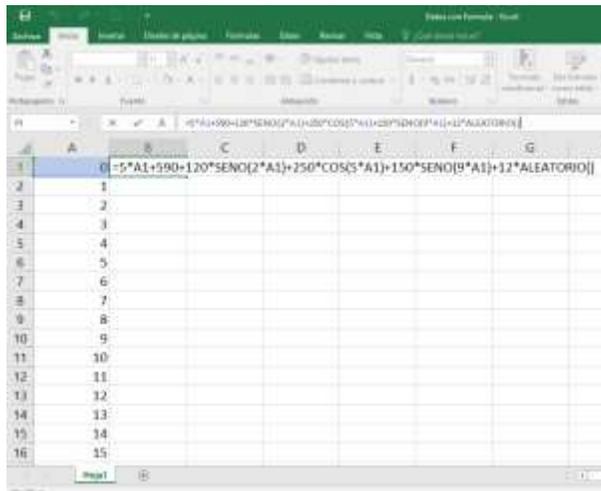
En el año 2013 mediante Decreto Ejecutivo No. 1459, emitido el 13 de marzo del mismo año se constituyó la Empresa Eléctrica Pública Estratégica Corporación Nacional de Electricidad CNEL EP, con el fin de prestar los servicios públicos de distribución y comercialización de energía eléctrica. Esta, tiene como objeto brindar el servicio público de distribución y comercialización de energía eléctrica, dentro del área asignada, bajo el régimen de exclusividad regulado por el Estado, a efectos de satisfacer la demanda de energía eléctrica, en las condiciones establecidas en la normativa aplicable al sector eléctrico y suministrar electricidad a los consumidores.

El tipo y diseño de investigación utilizado para la realización de este proyecto es el análisis cuantitativo, la población de estudio o tamaño de la muestra es obtenida por el departamento de sistemas de La Corporación Nacional de Electricidad CNEL S.A. Esmeraldas, la cual no proporciona una cantidad determinada de muestras del consumo de energía eléctrica de un sector específico en la ciudad de Esmeraldas, también podemos generar algunos tipos de series cronológicas utilizando programas específicos tales como Excel, Matlab, Delphi, etc.

6.2 PROCESAMIENTO DE LA INFORMACIÓN

Se crea un archivo Excel en el cual se debe ingresar la serie, se puede ver a continuación.

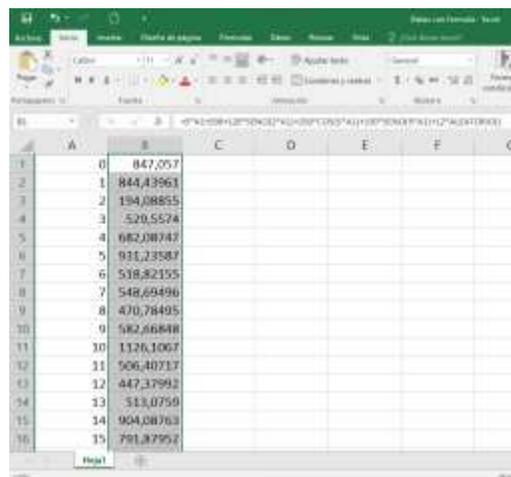
Figura No. 3 Creación de Serie – paso 1



Fuente. Autor

Dar Clic para obtener el valor de la serie y luego arrastrar con el Mouse para completar el número de datos.

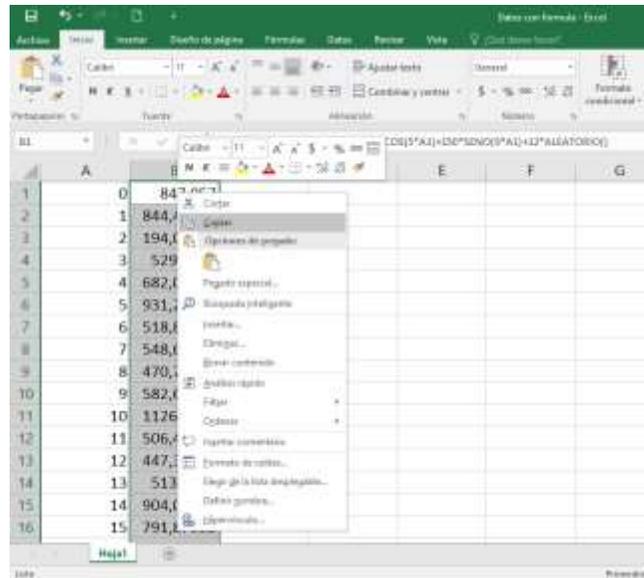
Figura No. 4 Creación de Serie – paso 2



Fuente. Autor

Copiar esos datos y con clic derecho.

Figura No. 5 Creación de Serie – paso 3

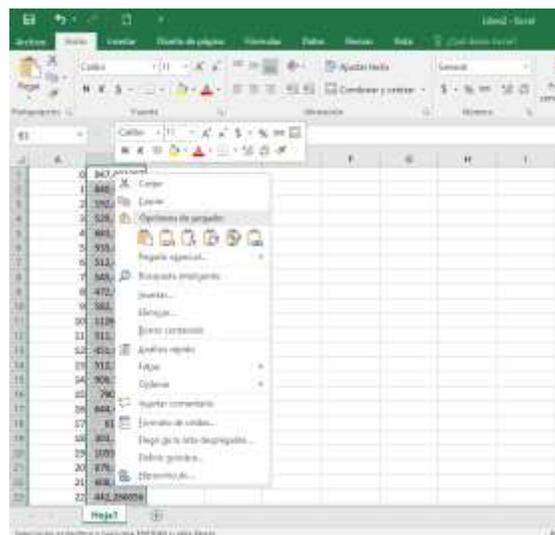


Fuente. Autor

pegar los datos con el comando especial escogiendo la opción “valores” esto permite que los datos no varíen por el aleatorio.

0987036281 carolina

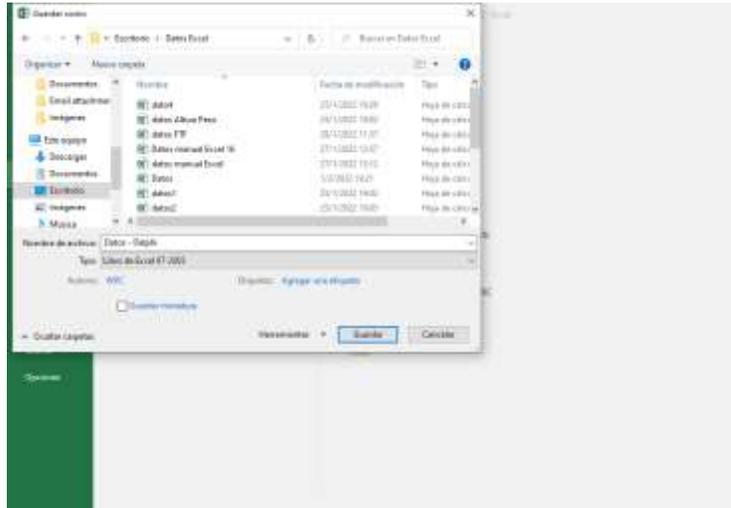
Figura No. 6 Creación de Serie – paso 4



Fuente. Autor

Por ultimo grabar los datos como archivo de Excel. Como se muestra en la siguiente figura.

Figura No. 7 Creación de Serie – paso 5



Fuente. Autor

Menú principal del sistema

El Sistema contiene un menú principal en donde se presentan diferentes opciones a las que el usuario puede acceder para manipular la información.

Figura No. 8 Menú principal del Sistema Delphi



Fuente. Autor

Análisis de datos

Esta opción tiene 3 ítems: Importar datos, generar datos y generar como se muestra en la siguiente

Figura No. 9 Opción análisis de datos

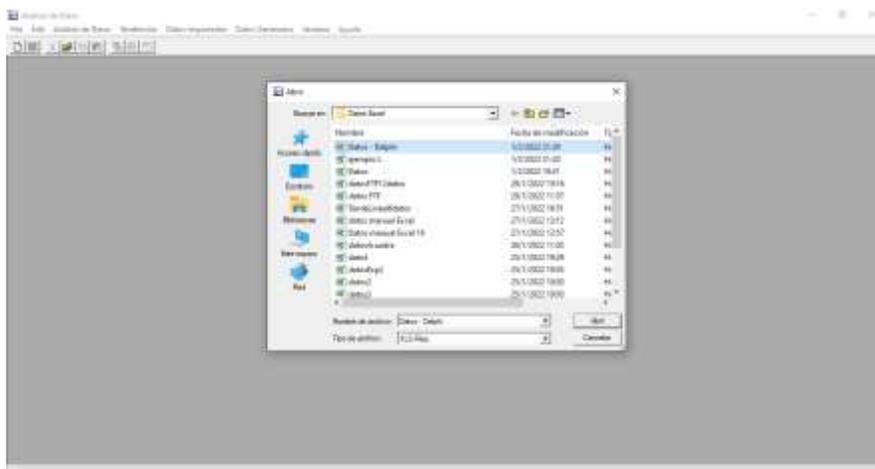


Fuente. Autor

Importar Datos.- Esta opción permite al usuario importar los datos desde Excel.

Primero se debe hacer clic en la opción importar datos (ver figura No. 8) y esperar desde donde se va importar la información. Luego se escoge el archivo seleccionado y se da clic en abrir.

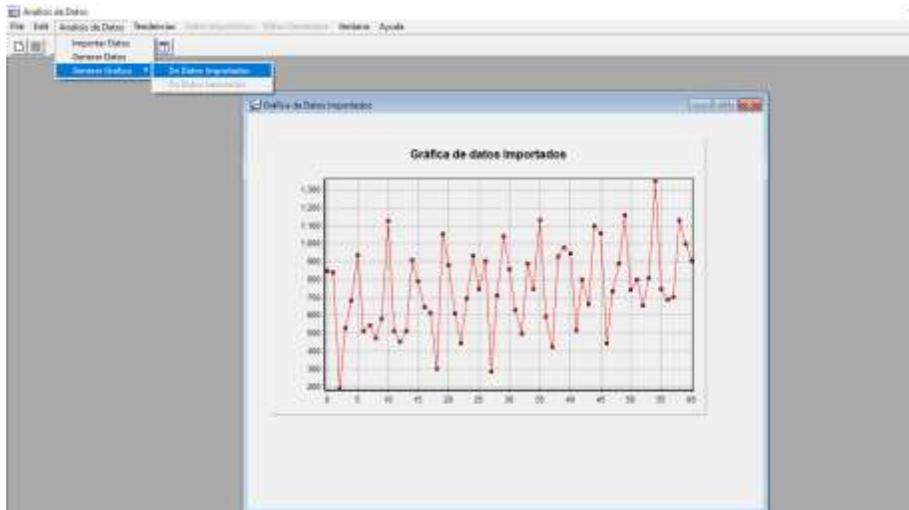
Figura No. 10 Importar datos – paso 1



Fuente. Autor

Generar Grafica. - Esta opción permite al usuario graficar los datos originales que se importan o se generan. Como se ve en la figura.

Figura No. 13 Generar grafica

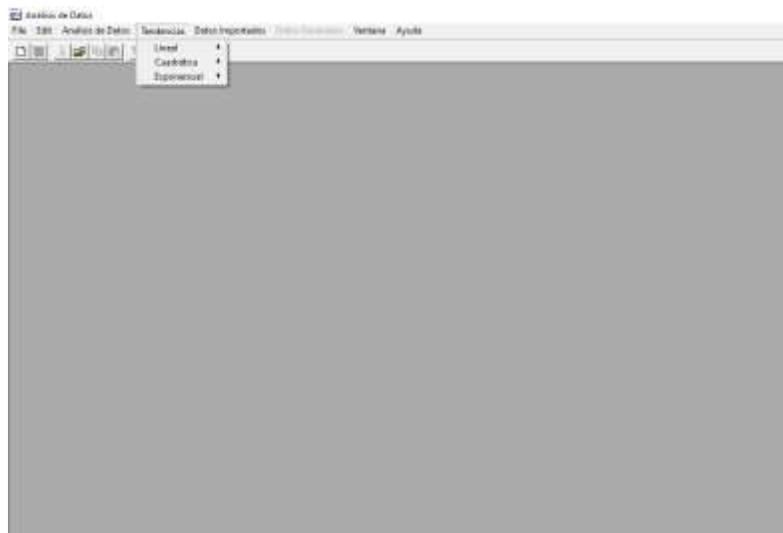


Fuente. Autor

Tendencias

Esta opción tiene 3 ítems que se describen a continuación:

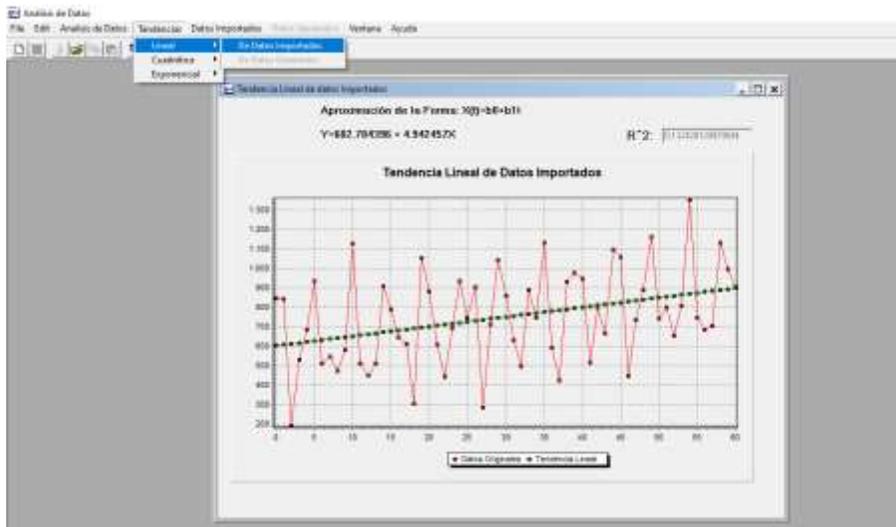
Figura No. 14 Tendencias



Fuente. Autor

Lineal. - El usuario con esta opción puede sacar la tendencia lineal de los datos importados y generados. Como se ve en la figura.

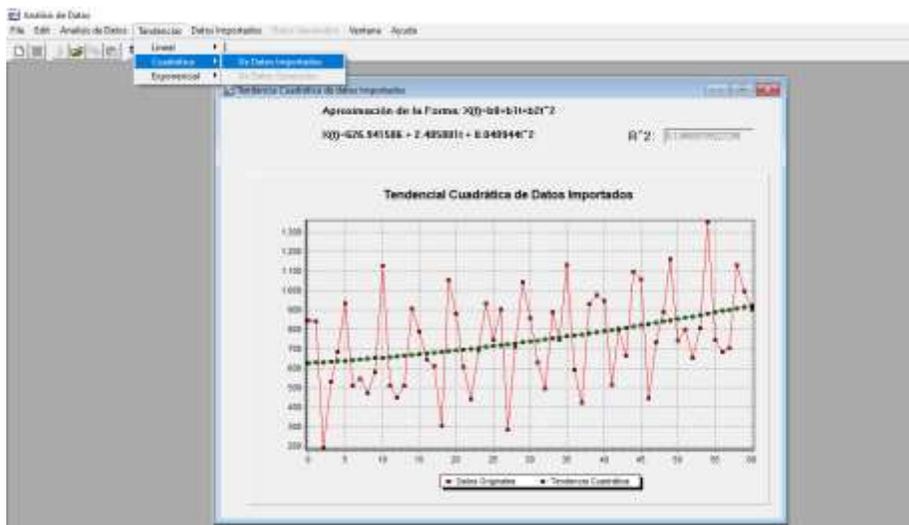
Figura No. 15 Generar grafica Tendencia Lineal



Fuente. Autor

Cuadrática. - El usuario con esta opción puede sacar la tendencia cuadrática de los datos importados y generados. Como se ve en la figura.

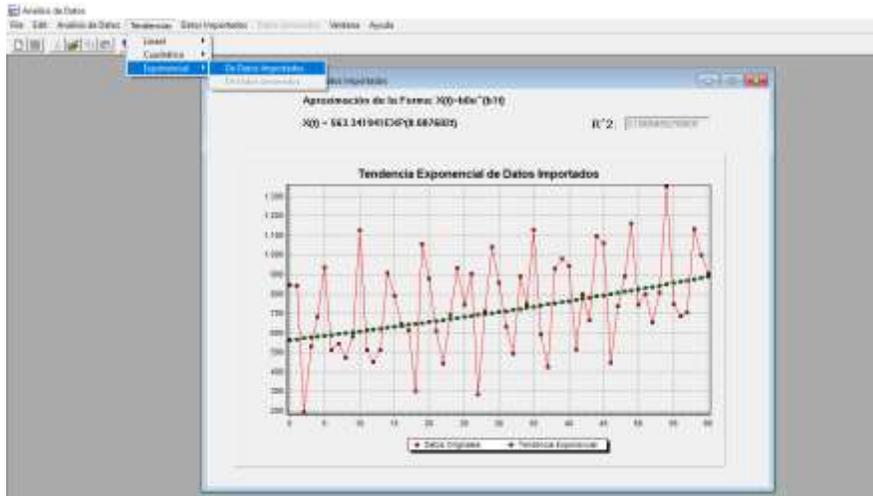
Figura No. 16 Generar grafica Tendencia Cuadrática



Fuente. Autor

Exponencial. - El usuario con esta opción puede sacar la tendencia exponencial de los datos importados. Como se ve en la figura.

Figura No. 17 Generar grafica Tendencia Exponencial

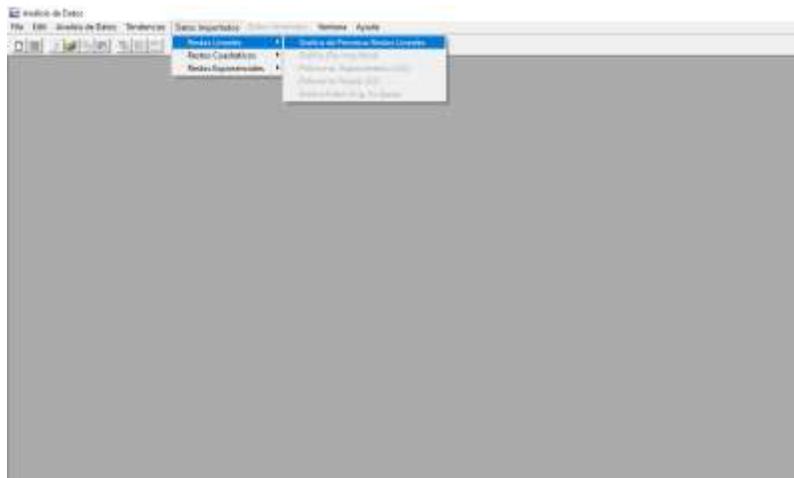


Fuente. Autor

Datos Importados y Datos Generados

Esta opción tiene 3 ítems como se muestra en la figura que se describen a continuación:

Figura No. 18 Datos Importados y datos Generados



Fuente. Autor

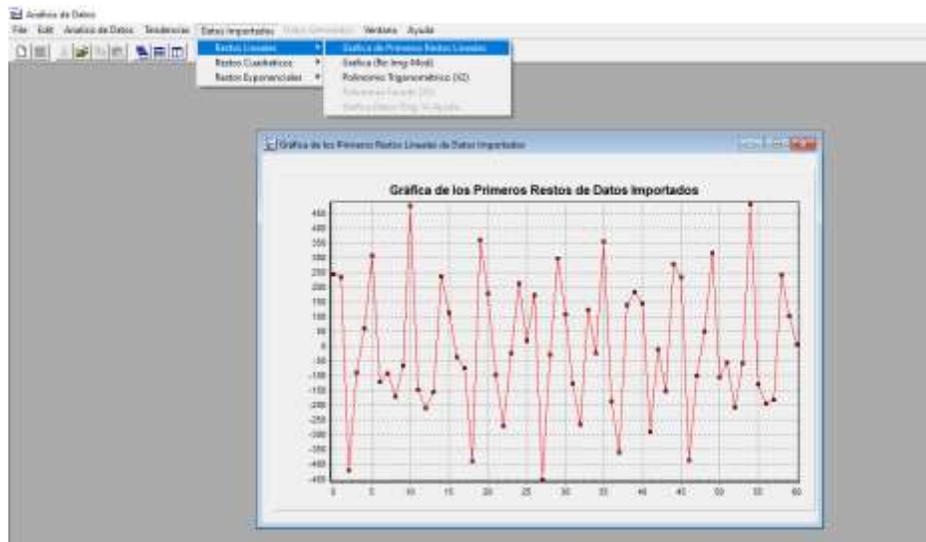
- **Restos Lineales**
- **Restos Cuadráticos**
- **Restos Exponenciales.**

De los Restos Lineales, Cuadráticos y Exponenciales

Tenemos los 5 ítems que son utilizados para datos importados y generados se realizan todo el proceso, parecido para todos los casos:

Grafica de Primeros Restos Lineales. - Con esta opción se saca los primeros restos Lineales de los datos importados, de igual forma saca los primeros restos Lineales de los datos generados, Este mismo proceso se realiza para los restos cuadráticos y restos exponenciales tanto para importados como generados.

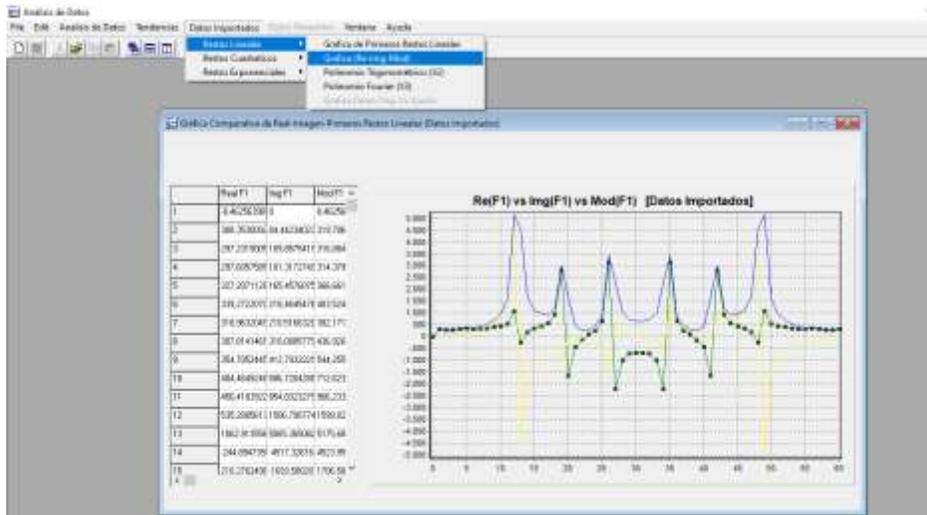
Figura No. 19 Grafica de primeros restos lineales



Fuente. Autor

Grafica (Re-Img-Mod) El usuario con esta opción saca las grafica de la parte real, imaginaria, y módulo de los primeros restos Lineales de los datos importados, de igual forma sacara la gráfica de la parte real, imaginaria, y módulo de los primeros restos Lineales de los datos generados, Este mismo proceso se realiza para los restos cuadráticos y restos exponenciales tanto para importados como generados.

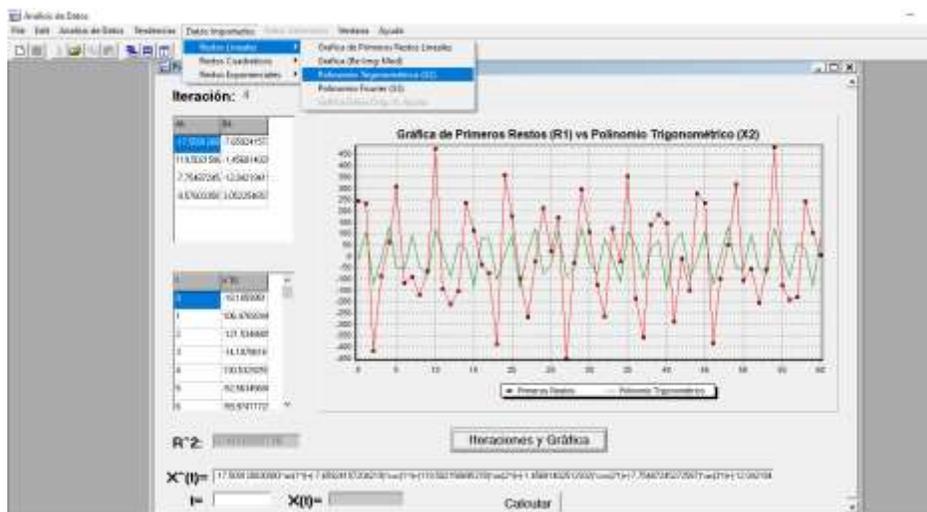
Figura No. 20 Grafica de la parte Real, Imaginaria y Modulo



Fuente. Autor

Grafica x2.-El usuario con esta opción saca las gráficas del polinomio trigonométrico de los restos lineales de los datos importados, de igual forma saca la gráfica del polinomio trigonométrico de los restos lineales de los datos generados, Este mismo proceso se realiza para los restos cuadráticos y restos exponenciales tanto para importados como generados.

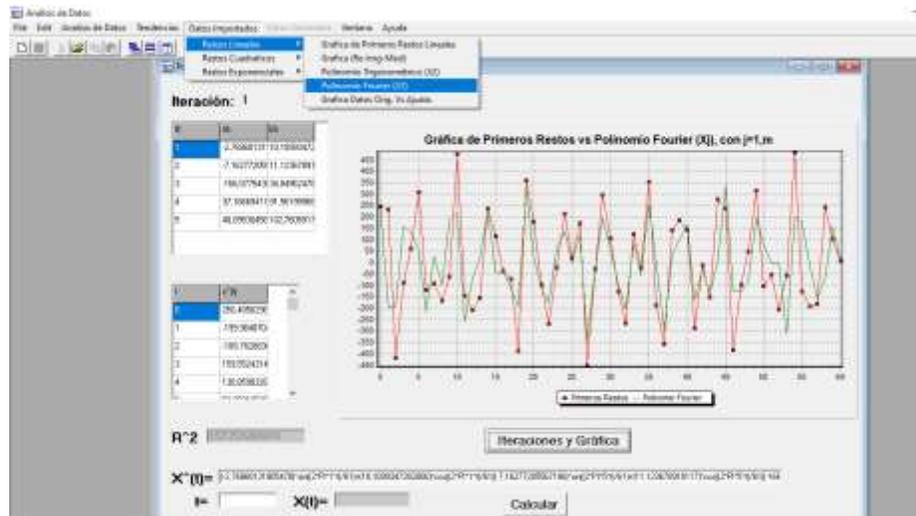
Figura No. 21 Grafica de x2, polinomio trigonométrico



Fuente. Autor

Grafica x3.-El usuario con esta opción saca las gráficas de la transformada de Fourier de los restos lineales de los datos importados, de igual forma saca la gráfica de la transformada de Fourier de los restos lineales de los datos generados, Este mismo proceso se realizará para los restos cuadráticos y restos exponenciales tanto para importados como generados.

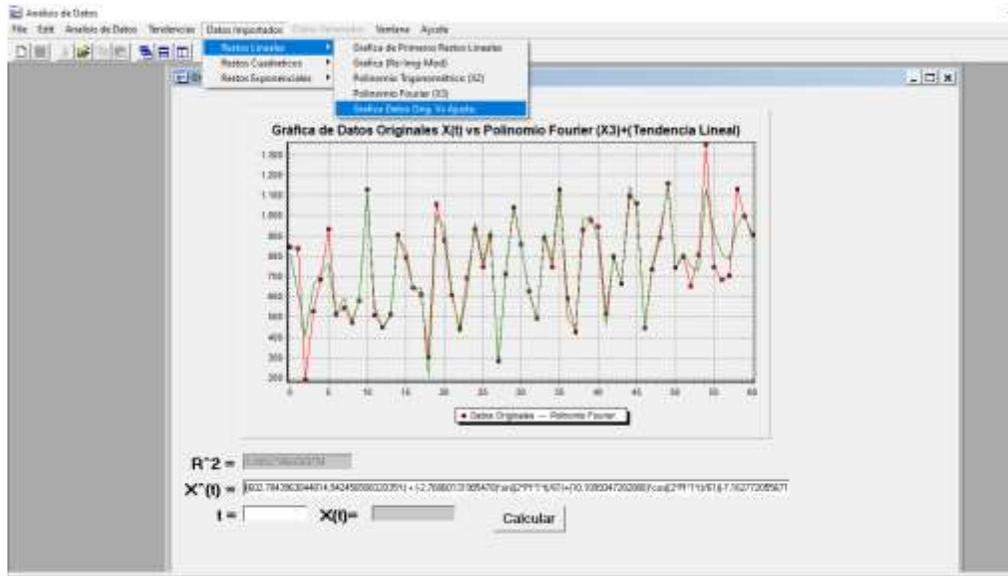
Figura No. 22 Grafica x3, transformada de Fourier



Fuente. Autor

Grafica de Datos Orig Vs Ajusta. – En esta opción el usuario saca la gráfica de los datos originales versus los datos ajustados (suma de los restos más la tendencia) de los restos lineales de los datos importados, de igual forma saca la gráfica de los datos originales versus los ajustados de los restos lineales de los datos generados, Este mismo proceso se realizará para los restos cuadráticos y restos exponenciales tanto para importados como generados.

Figura No. 23 Grafica de datos originales Vs ajustada



Fuente. Autor

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Conclusiones

- Lo importante de realizar modelos matemáticos para este proyecto de maestría y principalmente el uso de la modelación matemática y simulación numérica, se centra en la necesidad cierta de predecir el futuro de una empresa.
- Las series cronológicas aparecen en muchos campos de las ciencias científicas.
- El modelo matemático utilizado en este proyecto fue el de análisis espectral.

Recomendaciones

- Debido a la importancia del problema de pronóstico de series de tiempo, se sugiere hacer un análisis más profundo en métodos de pronósticos como el análisis espectral.

BIBLIOGRAFÍA

- ArellanoMireya. (2001). *Introducción al Análisis Clásico de Series de Tiempo*. Obtenido de <http://ciberconta.unizar.es/leccion/seriest/100.HTM>
- Avila Blas, O. J., Abril, J. C., & Lesino, G. (s.f.). *RADIACION Y TEMPERATURA DIARIAS*. Obtenido de RADIACION Y TEMPERATURA DIARIAS: UN MODELO DE CORRELACION ESTRUCTURAL: <https://www.mendoza-conicet.gob.ar/asades/modulos/averma/trabajos/2000/2000-t011-a006.pdf>
- BURDERN, Richard, L., FAIRES, & J, D. (2002). *Análisis numérico*. México: Thomson Learning.
- Cañar, P. (2000). *Calameo*. Obtenido de <https://es.calameo.com/read/002001000172a3edbf598>
- Electricidad, A. d. (2016). *Estadística anual y multianual del sector Eléctrico Ecuatoriano*. Ecuador. Obtenido de <https://www.regulacionelectrica.gob.ec/wp-content/uploads/downloads/2017/08/Estad%C3%ADstica-anual-y-multianual-sector-el%C3%A9ctrico-2016.pdf>
- fdzgd. (s.f.). *fdafgadgasgfa*. Obtenido de dgdag.
- HWEI, p. (1974). *Análisis de Fourier*. Fondo Educativo Interamericano.
- Lema Paucar, E. (s.f.). *Memoria Técnica. (Tesis de grado de Ingeniería)*. ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DE CHIMBORAZO, Riobamba.
- loor, I. (6 de diciembre de 1984). *el amor de marco reyes*.
- Mexico, G. (19 de diciembre de 2021). *Sin Fronteras*. Obtenido de Cinvestav: <https://conexion.cinvestav.mx/academia/Sin-Fronteras/la-modelaci243n-matem225tica-puede-ayudar-a-predecir-fen243menos-naturales-o-sociales>
- Mora Guevara, K. A., Cedillo Arce, J. M., Bravo Moreno, J. I., & Saltos Arce, M. I. (2018). *ReciMundo. Revista Científica Mundo de la Investigación y el Conocimiento*.
- NAVA. (2002). *Procesamiento de series de tiempo*. México: Fondo de Cultura Económica.
- OPPENHEIM, SHAFER, A, BACK, & J. (2000). *Tratamientos de señales en tiempo discreto*. Madrid: Prentice Hall Iberia.
- PISKUNOV, & N. (1983). *Calculo diferencial e integral*. Moscú: Mir.
- POPOULIS, & A. (1978). *Sistemas digitales y analógicos, Transformada de Fourier, Estimación espectral*. Boixareu Editores.
- Roldán, P. N. (03 de enero de 2019). *Modelo matemático*. . Obtenido de Economipedia.com: <https://economipedia.com/definiciones/modelo-matematico.html>
- Roldán, P. N. (2021). *Economipedia*. Obtenido de Modelo Matemático: <https://economipedia.com/definiciones/modelo-matematico.html>