

UNEMI

UNIVERSIDAD ESTATAL DE MILAGRO

REPÚBLICA DEL ECUADOR

UNIVERSIDAD ESTATAL DE MILAGRO

VICERRECTORADO DE INVESTIGACIÓN Y POSGRADO

PROYECTO DE INVESTIGACIÓN Y DESARROLLO PREVIO A LA OBTENCIÓN
DEL TÍTULO DE:

MAGÍSTER EN EDUCACIÓN DE BACHILLERATO CON MENCIÓN EN
PEDAGOGÍA DE LA MATEMÁTICA.

TEMA:

IMPACTO DEL SOFTWARE GEOGEBRA EN EL PROCESO DE APRENDIZAJE
DE LAS FUNCIONES CUADRÁTICAS EN EL PRIMER AÑO DE BACHILLERATO

Autor:

Pablo Luis Ioaiza Mazon

Nathali Jaritza Sandoval

Director:

JOMAR ELIZABETH GUZMAN SERAQUIVE

Milagro, 1 de diciembre de 2024

Derechos de autor

Sr. Dr.

Fabricio Guevara Viejó

Rector de la Universidad Estatal de Milagro

Presente.

Yo, **Pablo Luis Loaiza Mazon** en calidad de autor y titular de los derechos morales y patrimoniales de este informe de investigación, mediante el presente documento, libre y voluntariamente cedo los derechos de Autor de este proyecto de desarrollo, que fue realizada como requisito previo para la obtención de mi Grado, de **Magíster en Educación De Bachillerato Con Mención en Pedagogía de la Matemática**, como aporte a la Línea de **Investigación en Educación, Cultura, Tecnología en Innovación para la sociedad MGE** de conformidad con el Art. 114 del Código Orgánico de la Economía Social de los Conocimientos, Creatividad e Innovación, concedo a favor de la Universidad Estatal de Milagro una licencia gratuita, intransferible y no exclusiva para el uso no comercial de la obra, con fines estrictamente académicos. Conservo a mi favor todos los derechos de autor sobre la obra, establecidos en la normativa citada.

Así mismo, autorizo a la Universidad Estatal de Milagro para que realice la digitalización y publicación de este Proyecto de Investigación en el repositorio virtual, de conformidad a lo dispuesto en el Art. 144 de la Ley Orgánica de Educación Superior.

El autor declara que la obra objeto de la presente autorización es original en su forma de expresión y no infringe el derecho de autor de terceros, asumiendo la responsabilidad por cualquier reclamación que pudiera presentarse por esta causa y liberando a la Universidad de toda responsabilidad.

Milagro, **1 de diciembre del 2024**

Pablo Luis Loaiza Mazon
C.I 0951934546

Derechos de autor

Sr. Dr.

Fabricio Guevara Viejó

Rector de la Universidad Estatal de Milagro

Presente.

Yo, **Nathali Jaritza Sandoval Murillo** en calidad de autor y titular de los derechos morales y patrimoniales de este informe de investigación, mediante el presente documento, libre y voluntariamente cedo los derechos de Autor de este proyecto de desarrollo, que fue realizada como requisito previo para la obtención de mi Grado, de **Magíster en Educación De Bachillerato Con Mención en Pedagogía de la Matemática**, como aporte a la Línea de **Investigación en Educación, Cultura, Tecnología en Innovación para la sociedad MGE** de conformidad con el Art. 114 del Código Orgánico de la Economía Social de los Conocimientos, Creatividad e Innovación, concedo a favor de la Universidad Estatal de Milagro una licencia gratuita, intransferible y no exclusiva para el uso no comercial de la obra, con fines estrictamente académicos. Conservo a mi favor todos los derechos de autor sobre la obra, establecidos en la normativa citada.

Así mismo, autorizo a la Universidad Estatal de Milagro para que realice la digitalización y publicación de este Proyecto de Investigación en el repositorio virtual, de conformidad a lo dispuesto en el Art. 144 de la Ley Orgánica de Educación Superior.

El autor declara que la obra objeto de la presente autorización es original en su forma de expresión y no infringe el derecho de autor de terceros, asumiendo la responsabilidad por cualquier reclamación que pudiera presentarse por esta causa y liberando a la Universidad de toda responsabilidad.

Milagro, **1 de diciembre del 2024**

Nathali Jaritza Sandoval Murillo

C.I. 1205605015

Aprobación del Director del Trabajo de Titulación

Yo, **JOMAR ELIZABETH GUZMAN SERAQUIVE** en mi calidad de director del trabajo de titulación, elaborado por **Pablo Luis Loiza Mazon y Nathali Jaritza Sandoval Murillo**, cuyo tema es **IMPACTO DEL SOFTWARE GEOGEBRA EN EL PROCESO DE APRENDIZAJE DE LAS FUNCIONES CUADRÁTICAS EN EL PRIMER AÑO DE BACHILLERATO**, que aporta a la Línea de Investigación en **Educación, Cultura, Tecnología en Innovación para la sociedad MGE**, previo a la obtención del Grado **Magíster en Educación De Bachillerato Con Mención en Pedagogía de la Matemática** Trabajo de titulación que consiste en una propuesta innovadora que contiene, como mínimo, una investigación exploratoria y diagnóstica, base conceptual, conclusiones y fuentes de consulta, considero que el mismo reúne los requisitos y méritos necesarios para ser sometido a la evaluación por parte del tribunal calificador que se designe, por lo que lo **APRUEBO**, a fin de que el trabajo sea habilitado para continuar con el proceso de titulación de la alternativa de Informe de Investigación de la Universidad Estatal de Milagro.

Milagro, **1 de diciembre**



Firmado electrónicamente por:
**JOMAR ELIZABETH
GUZMAN
SERAQUIVE**

JOMAR ELIZABETH GUZMAN SERAQUIVE

C.I. 0604669191

Aprobación del tribunal calificador



VICERRECTORADO DE INVESTIGACIÓN Y POSGRADO FACULTAD DE POSGRADO CERTIFICACIÓN DE LA DEFENSA

El TRIBUNAL CALIFICADOR previo a la obtención del título de **MAGÍSTER EN EDUCACIÓN DE BACHILLERATO CON MENCIÓN EN PEDAGOGÍA DE LA MATEMÁTICA**, presentado por **CPA. SANDOVAL MURILLO NATHALI JARITZA**, otorga al presente proyecto de investigación denominado "IMPACTO DEL SOFTWARE GEOGEBRA EN EL PROCESO DE APRENDIZAJE DE LAS FUNCIONES CUADRÁTICAS EN EL PRIMER AÑO DE BACHILLERATO ", las siguientes calificaciones:

TRABAJO DE TITULACIÓN	57.83
DEFENSA ORAL	36.17
PROMEDIO	94.00
EQUIVALENTE	Muy Bueno



Mag Edu SALAVARRIA MELO PETITA ISABEL
PRÉSIDENTE/A DEL TRIBUNAL



NAVAS MONTES YONAIKER DEL MAR
VOCAL



Mgtr. CASTRO CASTILLO GRACIELA JOSEFINA
SECRETARIO/A DEL TRIBUNAL

VICERRECTORADO DE INVESTIGACIÓN Y POSGRADO
FACULTAD DE POSGRADO
CERTIFICACIÓN DE LA DEFENSA

El TRIBUNAL CALIFICADOR previo a la obtención del título de **MAGÍSTER EN EDUCACIÓN DE BACHILLERATO CON MENCIÓN EN PEDAGOGÍA DE LA MATEMÁTICA**, presentado por **LOAIZA MAZON PABLO LUIS**, otorga al presente proyecto de investigación denominado "IMPACTO DEL SOFTWARE GEOGEBRA EN EL PROCESO DE APRENDIZAJE DE LAS FUNCIONES CUADRÁTICAS EN EL PRIMER AÑO DE BACHILLERATO ", las siguientes calificaciones:

TRABAJO DE TITULACIÓN	57.83
DEFENSA ORAL	38.33
PROMEDIO	96.17
EQUIVALENTE	Excelente



Firmado electrónicamente por:
PETITA ISABEL
SALAVARRIA MELO

Mag Edu SALAVARRIA MELO PETITA ISABEL
PRESIDENTE/A DEL TRIBUNAL



Firmado electrónicamente por:
YONAIKER DEL MAR
NAVAS MONTES

NAVAS MONTES YONAIKER DEL MAR
VOCAL



Firmado electrónicamente por:
GRACIELA JOSEFINA
CASTRO CASTILLO

Mgtr. CASTRO CASTILLO GRACIELA JOSEFINA
SECRETARIO/A DEL TRIBUNAL

DEDICATORIA

Dios quien me ha guiado con su amor paciente y bondadoso ha estado conmigo tomándome de la mano y me ha levantado cada vez que todo se ponía difícil.

A mis padres Luis Loaiza y Mical Mazon quienes con su amor, paciencia, sacrificios y trabajo me motivaron a lograr mis metas. Todo sus esfuerzos y dedicación han obtenido frutos porque gracias a ellos soy la persona que ven ya que han sido un pilar fundamental en mi vida y en todo este proceso de formación.

A toda mi familia que ha estado conmigo en esta etapa importante de mi vida que a través de sus consejos y apoyo han sembrado en mí la ganas de superarme para ser constante en lo que deseo, para ustedes con todo mi cariño.

Pablo Loaiza Mazon

A Dios, por ser mi guía constante y por otorgarme la fuerza y sabiduría necesarias para culminar este importante paso en mi vida.

A mi familia, cuyo amor incondicional y apoyo inquebrantable han sido mi mayor fuente de inspiración y motivación. A mis padres, por sus sacrificios y enseñanzas, a mi hermana, y a mi hija, por su ánimo constante.

A mis profesores y tutora, quienes con su paciencia y conocimiento me han ayudado a crecer profesional y personalmente. Su dedicación a la enseñanza ha sido una luz en mi camino educativo.

A mis amigos, por su apoyo, compañía y por compartir conmigo esta maravillosa experiencia de aprendizaje. A todos aquellos que han creído en mí y me han alentado en cada paso de este recorrido.

Finalmente, dedico este trabajo a todos los futuros estudiantes que tendré el honor de enseñar. Su curiosidad y entusiasmo son la razón por la que elegí esta noble profesión.

Nathali Sandoval Murillo

AGRADECIMIENTOS

En primer lugar, quiero agradecer a Dios por darme vida, salud, sabiduría y fortaleza para culminar con éxito esta importante etapa y darme la oportunidad de vivir muchas experiencias maravillosas en el camino.

Agradezco infinitamente a mis padres quienes han sido y serán el pilar fundamental de mi vida, y que me han brindado su amor y apoyo incondicional, lo que me motiva a ser mejor cada día.

Gracias a los docentes quienes aportaron sus conocimientos a mi desarrollo académico, permitiendo descubrir mi vocación en esta carrera; así como también a los consejos y experiencias de vida que me inspiraron a continuar mis estudios e hicieron más viable y asequible mi carrera universitaria. Gracias a mi asesora académica, quien me brindó tiempo, conocimiento y guía durante todo el proceso.

Pablo Loaiza Mazon

Primero, expreso mi gratitud a Dios, cuya constante presencia me brindó la fortaleza y la sabiduría necesarias para superar los desafíos a lo largo de este camino.

Deseo extender mi más profundo agradecimiento a mi tutor de tesis por su paciencia, orientación y valiosas contribuciones que enriquecieron significativamente este trabajo. A mi familia, por su amor incondicional, su apoyo moral y emocional, y por ser mi mayor fuente de motivación.

También agradezco a los docentes y estudiantes que participaron en esta investigación, por su disposición y colaboración invaluable. Por último, a mis amigos y colegas, por su constante ánimo y por compartir conmigo esta experiencia inolvidable. A todos, mi más sincero agradecimiento.

Nathali Sandoval Murillo

Resumen

El objetivo de este estudio fue evaluar el impacto del software GeoGebra en el aprendizaje de funciones cuadráticas en estudiantes de primer año de bachillerato de la Unidad Educativa Adolfo María Astudillo, en Babahoyo, Ecuador, durante el período 2023-2024. Se empleó un diseño cuasi-experimental con grupos control y tratamiento, seleccionados con criterios de inclusión y exclusión que garantizaron la homogeneidad inicial. El grupo de tratamiento utilizó GeoGebra como herramienta pedagógica, mientras que el grupo de control recibió instrucción tradicional. Los datos se recolectaron mediante pruebas estandarizadas, aplicando un pre-test para diagnosticar competencias iniciales y un post-test para medir el rendimiento en funciones cuadráticas. Los resultados evidenciaron una diferencia estadísticamente significativa en favor del grupo de tratamiento, que alcanzó una media superior en el post-test, destacando la efectividad del software para mejorar la comprensión conceptual y la representación gráfica. Las conclusiones señalan que GeoGebra promueve un aprendizaje más interactivo y dinámico, facilitando el desarrollo de competencias matemáticas avanzadas. Se recomienda incluir este software en el currículo de matemáticas, capacitar a los docentes en su uso pedagógico e implementar sistemas de monitoreo continuo para evaluar su impacto en diferentes contextos educativos. Estos hallazgos subrayan el potencial de GeoGebra como una herramienta clave en la educación matemática moderna.

Palabras clave: GeoGebra, funciones cuadráticas, tecnología educativa, aprendizaje matemático.

Abstract

The study aimed to assess the impact of GeoGebra software on learning quadratic functions among first-year high school students at Unidad Educativa Adolfo María Astudillo in Babahoyo, Ecuador, during the 2023-2024 academic year. A quasi-experimental design was employed, involving control and treatment groups selected using inclusion and exclusion criteria to ensure initial homogeneity. The treatment group utilized GeoGebra as an educational tool, while the control group followed traditional instruction methods. Data collection included standardized tests, with a pre-test to assess initial competencies and a post-test to evaluate performance in quadratic functions. Results revealed a statistically significant advantage for the treatment group, which achieved higher average scores in the post-test, highlighting the software's effectiveness in enhancing conceptual understanding and graphical representation. The study concludes that GeoGebra fosters a more interactive and dynamic learning experience, supporting the development of advanced mathematical skills. Recommendations include integrating GeoGebra into the mathematics curriculum, providing teacher training on its pedagogical applications, and establishing continuous monitoring systems to evaluate its impact in diverse educational contexts. These findings underscore GeoGebra's potential as a transformative tool in modern mathematics education.

Keywords: GeoGebra, quadratic functions, educational technology, mathematics learning.

Lista de Figuras

Figura 1. <i>Distribución de Competencias Matemáticas Iniciales</i>	53
Figura 2. <i>Distribución de las Notas de la Prueba de Funciones Cuadráticas por Grupo</i>	57

Lista de Tablas

Tabla 1. <i>Matriz de operacionalización de las variables</i>	10
Tabla 2. <i>Estadística descriptiva de la Prueba de Competencias Matemáticas Iniciales Categorizados por Niveles</i>	52
Tabla 3. <i>Test de Shapiro – Willks: Competencias Matemáticas</i>	54
Tabla 4. <i>Test de Levene: Competencias Matemáticas</i>	55
Tabla 5. <i>Prueba t de Student: Comparación de Medias en Competencias Iniciales</i>	55
Tabla 6. <i>Estadística descriptiva de la Prueba de Funciones Cuadráticas (Post-test) por Grupos</i>	56
Tabla 7. <i>Tabla de Contingencia: Competencias en Matemáticas Inicial VS Desempeño en Funciones Cuadráticas (Post-test)</i>	58
Tabla 8. <i>Test de Shapiro – Willks: Funciones Cuadráticas</i>	59
Tabla 9. <i>Test de Levene – Willks: Funciones Cuadráticas</i>	60
Tabla 10. <i>Prueba t de Student: Comparación de Medias sobre el Desempeño en la Prueba de Funciones Cuadráticas</i>	60
Tabla 11. <i>Matriz de Estrategias</i>	64
Tabla 12. <i>Matriz de Actividades</i>	67
Tabla 13. <i>Plan de Acción</i>	69
Tabla 14. <i>Presupuesto</i>	71

Lista de Ilustraciones

Ilustración 1. <i>Pantalla de inicio de la Guía Interactiva</i>	72
Ilustración 2. <i>Índice de la Guía Interactiva</i>	72
Ilustración 3. <i>Apartado de selección de preguntas</i>	73
Ilustración 4. <i>Pregunta 4 de selección múltiple</i>	73

Índice

Introducción	1
Capítulo I: El problema de la investigación	4
1.1 Planteamiento del problema	4
1.2 Delimitación del problema	6
1.3 Formulación del problema	7
1.4 Preguntas de investigación	7
1.5 Determinación del tema	8
1.6 Objetivo general	8
1.7 Objetivos específicos	9
1.8 Hipótesis	9
1.9 Declaración de las variables (operacionalización)	10
1.10 Justificación	10
1.1 Alcance	11
2 CAPÍTULO II: Marco teórico referencial	13
2.1 Antecedentes	13
2.1.1 Antecedentes históricos	13
2.1.2 Antecedentes referenciales	15
2.2 Contenido teórico que fundamenta la investigación	20
2.3 Marco legal	36
2.4 Dimensiones	38
3 CAPÍTULO III: Diseño metodológico	40
3.1 Tipo y diseño de investigación	40
3.2 La población y la muestra	41
3.3 Los métodos y las técnicas	44
3.4 Procesamiento estadístico de la información	46
4 CAPÍTULO IV: Análisis e interpretación de resultados	52
4.1 Resultados de la Prueba de Competencias Matemáticas Iniciales	52
4.2 Análisis Comparativo de Resultados entre Grupos de Control y tratamiento (Post-test)	56
4.3 Verificación de las Hipótesis	59
4.4 Discusión	61
4.5 Propuesta	63
5 CAPÍTULO V: Conclusiones y Recomendaciones	74
5.1 Conclusiones	74
5.2 Recomendaciones	75
6 REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS	77
7 ANEXOS	82

Introducción

En las últimas décadas, la enseñanza de matemáticas ha evolucionado hacia la integración de herramientas tecnológicas que faciliten la comprensión de conceptos abstractos. Las funciones cuadráticas, fundamentales en el currículo de bachillerato, presentan dificultades particulares en su aprendizaje, dado que requieren que los estudiantes interpreten tanto sus representaciones algebraicas como gráficas. La capacidad para entender la relación entre estos enfoques es esencial para el desarrollo de habilidades analíticas y conceptuales en matemáticas. Sin embargo, diversos estudios han señalado que los estudiantes a menudo presentan deficiencias en este tema, las cuales impactan su rendimiento en asignaturas avanzadas. Este contexto motivó la presente investigación.

En Ecuador, la prueba PISA-D de 2018 reveló que un alto porcentaje de estudiantes no alcanza las competencias básicas en matemáticas, indicando una carencia significativa en la comprensión de conceptos matemáticos básicos. Este resultado se agrava en contextos donde la educación pública enfrenta limitaciones de infraestructura y recursos, obstaculizando el acceso a metodologías pedagógicas innovadoras. En este escenario, la implementación de herramientas tecnológicas gratuitas y de fácil acceso, como GeoGebra, representa una opción viable para mejorar el aprendizaje en temas complejos de matemáticas, especialmente en instituciones educativas que enfrentan restricciones similares a las de Ecuador. Este estudio se centra en el análisis del impacto de GeoGebra en el aprendizaje de funciones cuadráticas en estudiantes de primer año de bachillerato de la Unidad Educativa Adolfo María Astudillo, situada en Babahoyo, Los Ríos.

La relevancia de esta investigación radica en su contribución potencial a la educación matemática en un contexto con limitaciones de recursos. GeoGebra ha demostrado ser una herramienta eficaz en diversos estudios internacionales al facilitar el aprendizaje de conceptos algebraicos y gráficos, promoviendo un entorno de aprendizaje interactivo. Sin embargo, en Ecuador, la evidencia sobre su efectividad en el aula es escasa, especialmente en el tema de funciones cuadráticas. Este estudio pretende llenar esta brecha de conocimiento, analizando si la implementación de GeoGebra en el contexto ecuatoriano permite mejorar el rendimiento académico de los estudiantes en comparación con metodologías tradicionales.

El objetivo principal de esta investigación es determinar el impacto del uso de GeoGebra en el aprendizaje de funciones cuadráticas, mediante el desarrollo de actividades didácticas interactivas para estudiantes de primer año de bachillerato. Los objetivos específicos incluyen: 1) diagnosticar el nivel de conocimiento previo en matemáticas de los estudiantes antes de la implementación de GeoGebra, 2) diseñar y aplicar actividades basadas en el software para fomentar la participación y exploración en el aprendizaje de funciones cuadráticas, y 3) evaluar el rendimiento académico posterior de los estudiantes mediante una prueba estandarizada. Esta estructura de objetivos busca establecer una comparación clara entre los métodos de enseñanza tradicionales y la intervención tecnológica, generando datos que evidencien la efectividad del software en el aprendizaje matemático.

Desde el punto de vista práctico, este estudio propone la incorporación de GeoGebra en el proceso de enseñanza de funciones cuadráticas, implementando actividades que combinen el aprendizaje visual y manipulativo de las propiedades de estas funciones. La propuesta incluye el diseño de ejercicios en los cuales los estudiantes interactúan directamente con gráficos y ecuaciones en un entorno digital, promoviendo la comprensión de cómo los cambios en los coeficientes afectan la forma y posición de la parábola. Estos ejercicios están orientados a fortalecer la habilidad de los estudiantes para vincular representaciones algebraicas y gráficas, proporcionando un enfoque que complementa la enseñanza tradicional y que puede ser implementado en el currículo de otras instituciones educativas.

La originalidad de esta investigación se encuentra en su enfoque hacia el contexto ecuatoriano y en su análisis específico de funciones cuadráticas, un tema que no ha sido estudiado exhaustivamente en el ámbito de las tecnologías educativas en Ecuador. Aunque existen estudios sobre el uso de GeoGebra en matemáticas en otros países, pocos han evaluado su efectividad en entornos de educación secundaria en América Latina y, menos aún, en instituciones públicas que enfrentan restricciones similares. Esta investigación no solo pretende evaluar el impacto de GeoGebra en términos de rendimiento académico, sino también explorar su viabilidad en un sistema educativo con limitaciones de infraestructura, ofreciendo una perspectiva que pueda guiar futuras intervenciones pedagógicas en el país.

Para el desarrollo de este estudio, se adopta una metodología cuantitativa con un diseño experimental que permite comparar el rendimiento académico de dos grupos de estudiantes: uno que utiliza GeoGebra en la enseñanza de funciones

cuadráticas y otro que sigue un método tradicional. Este enfoque permite analizar de manera objetiva el impacto de la intervención, recogiendo datos cuantitativos mediante pruebas de diagnóstico y postest. Además, el uso de un diseño experimental asegura que los resultados reflejen una relación directa entre el uso de la herramienta tecnológica y el rendimiento académico, generando evidencia robusta sobre la efectividad del software en el aprendizaje de funciones cuadráticas.

En la fase inicial del estudio, se aplicará un pretest para diagnosticar las competencias matemáticas de los estudiantes, lo cual facilitará la organización de los grupos de intervención y control. Posteriormente, se implementará la metodología de enseñanza basada en GeoGebra en el grupo experimental, mientras que el grupo control continuará con métodos tradicionales. Tras la intervención, se aplicará un postest para medir el rendimiento académico de ambos grupos, permitiendo una comparación directa entre las metodologías utilizadas. Este proceso de evaluación proporciona datos objetivos sobre el impacto del software en la comprensión de funciones cuadráticas, validando su efectividad en un contexto de enseñanza secundaria.

Los resultados de esta investigación pueden beneficiar a docentes y planificadores educativos, proporcionando evidencia empírica sobre la viabilidad de GeoGebra como herramienta pedagógica en entornos con recursos limitados. La incorporación de esta tecnología en el aula no solo facilita el aprendizaje visual y manipulativo de conceptos matemáticos complejos, sino que también promueve una metodología interactiva que puede adaptarse a diferentes contextos educativos. Los datos generados en este estudio podrían servir como referencia para que otras instituciones evalúen la posibilidad de incluir GeoGebra en su currículo, potenciando el aprendizaje matemático en estudiantes de secundaria.

Además, esta investigación aporta un modelo pedagógico replicable en otras instituciones con características similares, especialmente en contextos donde la disponibilidad de recursos tecnológicos es limitada. Al demostrar la efectividad de GeoGebra en el aprendizaje de funciones cuadráticas, este estudio podría impulsar la adopción de tecnologías educativas gratuitas y accesibles en el sistema educativo ecuatoriano, mejorando la calidad de la enseñanza en matemáticas y contribuyendo a un aprendizaje más dinámico y efectivo.

Capítulo I: El problema de la investigación

1.1 Planteamiento del problema

En el estudio de las funciones cuadráticas en bachillerato, los estudiantes deben desarrollar competencias como la representación gráfica de parábolas y la interpretación de parámetros algebraicos, habilidades que les permiten abordar temas avanzados en matemáticas y otras ciencias exactas (Wilkie, 2019). Las funciones cuadráticas, aplicables en situaciones como la trayectoria de objetos y en análisis de datos, requieren de una comprensión precisa tanto de sus características algebraicas como de sus representaciones gráficas (Sokolowski, 2013). No obstante, estudios revelan que la comprensión de estos conceptos es limitada en estudiantes de secundaria, quienes presentan dificultades para establecer conexiones entre las representaciones algebraicas y gráficas de las funciones cuadráticas, afectando su rendimiento en temas posteriores de matemáticas y ciencias (Véase Selowa y Dhlamini, 2023; Johnson, 2015; Ellis, 2011)

Diversas herramientas tecnológicas han sido introducidas en el aula como propuestas para mejorar la comprensión de temas complejos de matemáticas. En los años 80, el uso de calculadoras avanzadas, como las gráficas, comenzó a implementarse para apoyar la enseñanza de temas algebraicos y de funciones, permitiendo a los estudiantes observar representaciones gráficas de ecuaciones y facilitar el análisis visual de parámetros (Karadeniz & Thompson, 2018). Posteriormente, en los 90, la introducción de sistemas de geometría dinámica (DGS) como Cabri Geometry y más adelante GeoGebra, así como sistemas de álgebra computacional (CAS) como Mathematica y Maple, permitió una manipulación algebraica más avanzada y una interacción visual directa con conceptos abstractos (Hadadi, 2018). Estos programas han evolucionado e integran álgebra, geometría y estadística en una plataforma unificada.

El uso de software como GeoGebra ha ganado terreno en los últimos años debido a su versatilidad y a la posibilidad de integrar gráficos, álgebra y cálculo en un mismo entorno (Fokuo, y otros, 2023). Este software permite la manipulación directa de ecuaciones y la visualización de gráficos en tiempo real, facilitando una aproximación interactiva y experimental al aprendizaje de funciones cuadráticas (Tuda & Rexhepi, 2023). Estudios han encontrado que el uso de GeoGebra en el aula mejora el rendimiento de los estudiantes en temas de álgebra y cálculo,

promoviendo un aprendizaje constructivo y participativo que resulta en una mayor retención del conocimiento (Véase Bekene y Machaba, 2022; Nzaramyimana et al., 2021; Zulnaidi et al., 2020). Sin embargo, GeoGebra no es la única herramienta; Desmos y Wólfram Alpha también permiten explorar funciones matemáticas en aprendizaje asistido por computadora (Armstrong & Gutica, 2020).

A nivel internacional, la efectividad de estos recursos tecnológicos en el aula ha sido respaldada por estudios que muestran mejoras en el rendimiento de los estudiantes en temas complejos de matemáticas, como funciones y álgebra (Armstrong & Gutica, 2020). En países líderes en educación matemática, como Singapur y Corea del Sur, la integración de software educativo es parte del currículo de matemáticas, lo cual ha sido vinculado a los altos puntajes de estos países en evaluaciones internacionales como TIMSS y PISA (Chantaravisoot, 2017). En Turquía, la implementación de software educativo en matemáticas ha mostrado mejoras significativas en el rendimiento de los estudiantes en evaluaciones estandarizadas, destacando que el aprendizaje basado en herramientas tecnológicas puede facilitar la comprensión de conceptos abstractos y mejorar los resultados educativos (Bütüner & Güler, 2017).

En Ecuador, los resultados de la prueba PISA-D de 2018 reflejan graves deficiencias en el aprendizaje de matemáticas. En dicha evaluación, el 70.9% de los estudiantes ecuatorianos no alcanzó el nivel mínimo de competencia en matemáticas, definido como nivel 2, lo que implica que la mayoría de los estudiantes no posee las habilidades necesarias para resolver problemas matemáticos básicos (Instituto Nacional de Evaluación Educativa, 2018). Este resultado, obtenido en una muestra de más de seis mil estudiantes de distintas zonas del país, evidencian la necesidad de mejorar el aprendizaje de conceptos fundamentales en matemáticas. La mayoría de los estudiantes carece de las herramientas y metodologías necesarias para alcanzar una comprensión funcional de las matemáticas, lo que limita su capacidad de aplicar estos conocimientos en situaciones prácticas y su preparación para estudios superiores.

La brecha en los conocimientos y habilidades matemáticas de los estudiantes ecuatorianos destaca la necesidad de implementar intervenciones pedagógicas que incorporen tecnologías educativas para facilitar el aprendizaje de funciones cuadráticas en el nivel de bachillerato. Aunque existe una base de evidencia sobre el impacto positivo de programas como GeoGebra en el aprendizaje de matemáticas

en otros países, no se ha investigado de manera específica su aplicación en Ecuador, donde el contexto educativo presenta limitaciones significativas tanto en recursos como en capacitación docente. La investigación sobre herramientas tecnológicas en la educación ecuatoriana en matemáticas es escasa, lo que crea una falta de conocimiento sobre la efectividad de estas intervenciones en el contexto local y limita la capacidad de adaptar prácticas pedagógicas efectivas basadas en tecnología.

1.2 Delimitación del problema

La Unidad Educativa Adolfo María Astudillo, situada en el cantón Babahoyo, provincia de Los Ríos, Ecuador, representa un contexto educativo adecuado para el estudio del aprendizaje de las funciones cuadráticas en estudiantes de primer año de bachillerato. Con una población aproximada de 2,197 estudiantes, esta institución pública ofrece educación en niveles básicos y de bachillerato, abarcando a diversos sectores socioeconómicos de la zona urbana de Babahoyo. En esta institución, al igual que en muchas otras del país, se presentan limitaciones en áreas fundamentales de matemáticas, lo cual convierte a esta unidad en un entorno relevante para evaluar métodos de aprendizaje en este campo.

El año lectivo 2023-2024 constituye el periodo en el cual se desarrolla esta investigación, permitiendo observar cómo las intervenciones tecnológicas impactan el aprendizaje de conceptos matemáticos complejos, como las funciones cuadráticas. La ausencia de herramientas dinámicas que faciliten la representación gráfica y la comprensión de parámetros algebraicos se percibe como un obstáculo en el desempeño de los estudiantes en temas avanzados de matemáticas. Por ello, al centrar el estudio en esta institución, se plantea explorar cómo un enfoque interactivo y visual puede beneficiar a los estudiantes en un contexto de educación pública ecuatoriana.

Esta investigación se enfoca en los estudiantes de primer año de bachillerato de la Unidad Educativa Adolfo María Astudillo. Este grupo es relevante debido a la necesidad de mejorar el rendimiento en el aprendizaje de funciones cuadráticas, una competencia fundamental para el avance en áreas matemáticas y científicas. La elección de este grupo responde tanto a su perfil educativo como al nivel de competencias en matemáticas que se espera en el bachillerato, un momento en que se consolidan los conocimientos previos necesarios para su educación futura.

La selección de esta institución y de este grupo de estudiantes como objeto de estudio permite analizar cómo el uso de herramientas tecnológicas en el aprendizaje de funciones cuadráticas contribuye a mejorar el desempeño académico en el contexto de la educación secundaria ecuatoriana. A través de este estudio, se busca obtener información valiosa sobre la efectividad de métodos interactivos en la enseñanza de matemáticas en el bachillerato en Ecuador.

1.3 Formulación del problema

A nivel nacional, se evidencia la necesidad de fortalecer el aprendizaje de funciones cuadráticas en estudiantes de bachillerato, dado que persisten dificultades en la comprensión y aplicación de conceptos matemáticos fundamentales en álgebra y geometría. Muchos estudiantes presentan limitaciones para interpretar y conectar representaciones gráficas y algebraicas, lo cual afecta su rendimiento en temas avanzados y limita su preparación para estudios superiores. En este contexto, el uso de tecnologías educativas se plantea como una alternativa prometedora para superar estas dificultades.

Este estudio se plantea como respuesta a esta brecha en el conocimiento al investigar si la implementación de GeoGebra mejora el aprendizaje de las funciones cuadráticas en estudiantes de primer año de bachillerato en Ecuador, tomando como objeto de estudio a estudiantes de La Unidad Educativa Adolfo María Astudillo, ubicada en Babahoyo, Ecuador. Al integrar GeoGebra en el aula de matemáticas, se busca proporcionar un entorno interactivo y visual que permita a los estudiantes explorar de manera activa las propiedades de las funciones cuadráticas. La investigación tiene como objetivo ofrecer datos empíricos que contribuyan a la adopción de estrategias pedagógicas basadas en tecnología que respondan a las necesidades de los estudiantes ecuatorianos y que favorezcan una comprensión más sólida y aplicada de las matemáticas.

Así, la pregunta central de investigación se formula como sigue: ¿Cómo impacta el uso del software GeoGebra en el aprendizaje de las funciones cuadráticas en estudiantes de primer año de bachillerato de la Unidad Educativa Adolfo María Astudillo durante el año lectivo 2023-2024?

1.4 Preguntas de investigación

- ¿Cuál es el nivel de conocimiento de los estudiantes sobre funciones cuadráticas antes de implementar el software GeoGebra?

- ¿Qué recursos y actividades didácticas basadas en GeoGebra pueden facilitar la enseñanza de funciones cuadráticas y fomentar el aprendizaje activo en el aula?
- ¿En qué medida el uso del software GeoGebra impacta en el aprendizaje de funciones cuadráticas, según los resultados académicos obtenidos en el post-test?

1.5 Determinación del tema

La investigación se estructura en torno a dos aspectos principales: el diagnóstico de las competencias iniciales en matemáticas de los estudiantes y el efecto de una intervención tecnológica en su aprendizaje de funciones cuadráticas. Para establecer un punto de partida común, se aplicará un pre-test que evaluará las competencias generales en matemáticas de los estudiantes, permitiendo así identificar los niveles de conocimiento previos. Este diagnóstico inicial posibilitará una adecuada selección de los grupos de estudio, lo que facilitará la medición comparativa del progreso logrado tras la implementación de actividades diseñadas con el software GeoGebra.

En una segunda fase, el estudio analizará el impacto de GeoGebra mediante la comparación de los resultados académicos en un post-test. Esta comparación permitirá obtener datos sobre la efectividad del software en la enseñanza de funciones cuadráticas y en el desarrollo de habilidades relacionadas con la interpretación gráfica y algebraica. Adicionalmente, el estudio se orienta al diseño y aplicación de recursos didácticos y actividades pedagógicas que integren GeoGebra como herramienta de enseñanza, promoviendo un aprendizaje interactivo y activo en el aula. De este modo, el tema de investigación no solo evalúa el recurso tecnológico en términos de efectividad, sino también su aplicación práctica en la enseñanza de matemáticas en el contexto de la educación secundaria en Ecuador, contribuyendo a mejorar el aprendizaje de funciones cuadráticas en el nivel de bachillerato.

1.6 Objetivo general

Determinar el impacto del software GeoGebra en el proceso de aprendizaje de las funciones cuadráticas mediante el desarrollo de actividades didácticas en los

estudiantes de primer año de bachillerato de la Unidad Educativa Adolfo María Astudillo durante el periodo lectivo 2024-2025.

1.7 Objetivos específicos

- Determinar el nivel de conocimiento previo de los estudiantes en matemáticas antes de la implementación del software GeoGebra mediante la aplicación de una prueba de suficiencia.
- Desarrollar recursos y actividades didácticas basadas en GeoGebra que faciliten la enseñanza de las funciones cuadráticas y promuevan el aprendizaje activo en el aula.
- Analizar el impacto del uso del software GeoGebra en el aprendizaje de funciones cuadráticas comparando los resultados académicos de los estudiantes que utilizaron GeoGebra mediante la aplicación de un post-test.

1.8 Hipótesis

Esta investigación busca evaluar el impacto del software GeoGebra en el aprendizaje de funciones cuadráticas, específicamente mediante la comparación del rendimiento académico entre un grupo de estudiantes que recibe instrucción tradicional y otro que utiliza GeoGebra como herramienta de aprendizaje. Los estudiantes de primer año de bachillerato de la Unidad Educativa Adolfo María participan en ambos enfoques pedagógicos, permitiendo así medir diferencias significativas en el aprendizaje a través del rendimiento académico entre los dos grupos. Las hipótesis se establecen de la siguiente manera:

Hipótesis Nula (H_0): No existen diferencias significativas en el rendimiento académico de los estudiantes de primer año de bachillerato entre el grupo que recibe instrucción tradicional y el grupo que utiliza el software GeoGebra en la enseñanza de funciones cuadráticas.

Hipótesis Alternativa (H_1): Existen diferencias significativas en el rendimiento académico de los estudiantes de primer año de bachillerato en favor del grupo que utiliza el software GeoGebra, en comparación con el grupo que recibe instrucción tradicional en la enseñanza de funciones cuadráticas.

Esta hipótesis orienta el análisis estadístico de los datos obtenidos al comparar los resultados académicos de ambos grupos, permitiendo determinar si el

uso de GeoGebra contribuye a una mejora significativa en el aprendizaje de funciones cuadráticas.

1.9 Declaración de las variables (operacionalización)

A continuación, se presenta la Matriz de Operacionalización de las Variables, que define cada variable, su medición y los instrumentos empleados para evaluar el impacto de GeoGebra en el aprendizaje de funciones cuadráticas.

Tabla 1.

Matriz de operacionalización de las variables

Tipo	Variable	Definición	Instrumento	Indicador	Escala de Medición
Dependiente	Rendimiento académico en funciones cuadráticas	Nivel de desempeño de los estudiantes en la comprensión y aplicación de conceptos sobre funciones cuadráticas.	Prueba estandarizada diseñada por el autor, incluyendo problemas gráficos y algebraicos relacionados con funciones cuadráticas.	Puntaje total en la prueba de rendimiento académico en funciones cuadráticas	0-100 puntos; 0-33: bajo, 34-67: medio, 68-100: alto.
Control	Competencia matemática inicial	Nivel de habilidades matemáticas generales de los estudiantes antes de la intervención educativa.	Prueba de diagnóstico inicial de matemáticas generales, adaptada al nivel de bachillerato.	Puntaje total en la prueba de competencias matemáticas iniciales	0-100 puntos; 0-33: bajo, 34-67: medio, 68-100: alto.
Independiente	Uso del software GeoGebra	Implementación del software GeoGebra como herramienta pedagógica para el aprendizaje de funciones cuadráticas.	Protocolo de implementación de actividades con GeoGebra en clase.	Frecuencia y duración del uso del software durante las actividades didácticas	Registro en guía de actividades (diario de campo).

1.10 Justificación

Esta investigación se justifica por la generación de hallazgos prácticos que optimizan la enseñanza de funciones cuadráticas mediante tecnología, abordando las necesidades específicas de los estudiantes de bachillerato en la comprensión de este contenido matemático. La integración de GeoGebra en el aula permite una exploración visual y manipulativa de conceptos que, en metodologías tradicionales, se presentan de manera abstracta y estática. Los resultados que se obtienen en

esta investigación son útiles para los docentes, ya que proporcionan datos sobre el impacto directo de GeoGebra en el rendimiento académico. Estos hallazgos facilitan la toma de decisiones informadas sobre la incorporación de herramientas tecnológicas, haciendo el aprendizaje de funciones cuadráticas más eficiente y comprensible.

Además, los hallazgos ofrecen un marco de referencia para instituciones educativas que enfrentan limitaciones en infraestructura y recursos tecnológicos avanzados. Dado que GeoGebra es un software gratuito y accesible, su efectividad demostrada en este estudio brinda a los centros educativos una opción viable y económica para mejorar la enseñanza de funciones cuadráticas sin incurrir en altos costos. La evidencia generada permite que instituciones similares evalúen la viabilidad de integrar este tipo de tecnología, asegurando que el impacto positivo en el aprendizaje pueda replicarse en contextos con restricciones de recursos. Esto hace que los resultados sean aplicables a un amplio rango de instituciones, fomentando prácticas educativas tecnológicas adaptadas a las necesidades de aprendizaje actuales.

Por último, los hallazgos también orientan la formulación de políticas educativas que promueven la integración de tecnologías accesibles en el currículo de matemáticas en niveles de bachillerato. La evidencia empírica permite a las autoridades educativas contar con datos específicos sobre los posibles beneficios de estas herramientas, incentivando su adopción en programas de formación matemática. Esto puede influir en la creación de políticas que financian y promueven el uso de tecnologías gratuitas en el aula, apoyando una educación más interactiva y relevante para los estudiantes. De esta forma, el estudio no solo beneficia a los docentes y estudiantes directamente involucrados, sino que también ofrece insumos valiosos para decisiones administrativas y políticas en el ámbito educativo.

1.1 Alcance y limitaciones

El alcance de esta investigación incluye la implementación del software GeoGebra en la enseñanza de funciones cuadráticas en estudiantes de primer año de bachillerato de la Unidad Educativa Adolfo María Astudillo durante el año lectivo 2023-2024. La evaluación se realiza mediante pruebas diagnósticas de control y finales post enseñanza para comparar el rendimiento académico entre los estudiantes que utilizan GeoGebra y aquellos que reciben instrucción tradicional.

Este diseño experimental permite analizar la eficacia de GeoGebra en la comprensión de conceptos algebraicos y gráficos de funciones cuadráticas en un entorno de educación secundaria, lo cual aporta información que podría ser relevante para otras instituciones con condiciones similares.

Las limitaciones del estudio incluyen la variabilidad en la capacitación del personal docente en el uso de GeoGebra, lo cual podría afectar la consistencia en su aplicación durante la intervención. Adicionalmente, el tiempo limitado para el uso del software dentro del periodo escolar podría no ser suficiente para evaluar la retención de conocimientos a largo plazo, ya que se enfoca en resultados a corto plazo que no reflejan necesariamente un aprendizaje duradero. Este periodo restringido también implica que los estudiantes pueden requerir tiempo adicional para familiarizarse con la herramienta, lo que influye en su rendimiento y limita las conclusiones sobre el impacto del software a un plazo reducido.

Además, la representatividad de los resultados puede verse afectada al estar el estudio centrado en una sola institución, lo cual limita la generalización de los hallazgos a contextos con características socioeconómicas o de infraestructura distintas. Factores como el nivel de interés individual y la disposición de los estudiantes hacia el uso de tecnología también introducen una variabilidad que no siempre es controlable en un entorno escolar. Asimismo, la heterogeneidad en las habilidades tecnológicas de los estudiantes podría generar una curva de aprendizaje inicial que afecte el rendimiento, especialmente en las primeras etapas de la intervención. Estas limitaciones podrían incidir en la comparabilidad de los resultados entre el grupo experimental y el de control, introduciendo sesgos que deben considerarse en el análisis de los datos.

2 CAPÍTULO II: Marco teórico referencial

2.1 Antecedentes

2.1.1 Antecedentes históricos

La historia del aprendizaje de las funciones cuadráticas tiene sus orígenes en las matemáticas antiguas, donde se abordaban problemas que requerían entender relaciones no lineales; en la antigua Babilonia y en la Grecia clásica, los matemáticos utilizaron métodos geométricos para resolver problemas que hoy se reconocen como cuadráticos, aunque sin una representación algebraica formal. Estos primeros matemáticos se enfocaban en áreas y volúmenes, visualizando figuras geométricas que representaban las soluciones. El desarrollo del concepto de “completar el cuadrado” fue un método empleado para resolver ecuaciones de segundo grado sin utilizar notación simbólica, ya que el lenguaje algebraico aún no existía en su forma moderna (Katz & Barton, 2007).

El álgebra simbólica comenzó a consolidarse en el mundo islámico durante el siglo IX, cuando matemáticos como Al-Juarismi introdujeron métodos sistemáticos para resolver ecuaciones cuadráticas; en su obra establece las bases para el desarrollo de técnicas algebraicas que siguen siendo fundamentales en la actualidad. La técnica de completar el cuadrado, descrita en sus escritos, permitió la resolución de ecuaciones cuadráticas mediante procedimientos que, por primera vez, se fundamentaron en una estructura formal y lógica, estableciendo un precedente para futuras enseñanzas matemáticas (Didis & Erbas, 2015). Al-Juarismi transformó así la comprensión de los problemas cuadráticos de una perspectiva geométrica a una algebraica, sentando las bases del aprendizaje estructurado de este tipo de funciones.

El Renacimiento europeo fue un periodo crítico para la evolución del aprendizaje de las funciones cuadráticas, marcado por el desarrollo de la notación matemática moderna. Matemáticos como François Viète y René Descartes avanzaron en el uso de símbolos y fórmulas algebraicas, permitiendo expresar y manipular ecuaciones cuadráticas de forma generalizada. Este cambio facilitó la resolución de problemas matemáticos complejos y permitió que los métodos de factorización y la fórmula cuadrática se incorporaran de manera formal a los currículos educativos de la época. Viète, considerado el fundador del álgebra simbólica, promovió un enfoque sistemático que conectaba la teoría con la

resolución práctica de ecuaciones, lo cual transformó la enseñanza de las matemáticas y estableció el modelo de enseñanza de funciones cuadráticas que se mantuvo durante siglos (Kalchman & Koedinger, 2005).

Con la consolidación del álgebra en el currículo educativo, las funciones cuadráticas comenzaron a ser vistas como una herramienta esencial para el aprendizaje de la matemática avanzada y sus aplicaciones en ciencias naturales. A finales del siglo XIX, con el surgimiento de la educación formal en matemática, las funciones cuadráticas se incluyeron en los planes de estudios de secundaria como un tema fundamental. En esta etapa, el enfoque se mantuvo principalmente algebraico, y los estudiantes aprendían a resolver estas ecuaciones mediante la factorización o el uso de la fórmula cuadrática. Sin embargo, esta enseñanza algebraica presentaba limitaciones en términos de comprensión conceptual, ya que los estudiantes podían aplicar las fórmulas de manera mecánica sin entender plenamente sus representaciones gráficas o aplicaciones prácticas (Didis y Erbaş, 2015).

Durante el siglo XX, se introdujeron enfoques que buscaban mejorar la comprensión de las funciones cuadráticas mediante el uso de múltiples representaciones, incluyendo tablas, gráficos y descripciones verbales. Este enfoque fue impulsado por investigaciones en pedagogía matemática que demostraban que la habilidad de interpretar y conectar distintas representaciones ayuda a los estudiantes a comprender mejor las propiedades de las funciones cuadráticas y su comportamiento gráfico. Los materiales curriculares comenzaron a incluir ejercicios que relacionaban expresiones algebraicas con sus correspondientes representaciones gráficas, promoviendo así una comprensión más integrada del concepto de función cuadrática (Didis y Erbaş, 2015). Esta evolución en el currículo reflejó un cambio hacia una enseñanza que buscaba también la interpretación y análisis visual de las funciones.

La introducción de herramientas tecnológicas a finales del siglo XX transformó aún más el aprendizaje de las funciones cuadráticas, con la aparición de calculadoras gráficas y software especializado, como Mathematica y posteriormente GeoGebra, los estudiantes pudieron interactuar con funciones cuadráticas de forma visual y manipulativa. Estas tecnologías permitieron a los estudiantes observar cómo los cambios en los parámetros de una ecuación afectan su gráfica, facilitando la transición entre representaciones algebraicas y gráficas. La incorporación de

software en el aula también promovió el desarrollo de habilidades analíticas y una comprensión más dinámica de las funciones cuadráticas, aspectos que el enfoque algebraico tradicional no alcanzaba a cubrir en profundidad (Didis y Erbaş, 2015).

En el contexto educativo actual, el uso de tecnologías como GeoGebra ha ganado relevancia debido a su capacidad de facilitar un enfoque constructivista en la enseñanza de funciones cuadráticas. Este enfoque permite que los estudiantes construyan su conocimiento mediante la exploración y manipulación directa de los elementos de una función, favoreciendo la comprensión de conceptos abstractos a través de la experiencia visual. GeoGebra no solo proporciona una alternativa al método algebraico tradicional, sino que también complementa el aprendizaje mediante actividades prácticas que apoyan la aplicación de los conocimientos en situaciones concretas. La tecnología ha transformado la enseñanza de funciones cuadráticas, pasando de métodos teóricos a un aprendizaje interactivo y experimental (Didis y Erbaş, 2015).

2.1.2 Antecedentes referenciales

La revisión de la literatura sobre el uso de GeoGebra en la enseñanza de funciones matemáticas abarca diversos estudios que evalúan su efectividad en el aprendizaje conceptual y el desarrollo de habilidades matemáticas específicas en estudiantes de secundaria. A continuación, se presentan investigaciones recientes que analizan los impactos de esta herramienta tecnológica en contextos educativos variados y su potencial para mejorar competencias en funciones cuadráticas y otros temas matemáticos avanzados.

El uso de software educativo ha tomado relevancia en el ámbito académico, especialmente en la enseñanza de matemáticas. Investigaciones previas, como las de Morales Chicana et al., (2023) y Auccahuallpa Fernández et al., (2022) han demostrado que herramientas como GeoGebra pueden mejorar la comprensión de conceptos matemáticos. En Ecuador, la implementación de GeoGebra aún está en sus primeras etapas, lo que justifica la necesidad de evaluar su impacto en el rendimiento académico en funciones cuadráticas. Además, Berber Palafox et al., (2024) destacan la utilidad de GeoGebra en el aprendizaje de matemáticas en la ingeniería, subrayando su capacidad para facilitar la visualización y la comprensión de conceptos complejos.

Esta investigación se basa en estudios que exploran el uso de herramientas tecnológicas en la educación. Según Morales Chicana et al., (2023), la integración de GeoGebra en el aula promueve el aprendizaje activo y mejora las habilidades analíticas de los estudiantes. Adicionalmente, Auccahuallpa Fernández et al., (2022) destacan que el uso de software interactivo en la enseñanza de funciones cuadráticas permite a los estudiantes visualizar conceptos abstractos de manera concreta, facilitando el entendimiento y aplicación de estos conocimientos. Berber Palafox et al., (2024) añaden que GeoGebra es una herramienta eficaz en la enseñanza de matemáticas en niveles avanzados, como la ingeniería, debido a su capacidad para representar gráficamente ecuaciones y funciones complejas. Estos estudios respaldan la hipótesis de que GeoGebra puede tener un impacto positivo en el rendimiento académico de los estudiantes de bachillerato.

Radmehr y Rahimian (2020) investigaron el impacto del uso de tecnología en las concepciones erróneas de matemáticas en estudiantes de secundaria en Irán, específicamente evaluando el efecto del software GeoGebra sobre las concepciones equivocadas en temas como escala de ángulos, periodicidad, y valores extremos de funciones trigonométricas. El estudio incluyó a estudiantes de grado 11, con un diseño experimental donde un grupo de control (40 estudiantes) recibió instrucción tradicional y dos grupos experimentales (26 estudiantes en total) usaron GeoGebra. Los investigadores aplicaron una prueba diagnóstica de dos niveles (pre-test y post-test) y analizaron cuatro categorías de errores conceptuales mediante una prueba chi-cuadrado. Los hallazgos mostraron que GeoGebra ayudó a los estudiantes en la comprensión de la periodicidad y los valores extremos de las funciones trigonométricas, evitando concepciones equivocadas en estas áreas.

Los resultados indican que el uso de GeoGebra permite a los estudiantes interactuar con gráficos de funciones trigonométricas, comparar sus cambios y manipularlas directamente, lo cual contribuyó a reducir errores conceptuales en ciertos temas. Sin embargo, en el caso de los ángulos trigonométricos, el software promovió nuevas concepciones erróneas, y no tuvo impacto en la comprensión de la escala de ángulos, especialmente en la conversión de radianes a grados. Este estudio concluye que los profesores deben seleccionar con precaución los recursos tecnológicos, ya que pueden ocasionar errores conceptuales si no se adaptan correctamente a los objetivos educativos. Se recomienda a investigadores y planificadores curriculares evaluar y documentar el impacto de diversos programas

de software en el aprendizaje matemático, proporcionando datos que permitan a los docentes ajustar sus estrategias de enseñanza.

Septian y Prabawanto. (2020) investigaron el impacto del uso de GeoGebra basado en Android en la habilidad de pensamiento creativo matemático de estudiantes de secundaria, en comparación con métodos de aprendizaje convencionales, además de evaluar las respuestas de los estudiantes a esta aplicación. El estudio empleó un diseño cuasi-experimental con un pretest-posttest en grupos no equivalentes, utilizando una prueba de pensamiento creativo y un cuestionario como instrumentos. La muestra fue seleccionada mediante un muestreo por conveniencia en una escuela de Cianjur, con un grupo experimental que utilizó GeoGebra en sus dispositivos móviles y un grupo control con instrucción tradicional. La comparación de datos de mejora en pensamiento creativo se realizó mediante el índice de ganancia y pruebas de normalidad y Mann-Whitney.

Los resultados mostraron que los estudiantes en el grupo experimental obtuvieron una mejora significativa en su capacidad de pensamiento creativo matemático, con un índice de ganancia promedio de 0.71 en comparación con 0.54 en el grupo control. La aplicación de GeoGebra permitió una mayor fluidez y flexibilidad en la resolución de problemas, facilitando la manipulación de gráficos y promoviendo la creatividad en la exploración de ecuaciones cuadráticas. Además, el 85.54% de los estudiantes en el grupo experimental reportaron respuestas positivas hacia el uso de la aplicación, indicando que les resultó motivador y atractivo. Los autores concluyen que GeoGebra basado en Android puede ser una herramienta eficaz para desarrollar el pensamiento creativo matemático, recomendando su uso en contextos educativos donde la creatividad es fundamental para el aprendizaje matemático.

Birgin y Yazıcı (2021) examinaron el efecto del software GeoGebra en la comprensión conceptual y retención de aprendizaje sobre ecuaciones lineales y pendiente en estudiantes de octavo grado en Turquía. Utilizando un diseño cuasi-experimental con pretest, posttest y posttest retrasado, el estudio se aplicó a 52 estudiantes, donde el grupo experimental ($n=25$) recibió instrucción con GeoGebra y el grupo control ($n=27$) tuvo enseñanza basada en libros de texto. Se empleó una prueba de comprensión conceptual (CUT) de 38 ítems, administrada antes y después de la instrucción y nuevamente tras siete semanas para evaluar la retención. El análisis estadístico se realizó con t-test y ANCOVA, revelando que el

grupo experimental mostró una mayor mejora en sus puntuaciones de postest ($M=31.32$) en comparación con el grupo control ($M=24.11$), indicando que el uso de GeoGebra favorece significativamente la comprensión conceptual ($p<0.01$).

En términos de retención, los resultados del postest retrasado mostraron que los estudiantes del grupo experimental mantuvieron mejor los conocimientos adquiridos ($M=27.04$) en comparación con el grupo control ($M=17.37$), como lo demuestran los resultados del ANCOVA que indican un efecto significativo y un tamaño de efecto considerable ($\eta^2=0.515$). Los autores concluyen que GeoGebra tiene un impacto positivo tanto en la comprensión inicial como en la retención de conceptos matemáticos complejos. Estos hallazgos sugieren que el uso de software de geometría dinámica en la educación matemática puede ser una herramienta efectiva para mejorar la calidad del aprendizaje y la memoria a largo plazo, promoviendo su adopción en currículos de matemáticas que buscan fortalecer la comprensión conceptual de los estudiantes.

Misini y Kabashi (2021) investigaron el impacto del software GeoGebra en el aprendizaje de la función cuadrática entre estudiantes de décimo grado en una escuela secundaria de artes visuales en Gjilan, Kosovo. El estudio, de tipo cuasi-experimental, se desarrolló durante cinco semanas, comparando una clase experimental que utilizó GeoGebra con una clase control que recibió enseñanza tradicional. Se aplicaron pruebas de logro académico al inicio y al final del periodo para evaluar el rendimiento de ambos grupos, y se incluyó un cuestionario en el grupo experimental para evaluar las percepciones de los estudiantes sobre el uso de GeoGebra. Los resultados indicaron un aumento en el interés de los estudiantes y una mejor comprensión del concepto de función cuadrática en el grupo experimental, en comparación con el grupo control que no utilizó el software.

El análisis de los datos mostró que el grupo experimental obtuvo mejores resultados en la prueba postest, con una mejora general en habilidades de visualización matemática y un promedio final superior al del grupo control. Los autores concluyen que GeoGebra facilita el aprendizaje interactivo y visual, promoviendo un entorno donde los estudiantes pueden explorar y discutir conceptos matemáticos en grupos. Se observó también que el uso de GeoGebra incrementa tanto la motivación de los estudiantes como sus habilidades en el uso de tecnología aplicada a matemáticas. Los hallazgos sugieren que GeoGebra debería considerarse en la enseñanza de otros temas de matemáticas, ya que beneficia

tanto a estudiantes como a docentes al mejorar el aprendizaje conceptual y las competencias tecnológicas.

Hudu et al. (2024) examinaron la relación entre la autoeficacia en tecnologías de la información y comunicación (TIC) y el rendimiento matemático de estudiantes de secundaria al usar el software GeoGebra para enseñar funciones cuadráticas en Ghana. Empleando un diseño cuasi-experimental con grupos no equivalentes y un enfoque cuantitativo, el estudio incluyó 120 estudiantes de tres escuelas secundarias en West Gonja, seleccionados mediante muestreo aleatorio estratificado. Los datos se recolectaron mediante pruebas de rendimiento y cuestionarios, y fueron analizados utilizando estadísticos descriptivos, t-test para muestras independientes y análisis de correlación. Los resultados mostraron que los estudiantes que aprendieron con GeoGebra obtuvieron una media significativamente más alta en el postest comparado con aquellos que recibieron instrucción tradicional, sugiriendo una mejora en las competencias de cálculo.

Además, el análisis de las percepciones de los estudiantes sobre GeoGebra reveló una actitud ampliamente positiva, donde la mayoría consideró el software efectivo para mejorar su comprensión y motivación en el aprendizaje de funciones cuadráticas. Los estudiantes expresaron su disposición a recomendar GeoGebra a otros, apoyando su integración en el currículo de matemáticas. En conclusión, los autores proponen una integración completa de las TIC en el currículo de secundaria, junto con un enfoque en mejorar las competencias tecnológicas de los estudiantes para maximizar el uso educativo de herramientas como GeoGebra. Los hallazgos respaldan la eficacia de GeoGebra para fortalecer las habilidades matemáticas en contextos educativos, alineándose con estudios previos que destacan los beneficios de la visualización y la interactividad en el aprendizaje de matemáticas.

En síntesis, los hallazgos en la literatura destacan que GeoGebra facilita la comprensión de conceptos abstractos en matemáticas, como la representación gráfica de funciones y la manipulación de ecuaciones, al proporcionar un entorno interactivo y visual que mejora tanto el rendimiento académico como la retención de conocimientos a largo plazo (Radmehr y Rahimian, 2020; Birgin y Yazıcı, 2020; Septian et al., 2020). Las investigaciones también muestran que GeoGebra promueve habilidades de pensamiento creativo en matemáticas y motiva a los estudiantes al permitirles explorar relaciones algebraicas y gráficas con mayor libertad y precisión (Misini y Kabashi, 2021; Hudu et al., 2024).

No obstante, existe una brecha en la literatura en cuanto a la comprensión de cómo GeoGebra impacta específicamente en el proceso de aprendizaje de funciones cuadráticas, y de qué forma influye en el desarrollo de habilidades específicas como la resolución de problemas y el razonamiento matemático formal. En particular, faltan estudios que examinen la interacción entre las mejoras en competencias matemáticas puntuales y el uso de herramientas tecnológicas en diferentes niveles de dominio conceptual en el contexto de funciones cuadráticas. Esta investigación aborda dicha brecha al explorar cómo la incorporación de GeoGebra afecta estos aspectos en el aprendizaje de las funciones cuadráticas.

2.2 Contenido teórico que fundamenta la investigación

2.2.1. Tecnologías en la educación matemática

2.2.1.1. Evolución de las herramientas tecnológicas en la enseñanza de las matemáticas

En sus inicios, la introducción de computadoras en las aulas durante la década de 1970 se enfocaba en apoyar el aprendizaje mediante prácticas de ejercicios repetitivos y simulaciones programadas. Estos enfoques, aunque limitados, facilitaron la visualización de conceptos matemáticos básicos (Clark-Wilson, Robutti, & Thomas, 2020). Con el tiempo, las investigaciones mostraron que el efecto de la tecnología en el aprendizaje dependía en gran medida de cómo el profesorado integraba estas herramientas en el proceso educativo, destacando así la influencia del docente en la efectividad de la tecnología para potenciar el aprendizaje matemático (Ruthven, Hennessy, & Deaney, 2008).

A partir de los años 80 y 90, los desarrollos en calculadoras gráficas y software de geometría dinámica, como The Geometer's Sketchpad y Cabri-Géomètre, introdujeron una dimensión visual interactiva en el aprendizaje. Estas tecnologías permitían a los estudiantes explorar conceptos matemáticos de manera experimental, especialmente en áreas como la geometría, donde los estudiantes podían manipular figuras geométricas y observar cambios en tiempo real (Healy & Kynigos, 2010). Este periodo marcó una transición hacia un enfoque de aprendizaje más activo y exploratorio, en el cual las representaciones gráficas y manipulativas comenzaron a ocupar un lugar destacado en la enseñanza de las matemáticas.

En los años 2000, el acceso a internet y el desarrollo de dispositivos móviles introdujeron nuevas herramientas y aplicaciones para la enseñanza de matemáticas.

Este cambio no solo facilitó la creación de materiales didácticos más complejos, sino que también permitió que las herramientas digitales estuvieran disponibles para una audiencia más amplia. Plataformas en línea y tecnologías de aprendizaje mixto, como los cursos abiertos en línea y herramientas de colaboración en tiempo real, promovieron un entorno en el que los estudiantes podían interactuar y construir conocimiento conjuntamente, superando las limitaciones físicas del aula tradicional (Borba, y otros, 2016). La proliferación de aplicaciones móviles de matemáticas proporcionó a los estudiantes una mayor flexibilidad para practicar y resolver problemas en cualquier lugar y momento, cambiando así la dinámica de la enseñanza y el aprendizaje (Sinclair & Robutti, 2020).

Uno de los desarrollos más significativos en las últimas décadas ha sido el diseño de tecnologías dinámicas y multifuncionales, que permiten una representación matemática que cambia en tiempo real. Estas herramientas, al incorporar elementos como puntos deslizantes y animaciones, han facilitado la exploración de conceptos matemáticos complejos, proporcionando una experiencia de aprendizaje interactiva que refuerza la comprensión conceptual a través de la visualización (Roschelle, Feng, Murphy, & Mason, 2016). Los entornos digitales actuales permiten a los estudiantes no solo resolver ecuaciones sino también comprender visualmente la relación entre distintos elementos matemáticos en un contexto dinámico.

El uso de estas herramientas tecnológicas plantea, sin embargo, desafíos para el profesorado, ya que se requiere no solo de un conocimiento técnico, sino también de una adaptación pedagógica que facilite el aprovechamiento de estas herramientas en el aula. El enfoque de génesis instrumental, propuesto por Artigue (2002), sostiene que el proceso de adaptación de una tecnología en el aula no es automático y demanda un esfuerzo consciente por parte de los docentes para transformar las herramientas en instrumentos de aprendizaje efectivos. Este proceso de instrumentalización y orquestación instrumental implica que el profesorado debe aprender a gestionar la tecnología de manera que se alinee con los objetivos pedagógicos y promueva la construcción de conocimientos significativos por parte del alumnado.

Con el surgimiento de entornos digitales que permiten la interacción en tiempo real entre estudiantes y docentes, se ha establecido un modelo de aprendizaje más participativo y centrado en el estudiante. Este enfoque permite a los estudiantes ser más activos en su propio proceso de aprendizaje, explorando conceptos matemáticos

de forma autónoma y colaborativa. Estudios recientes como el de Taranto et al. (2024) indican que estos entornos pueden facilitar el desarrollo de competencias matemáticas a través de actividades de colaboración, en las cuales los estudiantes discuten y solucionan problemas de manera conjunta utilizando herramientas digitales compartidas.

La adopción de plataformas en línea y herramientas interactivas ha transformado la enseñanza de matemáticas en una actividad donde el aprendizaje puede ocurrir tanto dentro como fuera del aula. En este contexto, el aprendizaje mixto combina actividades presenciales y virtuales, permitiendo a los estudiantes interactuar con el contenido a su propio ritmo y en diferentes formatos. Esta metodología ha mostrado ser eficaz para complementar el aprendizaje presencial, y para ofrecer a los estudiantes una experiencia de aprendizaje más variada y personalizada (Goos, Stillman, Herbert, & Geiger, 2020).

A medida que estas herramientas evolucionan, el campo de la enseñanza de las matemáticas ha experimentado una creciente especialización en el uso pedagógico de la tecnología. La implementación efectiva de estas tecnologías en el aula depende de una formación continua y específica para los docentes, ya que las investigaciones señalan que el impacto positivo de la tecnología en el aprendizaje de matemáticas se incrementa cuando los docentes están capacitados en su aplicación pedagógica (Clark-Wilson et al., 2020).

2.2.1.2. GeoGebra y su aplicación en el aprendizaje de conceptos algebraicos y gráficos

GeoGebra es una herramienta tecnológica ampliamente utilizada en la educación matemática, destacada por su capacidad para integrar conceptos algebraicos y gráficos en un entorno interactivo. Su diseño permite que los estudiantes visualicen ecuaciones y funciones en tiempo real, lo cual facilita la comprensión de relaciones matemáticas complejas. En particular, GeoGebra es eficaz en la enseñanza de conceptos algebraicos como las funciones cuadráticas, ya que permite a los estudiantes manipular ecuaciones y observar instantáneamente sus efectos en la gráfica, promoviendo una experiencia de aprendizaje activa y visual. Este enfoque interactivo es una mejora significativa respecto a los métodos tradicionales, donde los estudiantes enfrentan desafíos al intentar visualizar conceptos abstractos sin herramientas de apoyo (Tamam & Dasari, 2021).

La interfaz de GeoGebra proporciona un entorno que combina múltiples representaciones, integrando el álgebra, la geometría, y la estadística, lo cual es esencial para el aprendizaje de funciones cuadráticas. Los estudiantes pueden ingresar ecuaciones cuadráticas y modificar los parámetros de manera interactiva, lo que les permite explorar cómo cambian la forma y posición de la parábola. Este tipo de manipulación gráfica contribuye a una comprensión más completa de los efectos de los coeficientes en la función cuadrática, como el ancho y la orientación de la parábola, y ayuda a desarrollar habilidades de análisis visual en los estudiantes, algo que es menos accesible en el aprendizaje tradicional (Tamam & Dasari, 2021).

En el contexto de la educación algebraica, GeoGebra permite realizar experimentos visuales que simplifican el aprendizaje de conceptos complejos, fomentando la exploración independiente. Por ejemplo, al ajustar el término constante en una ecuación cuadrática, los estudiantes pueden observar el efecto en la traslación de la gráfica, lo cual facilita el aprendizaje de conceptos de desplazamiento vertical sin necesidad de memorizar reglas abstractas. La capacidad de experimentar directamente con los valores de la ecuación también refuerza el desarrollo de habilidades analíticas, ya que los estudiantes pueden deducir patrones y formular conclusiones basadas en sus observaciones, un proceso que fortalece el razonamiento algebraico (Hudu et al., 2024).

El uso de GeoGebra en la enseñanza de funciones cuadráticas no solo promueve la comprensión de la representación gráfica, sino también la conexión entre diferentes representaciones simbólicas y numéricas. Los estudiantes pueden ver simultáneamente la forma gráfica de una función y su representación algebraica, lo cual les permite entender cómo se relacionan ambas representaciones. Esta simultaneidad es fundamental para superar las dificultades comunes en la transición entre expresiones simbólicas y su interpretación gráfica. GeoGebra, en este sentido, actúa como un puente entre lo algebraico y lo visual, facilitando un aprendizaje cohesivo y más accesible (Birgin y Yazıcı, 2020).

Además, investigaciones han mostrado que GeoGebra es una herramienta eficaz para reducir los errores conceptuales en el aprendizaje de funciones cuadráticas. Al permitir una manipulación directa y visual de los elementos algebraicos, los estudiantes pueden identificar y corregir sus errores de manera autónoma. Por ejemplo, al trabajar con la intersección de la parábola con el eje x , los estudiantes pueden experimentar con el discriminante y observar cómo afecta la

cantidad y posición de los puntos de intersección. Este tipo de aprendizaje activo es clave para fomentar una comprensión conceptual, ya que los estudiantes internalizan el significado de los términos en la ecuación cuadrática y su impacto en la gráfica (Radmehr y Rahimian, 2020).

La versatilidad de GeoGebra se extiende a su uso en diferentes dispositivos, lo que facilita el aprendizaje fuera del aula y promueve la continuidad del estudio. La versión de GeoGebra para dispositivos móviles permite a los estudiantes practicar y explorar funciones cuadráticas en cualquier momento, consolidando el aprendizaje a través de la práctica constante. Este acceso extendido a herramientas de visualización contribuye a la autonomía del estudiante y permite una profundización en conceptos que requieren tiempo para ser dominados. Además, la posibilidad de utilizar GeoGebra en diversos entornos digitales amplía el rango de aplicaciones pedagógicas en el aprendizaje de las matemáticas (Septian & Prabawanto, 2020).

En términos de motivación y compromiso estudiantil, GeoGebra ha demostrado ser eficaz para incrementar el interés en el aprendizaje de funciones cuadráticas. La interacción directa con gráficos y ecuaciones fomenta una experiencia de aprendizaje más dinámica y atractiva para los estudiantes, quienes se sienten motivados a experimentar y descubrir. Este aumento en el compromiso se traduce en una mayor retención del contenido, ya que los estudiantes que interactúan activamente con los materiales de estudio tienden a recordar mejor los conceptos. GeoGebra, al proveer un entorno interactivo, facilita este tipo de aprendizaje participativo, lo cual es difícil de lograr en un enfoque pasivo (Birgin y Yazıcı, 2020).

Asimismo, el uso de GeoGebra permite a los docentes implementar enfoques pedagógicos centrados en el alumno, donde se promueve la exploración y la construcción autónoma del conocimiento. Los docentes pueden diseñar actividades en las que los estudiantes exploran por sí mismos el comportamiento de las funciones cuadráticas, formulando hipótesis y verificando resultados mediante la manipulación de gráficos. Este tipo de actividades fomenta habilidades de resolución de problemas y de pensamiento crítico, alineadas con los objetivos de la educación matemática moderna, que busca desarrollar competencias analíticas y no solo la memorización de procedimientos (Hudu et al., 2024).

GeoGebra, además, es una herramienta adaptable a diversos niveles de dificultad, permitiendo que se use en diferentes etapas del aprendizaje de las matemáticas. Su diseño flexible permite que tanto principiantes como estudiantes

avanzados puedan beneficiarse de sus funcionalidades. Los principiantes pueden explorar conceptos básicos de forma intuitiva, mientras que los estudiantes con mayor experiencia pueden realizar análisis más complejos, como el estudio de funciones cuadráticas con restricciones específicas o el análisis de vértices y focos. Esta adaptabilidad convierte a GeoGebra en un recurso versátil en el currículo educativo (Septian & Prabawanto, 2020).

En conclusión, GeoGebra representa una herramienta tecnológica significativa en el contexto del aprendizaje de funciones cuadráticas, proporcionando un entorno visual y experimental que facilita la comprensión y el análisis de conceptos algebraicos y gráficos. Su integración en el currículo de matemáticas promueve un aprendizaje activo y centrado en el estudiante, alineado con los objetivos de la educación contemporánea en matemáticas. GeoGebra no solo contribuye al desarrollo conceptual de los estudiantes, sino que también impulsa su autonomía y compromiso, elementos esenciales en el aprendizaje eficaz de las matemáticas.

2.2.2. Aprendizaje de funciones cuadráticas en la educación secundaria

2.2.2.1. Conceptos fundamentales de las funciones cuadráticas y su importancia en matemáticas

Las funciones cuadráticas representan una de las primeras introducciones a la estructura de las funciones polinómicas en álgebra, donde el análisis de la parábola como gráfica permite a los estudiantes comprender conceptos como el vértice, los ceros de la función y los efectos de los coeficientes en la forma y ubicación de la curva. Estas propiedades resultan esenciales para formar una base de referencia en el estudio de funciones, ya que brindan una comprensión aplicable en el análisis de sistemas y fenómenos que requieren modelización matemática, tales como la trayectoria de proyectiles en física o el cálculo de costos y ganancias en economía (Santia & Sutawidjadja, 2019).

El estudio de las funciones cuadráticas permite analizar la relación entre sus formas algebraicas y gráficas mediante transformaciones de coordenadas y modificaciones en los coeficientes, lo que lleva a los estudiantes a desarrollar un sentido de dependencia funcional. En el ámbito de las matemáticas, esta relación entre representación algebraica y gráfica permite abordar conceptos más abstractos, como el cambio de signo y la simetría, que son fundamentales en el cálculo de máximos y mínimos y en la optimización de recursos. Estos conceptos son también

fundamentales para disciplinas que requieren análisis de variaciones y patrones de comportamiento, fortaleciendo la preparación de los estudiantes para enfrentar problemas complejos (Santia & Sutawidjadja, 2019).

La parábola, como gráfica de una función cuadrática, permite a los estudiantes desarrollar una comprensión profunda de los puntos de intersección, el vértice y el eje de simetría. Estos elementos geométricos ofrecen una perspectiva visual de soluciones reales y complejas de ecuaciones cuadráticas, ayudando a los estudiantes a diferenciar entre las propiedades de distintos tipos de funciones y a visualizar su comportamiento. La interpretación de los puntos de corte con el eje x, que representan las raíces de la ecuación cuadrática, establece una base conceptual importante para el análisis de soluciones en álgebra avanzada y en aplicaciones de modelación cuantitativa (Santia & Sutawidjadja, 2019).

En el contexto educativo, el estudio de funciones cuadráticas proporciona un marco para desarrollar habilidades analíticas al estudiar cómo variaciones en los coeficientes de una función afectan la orientación y amplitud de su gráfica. Esta competencia es esencial para realizar interpretaciones gráficas de funciones que modelan fenómenos físicos, económicos o estadísticos, y para comprender la dependencia entre variables en sistemas que requieren modelización cuantitativa. De este modo, el análisis funcional en las parábolas se convierte en una herramienta didáctica que permite a los estudiantes explorar y verificar propiedades matemáticas de manera visual y cuantitativa (Santia & Sutawidjadja, 2019).

El análisis de las funciones cuadráticas mediante la exploración gráfica de la parábola también permite a los estudiantes comprender la noción de cambio en las variables dependiente e independiente. La capacidad para representar algebra y gráficamente la relación entre los términos cuadráticos y lineales de una función es una competencia que refuerza el razonamiento algebraico, permitiendo a los estudiantes anticipar y verificar resultados en contextos de modelización matemática. Esta habilidad es crucial en el aprendizaje de funciones más complejas, donde se requiere un dominio de las interacciones entre variables para establecer y analizar modelos (Caglayan & Olive, 2010).

En términos de habilidades cuantitativas, el estudio de funciones cuadráticas brinda a los estudiantes herramientas para analizar problemas de maximización y minimización en situaciones prácticas. La identificación de máximos y mínimos en la gráfica de una función cuadrática es relevante en disciplinas como la administración

y la ingeniería, donde es común optimizar recursos o evaluar condiciones de frontera en sistemas de control. Esta aplicabilidad práctica fortalece el uso de funciones cuadráticas como una herramienta versátil en contextos de análisis de datos y decisiones informadas, proporcionando a los estudiantes una preparación sólida para aplicaciones matemáticas en diversos campos (Caglayan & Olive, 2010).

El dominio de la representación gráfica de funciones cuadráticas también fomenta la habilidad de interpretar la concavidad y el crecimiento o decrecimiento de una función en distintos intervalos de su dominio. Esta habilidad, que es esencial para el cálculo diferencial y el análisis de polinomios de mayor grado, permite a los estudiantes anticipar el comportamiento de la función en contextos de modelización matemática, particularmente en aplicaciones que implican predicción de tendencias o análisis de comportamiento no lineal en datos (Santia & Sutawidjadja, 2019).

Además, el estudio de funciones cuadráticas en el aula fomenta un aprendizaje activo y experimental en el cual los estudiantes pueden manipular ecuaciones y observar los cambios en tiempo real en la gráfica de la función. Este enfoque experimental no solo facilita la comprensión de conceptos abstractos, sino que permite a los estudiantes desarrollar una intuición sobre las propiedades de las funciones. El aprendizaje mediante experimentación y visualización directa de la parábola apoya un enfoque constructivista en el que los estudiantes generan conocimiento a través de la observación y verificación de patrones algebraicos y geométricos (Santia & Sutawidjadja, 2019).

El análisis de funciones cuadráticas contribuye al desarrollo de habilidades de razonamiento deductivo, ya que los estudiantes aprenden a interpretar y manipular los coeficientes de una función para anticipar el impacto en su representación gráfica. La capacidad para deducir cómo los cambios en los parámetros afectan la forma y ubicación de la parábola constituye una competencia esencial en el aprendizaje de funciones polinómicas y en la construcción de modelos matemáticos aplicables a una variedad de contextos científicos y tecnológicos. Esta habilidad se convierte en una herramienta útil para modelar relaciones funcionales en diversas disciplinas, donde la exactitud en la representación gráfica y algebraica es fundamental para la solución de problemas.

2.2.2.2. Dificultades comunes en el aprendizaje de funciones cuadráticas y enfoques pedagógicos para abordarlas

Las funciones cuadráticas presentan dificultades significativas en el aprendizaje debido a la complejidad de sus representaciones algebraicas y gráficas, lo que genera confusión en los estudiantes al transitar entre las formas estándar, factorizada y de vértice. Estudios recientes indican que esta limitación en la flexibilidad cognitiva dificulta la conexión entre estas representaciones, restringiendo la comprensión sobre el comportamiento de las funciones cuadráticas en distintos contextos (Kotsopoulos, 2007). El énfasis en la memorización de procedimientos en lugar de en la interpretación conceptual deriva en un aprendizaje fragmentado, que a su vez limita la capacidad de los estudiantes para aplicar estos conocimientos en problemas de mayor complejidad, lo que resalta la necesidad de una enseñanza que promueva una comprensión unificada y aplicable del concepto.

Además, los estudiantes experimentan errores recurrentes al interpretar y manipular elementos algebraicos en funciones cuadráticas, especialmente en procedimientos de factorización y al emplear la fórmula cuadrática. Estos errores evidencian una falta de comprensión en principios fundamentales como la propiedad del producto cero, que es esencial para resolver ecuaciones cuadráticas. La prevalencia de estos errores se relaciona con una enseñanza que prioriza el dominio de procedimientos sobre la creación de significados, lo que reduce la autonomía de los estudiantes en la resolución de problemas y limita su habilidad para transferir el conocimiento adquirido a diferentes contextos (Didis & Erbas, 2015).

Otra dificultad se presenta en la resolución de problemas contextualizados que demandan la aplicación de funciones cuadráticas en situaciones reales. Investigaciones recientes señalan que los estudiantes tienden a emplear métodos de solución inapropiados en contextos no rutinarios, lo que refleja una carencia en la capacidad de trasladar conocimientos abstractos a situaciones prácticas (Kotsopoulos, 2007). Este problema subraya la necesidad de enfoques pedagógicos que integren contextos aplicados y favorezcan la habilidad de los estudiantes para resolver problemas que requieren la aplicación de conceptos de funciones cuadráticas en situaciones concretas, como modelos físicos o económicos.

Para abordar estas problemáticas, se han propuesto métodos pedagógicos como el análisis de errores, mediante el cual los estudiantes reflexionan sobre sus propios fallos al aprender funciones cuadráticas. Esta técnica permite que los estudiantes identifiquen patrones de error, comprendan sus deficiencias conceptuales y se enfoquen en áreas específicas de mejora, especialmente en la aplicación de la

propiedad del producto cero y la factorización. El análisis de errores fomenta un aprendizaje autorregulado y una mayor conciencia en la estructura de su propio aprendizaje, promoviendo una aproximación más organizada y autónoma a las matemáticas (Kotsopoulos, 2007).

La introducción de herramientas tecnológicas como GeoGebra ha mostrado beneficios significativos en la visualización y manipulación de funciones cuadráticas, permitiendo a los estudiantes explorar conceptos como el vértice y las raíces en relación con los coeficientes de la función. GeoGebra facilita una representación gráfica dinámica que contribuye a una mejor comprensión conceptual, minimizando errores en la manipulación algebraica. Este enfoque de enseñanza interactivo resulta efectivo para mejorar la interpretación gráfica y el entendimiento de los comportamientos algebraicos de las funciones cuadráticas, lo que ha incentivado su uso en la educación matemática moderna (Shahbari, 2024).

La resolución de problemas no rutinarios proporciona a los estudiantes oportunidades para desarrollar habilidades de análisis y aplicar sus conocimientos en contextos inesperados, promoviendo un pensamiento crítico. Estudios sobre este tipo de actividades indican que el abordaje de problemas complejos ayuda a los estudiantes a adaptar sus conocimientos a nuevas situaciones. Sin embargo, el éxito de esta metodología depende de una estructura pedagógica donde el docente guíe a los estudiantes en el análisis de problemas, lo cual contribuye a consolidar el aprendizaje de conceptos matemáticos aplicados (Shahbari, 2024).

El fomento de la autoconciencia y la reflexión metacognitiva también resulta esencial en el aprendizaje de funciones cuadráticas. Al incentivar estas habilidades, los estudiantes son capaces de monitorear su progreso, reconocer errores y ajustar sus estrategias de aprendizaje, mejorando su eficacia en el manejo de funciones cuadráticas (Shahbari, 2024). Este tipo de reflexión permite a los estudiantes desarrollar una mejor autogestión en el aprendizaje, lo que se traduce en un rendimiento superior en matemáticas al poder identificar sus propios errores y corregirlos de forma independiente.

Para enfrentar la limitada transferencia de conocimiento abstracto a aplicaciones prácticas, se recomienda combinar el análisis de errores, herramientas tecnológicas de visualización y problemas no rutinarios en la enseñanza de funciones cuadráticas. Estos métodos permiten a los estudiantes integrar y conectar las representaciones algebraicas y gráficas, facilitando una comprensión cohesionada y

adaptable de las funciones cuadráticas. Este enfoque optimiza la flexibilidad cognitiva, la cual es relevante para el aprendizaje de conceptos matemáticos y su aplicación práctica en contextos diversos (Shahbari, 2024). La implementación de estos enfoques, junto con el apoyo docente, contribuye a optimizar el aprendizaje en matemáticas al promover tanto la comprensión conceptual como el desarrollo de habilidades aplicadas en el contexto de funciones cuadráticas.

2.2.2.3. Dificultades en el aprendizaje de funciones cuadráticas en Ecuador

En Ecuador, los resultados de la prueba PISA-D 2018 muestran que el 70.9% de los estudiantes evaluados no alcanzaron el nivel mínimo de competencias en matemáticas. Estas cifras reflejan problemas en áreas fundamentales, como la resolución de ecuaciones y el análisis gráfico, que son esenciales para abordar funciones cuadráticas. La falta de habilidades básicas en estos temas limita la capacidad de los estudiantes para realizar conexiones entre representaciones algebraicas y gráficas, lo que obstaculiza su avance en matemáticas (Instituto Nacional de Evaluación Educativa, 2018).

El enfoque predominante en las aulas sigue priorizando métodos basados en la memorización de fórmulas y procedimientos. Este tipo de enseñanza dificulta que los estudiantes comprendan la relación entre conceptos clave, como el vértice y los puntos de intersección de una parábola. Los ejercicios se enfocan en resultados predeterminados y no promueven un aprendizaje que permita aplicar estos conocimientos en situaciones prácticas. Esto genera un desfase entre los objetivos del currículo y las competencias desarrolladas por los estudiantes (Rueda, Rueda, & Hernández, 2020).

Las instituciones educativas, especialmente en zonas rurales y de bajos ingresos, carecen de recursos necesarios para enseñar temas matemáticos complejos como las funciones cuadráticas. La ausencia de materiales gráficos adecuados y modelos visuales afecta la capacidad de los estudiantes para explorar propiedades como el eje de simetría o la forma de una parábola. Estas limitaciones perpetúan desigualdades en el acceso a una enseñanza de calidad y restringen el desarrollo de habilidades matemáticas avanzadas (Instituto Nacional de Evaluación Educativa, 2018).

La formación docente enfrenta retos similares. Muchos profesores no reciben capacitación específica en metodologías efectivas para enseñar funciones

cuadráticas, lo que los lleva a emplear enfoques tradicionales. La ausencia de estrategias pedagógicas adecuadas impide que los estudiantes desarrollen habilidades analíticas o comprendan los principios matemáticos que sustentan estos conceptos. Esto se traduce en clases que no estimulan el razonamiento lógico ni el pensamiento crítico necesario para abordar el tema (Rueda, Rueda, & Hernández, 2020).

La percepción negativa hacia las matemáticas también impacta el aprendizaje. Temas como las funciones cuadráticas son percibidos como abstractos y desconectados de la realidad por los estudiantes. Esto refuerza la falta de interés y dificulta el aprendizaje, especialmente cuando la enseñanza no incluye aplicaciones prácticas que permitan contextualizar los conceptos. Esta problemática se refleja en la baja motivación y el limitado desempeño de los estudiantes en evaluaciones académicas (Instituto Nacional de Evaluación Educativa, 2018).

La combinación de carencias estructurales, falta de recursos didácticos y metodologías inadecuadas configura un escenario adverso para el aprendizaje de las funciones cuadráticas. Abordar estos problemas requiere mejorar la infraestructura educativa, capacitar a los docentes en enfoques modernos y garantizar el acceso a materiales que faciliten la enseñanza de temas matemáticos avanzados. Estos ajustes son necesarios para que los estudiantes desarrollen competencias matemáticas que les permitan enfrentar retos académicos más complejos.

2.2.3. Aprendizaje de funciones cuadráticas en la educación secundaria

2.2.3.1. Teoría de la representación semiótica de Raymond Duval y su aplicación en la visualización de funciones cuadráticas

La teoría de la representación semiótica plantea que los conceptos matemáticos necesitan representaciones específicas para ser comprendidos y manipulados, especialmente en el estudio de funciones cuadráticas. Esta teoría resulta útil en el análisis de cómo los estudiantes construyen significado a partir de las representaciones gráficas y algebraicas de dichas funciones, permitiéndoles explorar características esenciales como el vértice y la intersección con los ejes. Este proceso metodológico examina las interpretaciones y manipulaciones que los estudiantes realizan al interactuar con diversas representaciones, integrando así los conceptos algebraicos y gráficos en un contexto de aprendizaje de funciones cuadráticas (Duval, 2017).

Dentro de esta teoría, la formación es el primer paso y se refiere a la creación de una representación inicial dentro de un registro específico, como el gráfico de una parábola derivada de su ecuación. Este proceso es fundamental para que los estudiantes identifiquen visualmente aspectos esenciales de la función cuadrática en el gráfico. La formación permite, además, que los estudiantes asocien términos algebraicos con elementos gráficos, estableciendo una base de conocimiento que facilita el entendimiento inicial de las propiedades matemáticas sin necesidad de cambiar de representación, contribuyendo a una comprensión gradual de los conceptos (Duval, 2017).

El tratamiento, segundo elemento importante de esta teoría, implica manipular y explorar una representación dentro del mismo registro para observar cómo las variaciones en los parámetros afectan la forma de la parábola sin alterar el tipo de representación. En el caso de funciones cuadráticas, esta actividad se aplica al modificar coeficientes en la ecuación y observar sus efectos en el gráfico, lo que proporciona a los estudiantes un enfoque exploratorio dentro del registro gráfico. Este proceso es esencial para que comprendan de forma visual y práctica las transformaciones de funciones cuadráticas, facilitando el aprendizaje de los efectos específicos de cada coeficiente en la parábola (Duval, 2017).

La conversión entre registros, un componente central de la teoría, implica trasladar información de una representación a otra, como transformar una ecuación algebraica en su gráfica correspondiente. En funciones cuadráticas, esta habilidad permite a los estudiantes observar cómo los cambios en los coeficientes se reflejan gráficamente, lo cual fortalece la comprensión de la función en distintas representaciones. Esta capacidad para cambiar de registro permite desarrollar un conocimiento flexible, lo cual es esencial en matemáticas al requerir que los estudiantes interpreten y analicen conceptos desde perspectivas múltiples (Duval, 2017).

Además, la conversión es una habilidad compleja, ya que exige que el estudiante interprete una representación dentro del contexto de otra sin perder de vista el significado matemático subyacente. En el caso de las funciones cuadráticas, cambiar de la representación algebraica a la gráfica permite visualizar propiedades como el vértice, los interceptos y la simetría de la parábola, aspectos que no siempre son evidentes en la forma algebraica de la función. Esta habilidad es fundamental

para un aprendizaje integrado de los conceptos y permite a los estudiantes entender las relaciones entre las diferentes representaciones (Duval, 2017).

La teoría también analiza los problemas comunes en el aprendizaje de funciones cuadráticas, principalmente relacionados con la dificultad de algunos estudiantes para realizar conversiones entre registros. Esta dificultad limita el aprendizaje de propiedades fundamentales de la función cuadrática y su visualización en el plano gráfico. En el contexto de la teoría, apoyar la conversión de registros entre la representación algebraica y la gráfica es crucial para que los estudiantes superen barreras en la comprensión de estos conceptos y adquieran un entendimiento más coherente de las relaciones matemáticas entre los elementos de la parábola (Duval, 2017).

Para facilitar el aprendizaje de las funciones cuadráticas, se recomienda un enfoque que incluya múltiples representaciones, permitiendo a los estudiantes experimentar con gráficos y ecuaciones de forma integrada. Esto permite que el estudiante adquiera una perspectiva operativa de las relaciones algebraicas, lo que es especialmente útil para resolver problemas más avanzados. La teoría sugiere que esta práctica en la manipulación y traducción entre registros ayuda a los estudiantes a consolidar su comprensión del concepto de función cuadrática y su representación gráfica, promoviendo una integración de los aspectos algebraicos y visuales (Duval, 2017).

Asimismo, la teoría propone la coordinación entre al menos dos registros de representación como una habilidad necesaria en el aprendizaje de matemáticas (Radford, 2013). En funciones cuadráticas, esto implica que los estudiantes deben alternar entre la expresión algebraica y su gráfica para desarrollar una comprensión completa. Al trabajar en la coordinación de estos registros, los estudiantes mejoran su capacidad para resolver problemas matemáticos, ya que pueden validar sus interpretaciones y procedimientos en ambas formas, lo cual fortalece su competencia en el manejo de funciones cuadráticas (Duval, 2017).

Resalta el uso de representaciones visuales como un recurso para profundizar en la enseñanza de funciones cuadráticas. El empleo simultáneo de gráficos y expresiones algebraicas ayuda a los estudiantes a observar, manipular e interactuar con las propiedades de la parábola, permitiéndoles explorar y consolidar los elementos que componen la función cuadrática. Esta estrategia no solo facilita el proceso de aprendizaje, sino que también ayuda a los estudiantes a verificar de

manera visual la relación entre la ecuación y su representación gráfica, promoviendo una experiencia de aprendizaje interactiva y funcional (Duval, 2017).

2.2.3.2. Teoría de la instrumentalización de Michèle Artigue y el rol de las herramientas tecnológicas en el desarrollo conceptual

La teoría de la instrumentalización de Michèle Artigue aborda cómo el uso de herramientas tecnológicas en matemáticas contribuye al desarrollo conceptual mediante dos procesos centrales: la instrumentalización y la instrumentación. La instrumentalización se refiere a cómo los estudiantes adaptan la herramienta a sus necesidades específicas, mientras que la instrumentación describe el efecto transformador de la herramienta en la comprensión del estudiante sobre los conceptos matemáticos. Este modelo sostiene que las herramientas tecnológicas, más allá de ser un simple soporte didáctico, influyen activamente en la construcción del conocimiento, lo que las convierte en un componente esencial en el aprendizaje de conceptos matemáticos complejos (Artigue, 2002).

En el contexto del aprendizaje de funciones cuadráticas, la instrumentalización permite que los estudiantes exploren la relación entre la representación algebraica y gráfica de estas funciones. Herramientas como GeoGebra facilitan esta conexión al ofrecer visualizaciones inmediatas de cambios en la expresión matemática, permitiendo a los estudiantes observar en tiempo real los efectos de variaciones en los parámetros. Esta interacción dinámica ayuda a los alumnos a interiorizar conceptos como la forma de la parábola, la posición del vértice y la dirección de apertura, favoreciendo un aprendizaje más intuitivo y menos mecánico (Artigue, 2002).

La instrumentación, en tanto, transforma la forma en que los estudiantes abordan los problemas matemáticos, al facilitar una metodología exploratoria en lugar de una orientada únicamente a resultados. Al experimentar con las funciones y sus gráficos, los estudiantes construyen hipótesis, observan patrones y realizan inferencias que les ayudan a construir un entendimiento conceptual más amplio. Este tipo de interacción fomenta la autonomía en el aprendizaje, permitiendo que los estudiantes desarrollen estrategias para resolver problemas de manera más flexible y menos dependiente de instrucciones directas (Artigue, 2002).

Además, la instrumentalización facilita la internalización de terminología matemática. Al interactuar con representaciones gráficas, los estudiantes no solo memorizan términos como vértice o intersecciones, sino que los comprenden

visualmente y los reconocen como elementos fundamentales de las funciones cuadráticas. Esta capacidad de vincular términos matemáticos con representaciones concretas promueve una transición fluida entre expresiones algebraicas y gráficas, un aspecto fundamental para la comprensión de conceptos avanzados en matemáticas (Artigue, 2002).

Por otro lado, la teoría sugiere que la introducción de herramientas tecnológicas redefine el rol del docente, quien pasa a ser un facilitador en lugar de un transmisor de conocimiento. El docente guía a los estudiantes en el uso efectivo de la tecnología, promoviendo un enfoque en el cual los alumnos no solo interactúan con el software, sino que también construyen su propio conocimiento a través de esta interacción. Esta metodología exige que los docentes desarrollen competencias no solo técnicas, sino también pedagógicas, para maximizar el impacto de herramientas como GeoGebra en la educación matemática (Artigue, 2002).

La instrumentalización también fomenta la aplicación de conceptos teóricos en contextos prácticos, permitiendo que los estudiantes apliquen conocimientos abstractos a situaciones reales. Esto no solo fortalece el aprendizaje teórico, sino que prepara a los estudiantes para emplear sus habilidades matemáticas en situaciones complejas fuera del aula. En el caso de las funciones cuadráticas, la posibilidad de manipular gráficos y ver el impacto inmediato de cambios en la fórmula facilita la comprensión de cómo estos conceptos se aplican a problemas concretos (Artigue, 2002).

La teoría de la instrumentalización enfatiza la necesidad de integrar estratégicamente las herramientas tecnológicas en el currículo, lo cual requiere una planificación meticulosa. Artigue destaca que para que la tecnología tenga un impacto significativo en la comprensión matemática, debe estar alineada con los objetivos educativos y empleada de manera consistente en las actividades de aprendizaje. Esta estrategia no solo refuerza los conceptos, sino que permite que la tecnología actúe como un mediador efectivo en la enseñanza de temas complejos como las funciones cuadráticas (Artigue, 2012).

El uso de GeoGebra, en particular, se considera eficaz para abordar las dificultades que los estudiantes enfrentan en la comprensión de las propiedades de las funciones cuadráticas. Al proporcionar un entorno donde los estudiantes pueden manipular las gráficas y observar transformaciones en tiempo real, el software permite a los estudiantes superar barreras en la comprensión de conceptos abstractos. Esto

reduce la dependencia de procedimientos de memorización y promueve un enfoque más constructivo y experimental hacia el aprendizaje matemático (Artigue, 2002).

Artigue (2002) también sostiene que la instrumentalización mediante herramientas tecnológicas como GeoGebra transforma el aprendizaje al facilitar la construcción de conocimiento colaborativo. En este contexto, los estudiantes comparten hallazgos, discuten estrategias y reflexionan sobre los resultados en un entorno colectivo, fortaleciendo una comprensión conceptual contextualizada. Además, este proceso promueve el desarrollo de habilidades de resolución de problemas al permitir que los estudiantes adapten las herramientas digitales a sus necesidades de aprendizaje. Esto no solo incrementa su competencia técnica, sino que también potencia su capacidad analítica, un elemento esencial en la educación matemática contemporánea.

2.3 Marco legal

A continuación, se aborda el marco legal educativo, revisando las diversas normativas que rigen la educación en Ecuador.

El Ministerio de Educación (MINEDUC) expresa lo siguiente:

El currículo del tronco común en el nivel de Bachillerato abarca las áreas de Matemática, Lengua y Literatura, Ciencias Naturales, Ciencias Sociales, Educación Cultural y Artística, Educación Física, Lengua Extranjera y un módulo interdisciplinar. Dado que la carga horaria mínima para estas asignaturas es establecida, cada institución educativa tiene la libertad de ajustarlas según sus necesidades y contexto, siempre y cuando se cumpla con el total de horas estipuladas para la jornada académica estudiantil (MINEDUC, 2022, pág. 8).

Las instituciones educativas, según su financiamiento y modalidad, desarrollarán su propio esquema organizativo de tiempos para implementar los procesos de enseñanza y aprendizaje. En el nivel de Bachillerato General Unificado (BGU), cada institución asignará un mínimo de 32 períodos pedagógicos semanales para cumplir con los objetivos de aprendizaje de las asignaturas y alcanzar el perfil de salida requerido para el Bachillerato (MINEDUC, 2022, pág. 9).

El Currículum de EGB Y BGU de la matemática manifiesta que:

El currículo se enfoca en desarrollar competencias avanzadas en áreas como álgebra, geometría, trigonometría, cálculo y estadística. El objetivo es preparar a los estudiantes para estudios superiores y la vida profesional, mediante un enfoque

práctico e interdisciplinario que utiliza herramientas tecnológicas y metodologías activas para facilitar el aprendizaje y la resolución de problemas complejos. La flexibilidad del currículo permite adaptaciones según las necesidades de cada institución educativa (MINEDUC, 2022).

En el Reglamento General a la Ley Orgánica de Educación Intercultural (2023) se exponen los siguientes artículos:

ART 9. El currículo nacional incluirá competencias, habilidades y conocimientos esenciales que los estudiantes deben adquirir desde la educación inicial hasta el bachillerato en todas las modalidades del Sistema Nacional de Educación. Además, proporcionará directrices didácticas y pedagógicas para su implementación en el aula, incluyendo ejes transversales, objetivos específicos para cada asignatura o área de conocimiento y perfiles de salida correspondientes a los diversos niveles y subniveles educativos. La Autoridad Educativa Nacional se encargará de emitir el currículo nacional, asegurando que refleje el carácter intercultural y plurinacional del Estado, promoviendo la diversidad lingüística, interculturalidad y los saberes ancestrales de las diversas nacionalidades y pueblos (p.4).

Art 10. Establece que las instituciones educativas pueden ajustar el currículo nacional según las necesidades e intereses de los estudiantes y la comunidad, teniendo en cuenta el entorno y las particularidades sociales y culturales. Esto incluye adaptaciones curriculares, diseñadas para asegurar la inclusión y permanencia de todos los estudiantes, así como la contextualización curricular, que integra el currículo nacional con las realidades y necesidades locales (p.4).

En relación a la educación la Constitución de la República del Ecuador (2021) manifiesta lo siguiente:

Art 26. La educación es un derecho fundamental a lo largo de la vida y una responsabilidad ineludible del Estado. Es una prioridad en las políticas públicas y en la inversión estatal, crucial para asegurar la igualdad, la inclusión social y el bienestar general. Individuos, familias y la sociedad tienen el derecho y la responsabilidad de participar activamente en el proceso educativo (p.17).

Art 27. La educación se centrará en el desarrollo integral del ser humano, respetando los derechos humanos, el medio ambiente sostenible y los principios democráticos. Será un proceso participativo, obligatorio, intercultural, democrático,

inclusivo y diverso, caracterizado por su calidad y calidez. Fomentará la equidad de género, la justicia, la solidaridad y la paz (p.17).

Además, incentivará el pensamiento crítico, la apreciación del arte y la cultura física, y la iniciativa individual y comunitaria. Se orientará al desarrollo de competencias y habilidades para la creación y el trabajo.

Art 29. El Estado garantizará la libertad de enseñanza y de cátedra en la educación superior, y el derecho de las personas a aprender en su lengua y entorno cultural. También reconoce la libertad de las familias para elegir la educación de sus hijos según sus principios y creencias (p.18).

Art 349. El Estado se compromete a garantizar estabilidad laboral, actualización continua y formación al personal docente en todas las modalidades educativas. Asegurará una remuneración justa en consonancia con la profesionalización, el desempeño y los logros académicos. Se implementarán políticas para la promoción, movilidad y alternancia en el cuerpo docente (p.169).

2.4 Dimensiones

Dimensión Cognitiva

El uso de GeoGebra ha demostrado ser efectivo para mejorar la comprensión de conceptos matemáticos complejos. Un estudio reciente destaca que los estudiantes logran identificar y graficar funciones cuadráticas con mayor precisión gracias a la interacción dinámica que ofrece esta herramienta (Surichaqui-Gutiérrez, y otros, 2022)

Dimensión Tecnológica

GeoGebra se ha consolidado como una herramienta accesible y eficiente para la enseñanza de matemáticas. Su diseño intuitivo permite a los estudiantes explorar conceptos sin barreras técnicas, lo que fomenta la autogestión del aprendizaje (Marín Pizarro, Nieves Quinteros , & Rivas Zumaran, 2022).

Dimensión Pedagógica

Desde la perspectiva docente, GeoGebra facilita la integración de enfoques pedagógicos innovadores. Un análisis reciente muestra que los profesores valoran su capacidad para promover la interacción en el aula y mejorar la dinámica de enseñanza (Surichaqui-Gutiérrez, y otros, 2022).

Dimensión Motivacional

El impacto positivo de GeoGebra en la motivación estudiantil ha sido ampliamente documentado. Según un estudio, los estudiantes reportan mayor interés y compromiso al trabajar con recursos digitales interactivos, lo que hace el aprendizaje más dinámico y atractivo (Marín Pizarro, Nieves Quinteros , & Rivas Zumaran, 2022).

Dimensión de Rendimiento Académico

Investigaciones recientes han evidenciado mejoras significativas en el rendimiento académico tras el uso de GeoGebra. Por ejemplo, un estudio cuasi-experimental mostró que los estudiantes obtuvieron mejores resultados en evaluaciones de funciones cuadráticas después de utilizar esta herramienta (Surichaqui-Gutiérrez, y otros, 2022).

3 CAPÍTULO III: Diseño metodológico

3.1 Tipo y diseño de investigación

Este estudio se clasifica como una investigación aplicada, ya que aborda un problema específico en el ámbito educativo relacionado con la enseñanza y el aprendizaje de las funciones cuadráticas mediante la integración del software GeoGebra en el proceso didáctico. La investigación aplicada tiene el propósito de generar conocimientos prácticos que se traduzcan en mejoras pedagógicas, beneficiando así la instrucción matemática en contextos de educación secundaria. Al centrarse en la intervención tecnológica y sus efectos en el rendimiento académico, el estudio propone resultados directamente transferibles a prácticas de aula (Hernández-Sampieri & Mendoza, 2018).

Con un enfoque explicativo, esta investigación busca no solo describir la implementación de GeoGebra, sino también analizar cómo esta herramienta afecta el aprendizaje de las funciones cuadráticas. Al explorar las relaciones causales entre el uso de GeoGebra y el desempeño en matemáticas, el estudio permite comprender los factores que potencian el aprendizaje de conceptos algebraicos complejos. Este enfoque analítico facilita una evaluación precisa del impacto de la tecnología educativa en el dominio de competencias matemáticas específicas en estudiantes de secundaria (Hernández-Sampieri & Mendoza, 2018).

El contexto de la investigación es de campo, pues la recolección de datos ocurre en el entorno natural de los estudiantes, dentro de las instalaciones educativas. Este contexto permite observar los efectos de la intervención tecnológica en condiciones reales de aprendizaje, lo que aporta validez a los resultados obtenidos. La implementación en un entorno educativo genuino asegura que los resultados reflejen de manera precisa los impactos prácticos de la incorporación de GeoGebra en un escenario típico de aula (Hernández-Sampieri & Mendoza, 2018).

En términos de control de variables, el estudio es de carácter cuasi-experimental. Utiliza un diseño que asigna participantes a grupos de control y experimental, lo que permite manipular la variable independiente (uso de GeoGebra) y medir su impacto en la variable dependiente (rendimiento en el aprendizaje de funciones cuadráticas). Este diseño experimental es adecuado para establecer relaciones causales, ya que permite controlar factores externos que podrían influir en

los resultados, generando evidencia robusta sobre los efectos específicos de la intervención (Hernández-Sampieri & Mendoza, 2018).

La orientación temporal de la investigación es transversal, dado que los datos se recopilan en un único punto temporal, posterior a la intervención educativa en los grupos de estudio. Este enfoque permite observar el efecto inmediato de la introducción de GeoGebra en el rendimiento académico de los estudiantes sin requerir un seguimiento prolongado. La estructura temporal transversal es adecuada para medir cambios en el aprendizaje derivados de la implementación de un recurso tecnológico durante un ciclo académico específico.

El diseño adoptado es cuantitativo, dado que se centra en la recolección y análisis de datos numéricos relacionados con el rendimiento de los estudiantes y las mejoras en sus habilidades de resolución de problemas matemáticos tras la introducción de GeoGebra. Este enfoque permite una evaluación precisa y objetiva de los efectos de la intervención, facilitando el análisis estadístico de los resultados y proporcionando evidencia empírica sobre la eficacia de la herramienta tecnológica en el aprendizaje matemático.

Desde una perspectiva general, el estudio se alinea con el paradigma positivista, en el que el investigador mantiene una posición objetiva y basa sus interpretaciones en los datos empíricos obtenidos. La participación del investigador es de carácter observacional, limitándose a evaluar y analizar los resultados sin interferir en el proceso de enseñanza-aprendizaje. Este enfoque metodológico asegura la objetividad del estudio, maximizando el rigor en la interpretación de los datos y la fiabilidad de los hallazgos obtenidos.

La interpretación de la realidad en este estudio se orienta a los efectos mensurables del uso de GeoGebra en el aprendizaje matemático, específicamente en el dominio de funciones cuadráticas. La perspectiva objetiva busca generalizar los resultados con el fin de respaldar la adopción de tecnologías en la educación matemática, estableciendo una base empírica que sirva para orientar investigaciones futuras y apoyar la toma de decisiones en la práctica educativa.

3.2 La población y la muestra

3.1.1 Características de la población

La población objeto de estudio comprende estudiantes de primer año de bachillerato de la Unidad Educativa Adolfo María Astudillo, ubicada en el cantón

Babahoyo, Ecuador. Estos estudiantes comparten la característica de encontrarse en una etapa educativa fundamental para el desarrollo de habilidades en matemáticas, particularmente en el aprendizaje de funciones cuadráticas. Al estar en un nivel inicial de conocimiento en este tema, se presenta una oportunidad significativa para observar el impacto de herramientas tecnológicas como GeoGebra en la construcción de competencias relacionadas con la interpretación gráfica y la comprensión de conceptos algebraicos fundamentales.

Desde una perspectiva educativa, los estudiantes de esta institución se encuentran en una fase crítica para el desarrollo de habilidades matemáticas necesarias para avanzar en estudios de ciencias exactas. Dada la situación de esta unidad educativa en el contexto ecuatoriano, donde los recursos tecnológicos pueden ser limitados, la inclusión de GeoGebra representa una oportunidad significativa para estudiar la efectividad de una intervención pedagógica en un entorno que se asemeja a otras instituciones públicas con limitaciones similares. Así, los resultados obtenidos podrán proporcionar información sobre cómo adaptaciones tecnológicas pueden integrarse en contextos educativos que tradicionalmente han contado con menos acceso a recursos tecnológicos.

3.1.2 Delimitación de la población

La población de este estudio está constituida por 95 estudiantes de primer año de bachillerato de la Unidad Educativa Adolfo María Astudillo, localizada en el cantón Babahoyo, Ecuador, y se delimita temporalmente al año lectivo 2023-2024. Este rango específico en tiempo y espacio corresponde directamente con los términos establecidos en la formulación del problema, donde se busca evaluar el aprendizaje de funciones cuadráticas utilizando herramientas tecnológicas en un contexto definido.

La población es finita, con un tamaño total conocido de $N=96$, lo que elimina la necesidad de procedimientos adicionales de estimación para determinar su magnitud. Al ser finita, se considera posible llevar a cabo acciones que permitan asegurar la inclusión de todos los estudiantes en el análisis, de modo que los resultados reflejen fielmente las características del grupo en el contexto delimitado, cumpliendo con los requisitos de precisión en la determinación del tamaño de la población.

3.1.3 Tipo de muestra

La muestra utilizada en esta investigación corresponde a un subconjunto de la población total, cuyo propósito es representar de manera precisa a los estudiantes de primer año de bachillerato de la Unidad Educativa Adolfo María Astudillo. Existen múltiples métodos para definir una muestra, principalmente divididos en muestreo probabilístico y no probabilístico. El muestreo probabilístico asegura que cada individuo de la población tenga una probabilidad equitativa de ser seleccionado, lo que reduce sesgos y permite una mayor representatividad de la población total. Los métodos en esta categoría incluyen el muestreo aleatorio simple, el estratificado, y el de racimos, cada uno diseñado para cubrir diferentes necesidades de representatividad de la población.

Para el presente estudio, sin embargo, se opta por un muestreo no probabilístico, específicamente mediante el método de conveniencia. Esta técnica es aplicable cuando las características de los sujetos seleccionados son decisivas para el análisis, lo cual se alinea con los objetivos de esta investigación. En el muestreo no probabilístico, el investigador selecciona a los participantes basándose en ciertos criterios predeterminados que garantizan la relevancia de la muestra respecto al fenómeno estudiado, sin necesidad de una distribución aleatoria. Este tipo de muestra es útil para estudios que no requieren generalización amplia, sino una observación en un contexto específico, como en este caso, donde se analizará el impacto del software GeoGebra en el aprendizaje de funciones cuadráticas.

3.1.4 Proceso de selección de la muestra

El proceso de selección de la muestra en esta investigación sigue una estrategia de muestreo no probabilístico por conveniencia, en la que los participantes son seleccionados en función de criterios específicos que aseguran su relevancia para el estudio. Dado que el objetivo es evaluar el impacto de GeoGebra en el aprendizaje de funciones cuadráticas en estudiantes de primer año de bachillerato, se aplican criterios de inclusión y exclusión rigurosos para identificar a los sujetos con características adecuadas para el análisis, limitando la muestra a aquellos estudiantes que reflejan de manera precisa las condiciones necesarias para evaluar la implementación del software en un contexto controlado y específico.

Criterios de inclusión

Para asegurar la representatividad de la muestra y su adecuación al objetivo de la investigación, se han definido los siguientes criterios de inclusión:

1. **Nivel académico:** Los estudiantes deben estar matriculados en el primer año de bachillerato en la Unidad Educativa Adolfo María Astudillo.
2. **Conocimientos previos:** Se incluye únicamente a estudiantes que no hayan recibido instrucción formal sobre funciones cuadráticas, lo que permite un punto de partida homogéneo en términos de conocimientos previos.
3. **Disponibilidad y compromiso:** Los participantes deben demostrar disposición para participar en todas las actividades y evaluaciones relacionadas con la investigación, con el fin de garantizar la continuidad y consistencia de los datos recogidos.

Criterios de exclusión

Los criterios de exclusión se establecen para evitar interferencias que puedan sesgar los resultados y asegurar que los datos obtenidos reflejen el impacto real de la intervención. Los criterios son los siguientes:

1. **Conocimientos avanzados previos:** Se excluyen aquellos estudiantes que ya han recibido instrucción previa sobre funciones cuadráticas, ya que su inclusión podría distorsionar los efectos observados en el aprendizaje de los participantes.
2. **Compromiso insuficiente:** Los estudiantes que no puedan garantizar su asistencia a todas las sesiones o actividades del estudio serán excluidos, evitando así inconsistencias en la intervención y en la recolección de datos.

Tras la aplicación de los criterios de inclusión y exclusión, se seleccionó una muestra final de 50 estudiantes, quienes participaron en el estudio representando a los estudiantes de primer año de bachillerato de la institución.

3.3 Los métodos y las técnicas

En esta investigación, se seleccionan métodos y técnicas específicas que sustentan el análisis del impacto del uso de GeoGebra en el aprendizaje de funciones cuadráticas en estudiantes de bachillerato. A continuación, se describen los métodos y técnicas seleccionados en función de su relevancia para el estudio y su aplicación en el proceso de investigación.

Método teórico

- **Método hipotético-deductivo:** Este método orienta la formulación y validación de la hipótesis, partiendo de la suposición de que GeoGebra tiene un efecto positivo en el rendimiento académico relacionado con las funciones cuadráticas. Mediante el método hipotético-deductivo, se deducen observaciones específicas a partir de esta hipótesis inicial, las cuales se confrontan con los datos empíricos recogidos en el estudio. Este enfoque permite estructurar cada paso del proceso experimental y facilita el análisis comparativo de los resultados en relación con la hipótesis, proporcionando un marco riguroso para evaluar el impacto del software en el rendimiento de los estudiantes.

Método empírico fundamental

- **Experimentación:** Para evaluar los efectos de GeoGebra, se emplea un diseño experimental que compara el rendimiento académico entre un grupo experimental, que utiliza GeoGebra, y un grupo control, que sigue un método de enseñanza tradicional. La experimentación permite observar y establecer relaciones causales entre el uso del software y el aprendizaje de funciones cuadráticas. Los datos se recopilan mediante la aplicación de pruebas postest, permitiendo medir la diferencias en el rendimiento académico de los estudiantes entre grupos y analizar el impacto directo de la herramienta tecnológica en el aprendizaje.

Técnica empírica de recolección de datos

- **Pruebas o test:** Para medir el aprendizaje y la retención de conocimientos en los estudiantes, se aplican pruebas estandarizadas en dos fases fundamentales: pretest y postest. El pretest inicial diagnostica las competencias matemáticas para organizar los grupos de intervención y control, mientras que el postest mide los resultados tras la intervención. Estos instrumentos generan datos cuantitativos sobre el rendimiento académico de ambos grupos, esenciales para un análisis estadístico que compara los niveles de comprensión alcanzados. La comparación permite evaluar objetivamente el impacto del uso de GeoGebra en el aprendizaje de las funciones cuadráticas, validando su efectividad en el desarrollo de competencias específicas.

3.4 Procesamiento estadístico de la información

Esta sección describe en detalle el proceso de manejo de datos y análisis estadístico aplicado para evaluar el impacto de GeoGebra en el aprendizaje de funciones cuadráticas. A continuación, se presenta el procedimiento en fases organizadas, desde la recopilación de datos hasta la interpretación de los resultados finales, asegurando precisión en cada etapa.

Fase 1: Recopilación y Organización de Datos

La fase de recopilación y organización de datos se estructura para obtener, procesar y preparar información cuantitativa relevante para el análisis estadístico, asegurando así una evaluación precisa del impacto de GeoGebra en el aprendizaje de funciones cuadráticas. Este proceso incluye los siguientes pasos técnicos:

1. **Aplicación de Pruebas Diagnósticas y de Rendimiento:** Se aplica un pretest inicial para diagnosticar el nivel de competencias matemáticas de los estudiantes en funciones cuadráticas. Los resultados de esta prueba permiten la organización de los grupos de estudio (intervención y control), asegurando que ambos inicien con niveles similares de comprensión. Tras la intervención, se aplica un posttest que mide el rendimiento alcanzado, generando datos comparables sobre la eficacia de GeoGebra en la mejora del aprendizaje.
2. **Estructuración de Grupos:** Con base en el pretest, los estudiantes se asignan a un grupo experimental (con intervención mediante GeoGebra) y a un grupo control (sin intervención tecnológica). Este esquema permite un análisis comparativo de los resultados obtenidos en el posttest, donde se espera observar diferencias significativas en el rendimiento atribuibles al uso de GeoGebra.
3. **Recolección y Registro de Datos en el Aula:** La recolección de datos se realiza en el entorno escolar, donde se aplican tanto el pretest como el posttest en condiciones controladas. El registro individual de los puntajes de cada estudiante permite construir una base de datos que documenta el desempeño antes y después de la intervención, minimizando el riesgo de errores y garantizando la coherencia de los datos.
4. **Verificación de Calidad de los Datos:** Al concluir la recolección, se lleva a cabo una revisión de los datos para identificar y corregir posibles

inconsistencias, como respuestas incompletas o errores de transcripción. Este paso es esencial para asegurar la fiabilidad de los datos y su idoneidad para el análisis posterior.

5. **Codificación y Organización de Datos:** Cada estudiante recibe un código único para mantener la confidencialidad y facilitar el análisis. Los datos se organizan en una hoja de cálculo donde se registran las variables: grupo asignado, puntaje de pretest, y puntaje de postest. La estructura de la base de datos permite su exportación a software de análisis estadístico, asegurando una manipulación precisa de la información.
6. **Preparación de la Base de Datos para el Análisis:** La base de datos se revisa para garantizar que esté libre de duplicaciones, errores de codificación y valores atípicos, logrando una depuración que optimiza la calidad de los datos. La consistencia de la información asegura que cada registro refleje fielmente el rendimiento de los estudiantes y esté listo para el análisis estadístico.
7. **Organización para Comparación de Resultados:** Los datos se estructuran de manera que cada puntaje individual pueda vincularse al grupo correspondiente (experimental o control), facilitando el análisis comparativo entre ambos grupos. La organización en pares pretest-postest para cada estudiante permite evaluar el cambio en el rendimiento de forma individual y grupal.
8. **Validación de la Información para Análisis Estadístico:** Antes del análisis, se realiza una validación final de los datos. Se verifica que todas las variables estén registradas correctamente y que la base de datos contenga los elementos necesarios para la aplicación de pruebas estadísticas de comparación, tales como el test de diferencias de medias, que analizarán el impacto de la intervención.

Fase 2: Análisis Descriptivo Inicial

El análisis descriptivo inicial organiza y describe los datos recopilados, facilitando la identificación de patrones y distribuciones previos a la comparación estadística entre los grupos de estudio. Esta fase incluye pasos específicos que permiten observar las características de la muestra y el rendimiento académico en el aprendizaje de funciones cuadráticas.

1. **Cálculo de Medidas de Tendencia Central:** Se determinan las medias y medianas de las puntuaciones obtenidas en el postest de cada grupo. La media muestra el rendimiento promedio de los estudiantes en ambas condiciones de estudio (con y sin uso de GeoGebra), mientras que la mediana proporciona un valor complementario útil para analizar la presencia de valores extremos en las distribuciones.
2. **Análisis de Dispersión:** Se calculan la desviación estándar y el rango de las puntuaciones para cada grupo en los momentos de pretest y postest. Estos indicadores muestran la variabilidad del rendimiento académico en cada grupo, revelando si los resultados tienden a ser más consistentes en el grupo que utilizó GeoGebra en comparación con el grupo que empleó el método tradicional.
3. **Representación Gráfica de Distribuciones:** Las puntuaciones del postest se presentan mediante histogramas y diagramas de caja y bigote (boxplots). Estas representaciones gráficas facilitan la visualización de la distribución de las puntuaciones, la identificación de valores atípicos y el análisis de las diferencias en la dispersión de los datos entre los grupos experimental y control.
4. **Comparación Preliminar de Promedios entre Grupos:** Se realiza una comparación inicial de los promedios de rendimiento del postest entre los grupos experimental y control. Aunque esta comparación no incluye un análisis inferencial, permite observar de manera descriptiva posibles diferencias en el rendimiento académico, brindando indicios sobre el impacto inicial del uso de GeoGebra.
5. **Interpretación Descriptiva:** Los resultados descriptivos iniciales se interpretan en función de las diferencias observadas en las medidas de tendencia central y dispersión. Esta interpretación preliminar proporciona una perspectiva de las variaciones en el aprendizaje de funciones cuadráticas asociadas al uso de GeoGebra y establece una base para los análisis estadísticos más profundos en las etapas siguientes.

Fase 3: Verificación de Supuestos Estadísticos

En esta fase se evalúan los supuestos estadísticos de normalidad y homogeneidad de las puntuaciones obtenidas en el postest para los grupos experimental y control, con el fin de determinar la viabilidad de aplicar pruebas

paramétricas. La verificación de estos supuestos es fundamental para la elección de los métodos de análisis estadístico apropiados, asegurando la validez de los resultados.

1. **Prueba de Normalidad:** Para verificar si las puntuaciones del postest siguen una distribución normal en cada grupo, se aplican pruebas de normalidad como Shapiro-Wilk o Kolmogorov-Smirnov, que analizan la concordancia entre la distribución observada y la teórica normal. Un valor de significancia mayor a 0.05 indica que los datos no presentan desviaciones significativas respecto a la normalidad, lo cual respalda el uso de análisis paramétricos en etapas posteriores.
2. **Interpretación de Resultados de Normalidad:** Si los resultados de la prueba de normalidad muestran que los datos no se distribuyen normalmente en alguno de los grupos, se considerará el uso de pruebas no paramétricas para el análisis de las diferencias en el rendimiento académico. Este paso asegura que los resultados reflejen adecuadamente el comportamiento de los datos, sin comprometer la robustez de los análisis estadísticos.
3. **Prueba de Homogeneidad de Varianzas:** Se realiza una prueba de homogeneidad de varianzas, como Levene o Brown-Forsythe, para determinar si existe igualdad de varianza entre las puntuaciones de los grupos experimental y control en el postest. Un valor de significancia mayor a 0.05 en esta prueba sugiere que las varianzas de ambos grupos son homogéneas, lo cual permite aplicar pruebas paramétricas como el t-test para muestras independientes.
4. **Consideración de Alternativas ante Heterogeneidad de Varianzas:** En caso de que la prueba de homogeneidad indique diferencias significativas entre las varianzas de los grupos, se evalúa la posibilidad de utilizar pruebas ajustadas para varianzas desiguales, como el Welch's t-test, o, en su defecto, pruebas no paramétricas. Esto permite adaptarse a las características de los datos manteniendo la validez de las conclusiones.
5. **Registro y Análisis de Supuestos:** Los resultados de las pruebas de normalidad y homogeneidad se documentan y se interpretan en función de su impacto en los análisis subsiguientes. Este registro es esencial para justificar la elección de métodos estadísticos y para la transparencia del proceso de análisis en la investigación.

Fase 4: Comparación de Resultados entre Grupos: Prueba t de Student

La comparación de resultados entre los grupos experimental y control se realiza mediante la prueba t de Student para muestras independientes. Este procedimiento estadístico permite evaluar si existen diferencias significativas en los resultados del postest entre los estudiantes que utilizaron GeoGebra y aquellos que recibieron instrucción tradicional. La elección de esta prueba está fundamentada en la capacidad de la t de Student para determinar variaciones en las medias de dos grupos distintos, siendo apropiada para investigaciones con diseño experimental donde se comparan grupos independientes.

1. **Aplicación de la Prueba t para Muestras Independientes:** La prueba t de Student se emplea con el objetivo de comparar las medias del postest de los grupos experimental y control. Antes de su aplicación, es fundamental corroborar que los datos cumplan con los supuestos de normalidad y homogeneidad de varianzas. Cumplir con estos supuestos garantiza que la prueba t proporcione resultados precisos y confiables sobre la diferencia entre los promedios de ambos grupos.
2. **Cálculo del Valor t y su Interpretación:** Una vez verificados los supuestos, se calcula el valor t para las medias del postest de ambos grupos. Este valor se compara con los valores críticos de la distribución t para el nivel de significancia establecido, generalmente 0.05. Si el valor de p resultante es menor que 0.05, se considera que existen diferencias estadísticamente significativas entre los grupos, lo cual sugiere que el uso de GeoGebra tuvo un efecto en el rendimiento académico.
3. **Determinación de la Dirección y Magnitud de la Diferencia:** Al obtener un resultado significativo, se analiza la dirección de la diferencia, identificando si el grupo experimental muestra una media superior a la del grupo control. Este análisis permite determinar si el uso de GeoGebra se asocia con un mejor rendimiento en el aprendizaje de funciones cuadráticas. Además, se puede calcular el tamaño del efecto mediante el estadístico d de Cohen para conocer la magnitud de la diferencia, brindando información sobre la relevancia práctica de los hallazgos.
4. **Interpretación de los Resultados en el Contexto de la Hipótesis:** Los resultados de la prueba t se interpretan en relación con la hipótesis planteada,

la cual sostiene que el uso de GeoGebra mejora el rendimiento académico en el aprendizaje de funciones cuadráticas. Si la prueba t confirma diferencias significativas, se acepta la hipótesis alternativa, respaldando el impacto positivo del software en el proceso educativo.

5. **Registro y Documentación de los Resultados:** Los valores de t , p y el tamaño del efecto se registran cuidadosamente para documentar los resultados del análisis comparativo. Este registro es fundamental para respaldar las conclusiones de la investigación, permitiendo una revisión detallada de los procedimientos estadísticos aplicados y asegurando la transparencia en el proceso de validación de la hipótesis.

4 CAPÍTULO IV: Análisis e interpretación de resultados

4.1 Resultados de la Prueba de Competencias Matemáticas

Iniciales

Los resultados de la Prueba de Competencias Matemáticas Iniciales muestran la distribución de los estudiantes en tres niveles: bajo, medio y alto. El nivel medio agrupa a 30 estudiantes, quienes presentan una media de 51 puntos, una mediana de 53 y una desviación estándar de 8.95. Esto refleja una menor dispersión en los resultados de este grupo, con un coeficiente de variación de 0.177. En el nivel alto, que incluye a 10 estudiantes, la media alcanza 80 puntos, con una mediana de 79 y una desviación estándar de 9.48. Este grupo tiene un rango de puntajes entre 69 y 96 puntos. Por su parte, el nivel bajo, con 10 estudiantes, muestra una media de 13 puntos y una mediana de 11. Este nivel presenta mayor dispersión relativa, con un coeficiente de variación de 0.731, y un rango que va de 1 a 27 puntos.

Tabla 2.

Estadística descriptiva de la Prueba de Competencias Matemáticas Iniciales Categorizados por Niveles

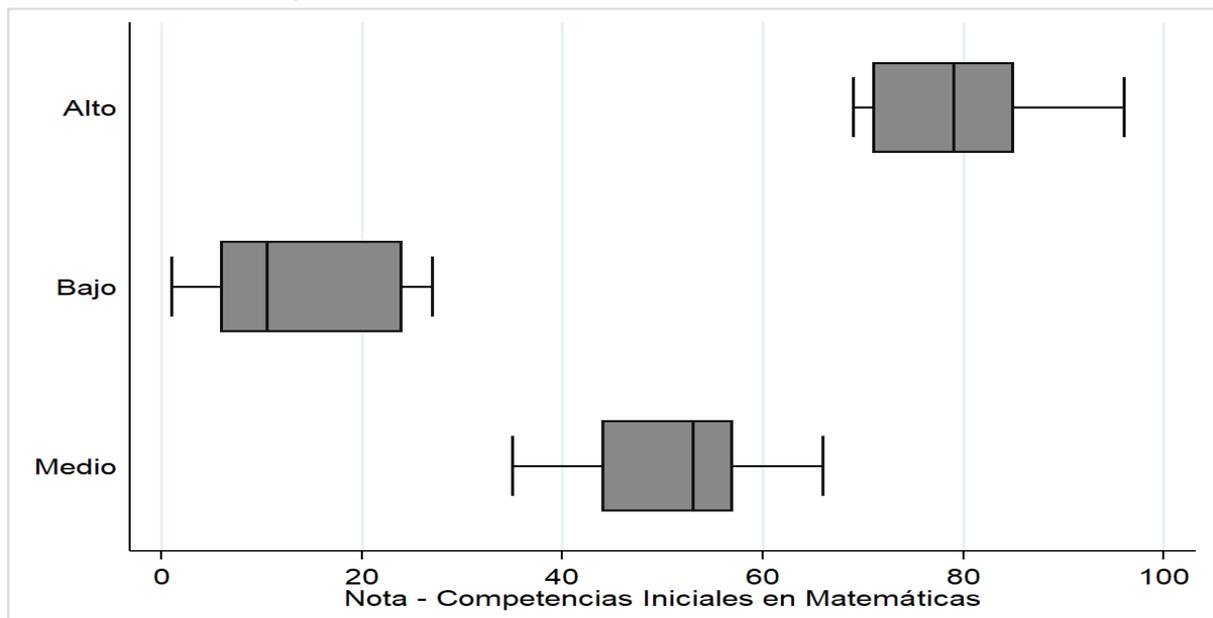
Nivel	N	media	p50	sd	cv	min	max
Alto	10	80	79	9.48	0.118	69	96
Bajo	10	13	11	9.72	0.731	1	27
Medio	30	51	53	8.95	0.177	35	66
General	50	49	53	23.21	0.474	1	96

Nota. N indica el número de estudiantes por nivel, sd la desviación estándar, cv el coeficiente de variación, y min y max las notas mínima y máxima.

En términos globales la muestra total de 50 estudiantes registra una media de 49 puntos y una mediana de 53, con un rango de 1 a 96, lo que refleja una considerable amplitud en el desempeño inicial. La desviación estándar global de 23.21 y un coeficiente de variación de 0.474 destacan la heterogeneidad en las competencias matemáticas iniciales de los estudiantes. Este comportamiento indica que, aunque la mayoría de los estudiantes se concentran en el nivel medio, existen diferencias notables entre los extremos, representados por los niveles bajo y alto, lo que podría influir en la dinámica de aprendizaje posterior al inicio de las actividades educativas.

La Figura 2 complementa los resultados estadísticos iniciales al mostrar diferencias pronunciadas en la distribución de las puntuaciones entre los niveles; en el nivel bajo, los valores se concentran principalmente en el rango inferior, con una dispersión limitada que se refleja en la corta extensión de los bigotes. Esto confirma que los estudiantes en este grupo tienen puntajes homogéneos dentro del intervalo bajo. El nivel medio, en cambio, presenta una caja y bigotes más amplios, lo que indica que las puntuaciones abarcan un rango más extenso. Esta dispersión refleja la diversidad interna del grupo medio, donde las puntuaciones están distribuidas tanto cerca del límite inferior como superior de su rango.

Figura 1.
Distribución de Competencias Matemáticas Iniciales



El nivel alto muestra un comportamiento distinto, con la mayoría de las puntuaciones agrupadas en el extremo superior, lo que refuerza su consistencia respecto a las puntuaciones cercanas al máximo evaluado. Comparativamente, la extensión de las cajas y bigotes del nivel medio contrasta con la compacta distribución observada en los niveles bajo y alto. Esta diferencia pone en evidencia que el nivel medio no solo incluye la mayoría de los estudiantes, sino que también presenta una mayor variabilidad interna. El gráfico, al destacar las posiciones relativas y las dispersiones, permite visualizar cómo se comportan las puntuaciones dentro de cada nivel y entre ellos, complementando los datos numéricos ya interpretados.

El análisis previo mostró la heterogeneidad en las competencias matemáticas iniciales, lo que motivó una asignación controlada de los estudiantes a los grupos de control y tratamiento. Para garantizar que ambos grupos sean comparables, se distribuyeron uniformemente los estudiantes de cada nivel: 5 del nivel bajo, 5 de nivel medio y 15 de nivel alto se asignaron a cada grupo; cada grupo tiene en total 25 estudiantes. Este procedimiento asegura que las diferencias iniciales en las competencias no sesguen los resultados del análisis posterior.

Una asignación completamente aleatoria habría generado grupos desbalanceados, con mayor o menor representación de niveles específicos, lo que podría haber sobreestimado o subestimado el efecto del software GeoGebra. Esta asignación controlada permite aislar de manera más confiable el impacto de la intervención tecnológica, asegurando que cualquier diferencia observada en los resultados pueda atribuirse directamente a su implementación y no a las variaciones iniciales entre los grupos.

Para verificar que los grupos de control y tratamiento fueron asignados adecuadamente y corroborar que no existan diferencias significativas en las competencias iniciales entre grupos, se requiere aplicar un test de diferencias de medias. Sin embargo, antes de proceder, es necesario evaluar si los datos cumplen con el supuesto de normalidad, ya que este condiciona la selección del tipo de prueba estadística. Para este análisis, se utilizó el test de Shapiro-Wilk, el cual contrasta la hipótesis nula de que los datos provienen de una distribución normal, evaluando el ajuste mediante el estadístico W y su correspondiente p-valor.

Tabla 3.

Test de Shapiro – Wilks: Competencias Matemáticas

Variable	H0: Normalidad					
	Grupo	Obs	W	V	Z	Prob>z
Competencia Inicial en Matemáticas	Control	25	0.96119	1.078	0.154	0.43868
Competencia Inicial en Matemáticas	Tratamiento	25	0.97243	0.766	-0.545	0.70707

Nota. *, **, *** indican significancia estadística a los niveles del 1%, 5% y 10%. W mide el ajuste de los datos a la normalidad (valores cercanos a 1 indican mayor ajuste), mientras que V refleja la magnitud de la desviación respecto a la normalidad.

Los resultados del test muestran que, para el grupo de control, se obtuvo un W de 0.96119 y un p-valor de 0.43868, mientras que para el grupo de tratamiento, el W fue 0.97243 con un p-valor de 0.70707. En ambos casos, los valores p son superiores al nivel de significancia estándar del 5%, indicando que no se rechaza la hipótesis nula de normalidad. Esto sugiere que las distribuciones de ambos grupos no presentan desviaciones significativas respecto a una distribución normal. Con esta verificación, el análisis puede avanzar al siguiente paso, que consiste en evaluar la homogeneidad de varianzas entre los grupos.

Los resultados del test de Levene (Tabla 4) indican que, para el cálculo basado en las medias (w_0), se obtuvo un estadístico $w=0.257014$ con un p-valor de 0.611449. De manera similar, para el cálculo basado en las medianas (w_{50}), el estadístico es $w=0.334165$ con un p-valor de 0.565918. En ambos casos, los p-valores son superiores al nivel de significancia convencional de 0.05, lo que implica que no se rechaza la hipótesis nula de homogeneidad de varianzas. Estos resultados indican que las varianzas de los grupos de control y tratamiento son equivalentes, lo que valida el uso de pruebas paramétricas en los análisis de diferencias de medias entre los grupos.

Tabla 4.

Test de Levene: Competencias Matemáticas

H0: Homogeneidad de las varianzas					
Variable	Grupo	w0		w50	
		w	Pr > F	w	Pr > F
Competencia Inicial en Matemáticas	Control - Tratamiento	0.257014	0.611449	0.334165	0.565918

Nota. *, **, *** indican significancia estadística a los niveles del 1%, 5% y 10%.

Dado que los resultados del test de normalidad (Shapiro-Wilk) confirmaron que los datos de ambos grupos siguen una distribución normal y el test de homogeneidad de varianzas (Levene) mostró que las dispersiones entre los grupos son equivalentes, se procede a utilizar la prueba t de Student para muestras independientes. Esta prueba permite contrastar la hipótesis nula de que no existe diferencia en las medias de las competencias matemáticas iniciales entre los grupos de control y tratamiento.

Tabla 5.

Prueba t de Student: Comparación de Medias en Competencias Iniciales

Grupo	Obs	Mean	se	sd	límite inferior	límite superior
Control	25	48.48	4.311272	21.55636	39.58197	57.37803
Tratamiento	25	49.44	5.040198	25.20099	39.03754	59.84246
Total	50	48.96	3.282975	23.21414	42.36261	55.55739

diff	media (Control) - media (Tratamiento)	t	-0.1447
H0	diff = 0	Pr(T > t)	0.8855

Nota. *, **, *** indican significancia estadística a los niveles del 1%, 5% y 10%.

Los resultados indican que la media del grupo de control es 48.48, mientras que la del grupo de tratamiento es 49.44, con una diferencia de medias de -0.1447. El valor de t calculado y el p-valor asociado de 0.8855 muestran que no se rechaza la hipótesis nula de igualdad de medias. Los intervalos de confianza para las medias de ambos grupos se solapan significativamente, con límites de 39.58197 a 57.37803 para el grupo de control y de 39.03754 a 59.84246 para el grupo de tratamiento. Esto confirma que los grupos son estadísticamente equivalentes en sus competencias iniciales. Esta equivalencia asegura que cualquier diferencia posterior en los resultados pueda atribuirse a la intervención con GeoGebra, estableciendo un punto de partida balanceado para el análisis.

4.2 Análisis Comparativo de Resultados entre Grupos de Control y tratamiento (Post-test)

Tras corroborar la equivalencia inicial de los grupos en sus competencias matemáticas, se analiza el desempeño en el post-test de funciones cuadráticas para evaluar posibles diferencias atribuidas a la intervención (Tabla 6). El grupo de tratamiento presenta una media de 68.4 y una mediana de 66, superando al grupo de control, que obtuvo una media de 53.96 y una mediana de 50. Las desviaciones estándar son similares, con 12.74912 para el grupo de control y 12.36595 para el grupo de tratamiento, lo que indica que la dispersión de los puntajes dentro de cada grupo es comparable.

Tabla 6.

Estadística descriptiva de la Prueba de Funciones Cuadráticas (Post-test) por Grupos

Grupo	Media	Mediana	sd	min	max
Control	53.96	50	12.74912	31	75
Tratamiento	68.4	66	12.36595	50	95
Total	61.18	60.5	14.41186	31	95

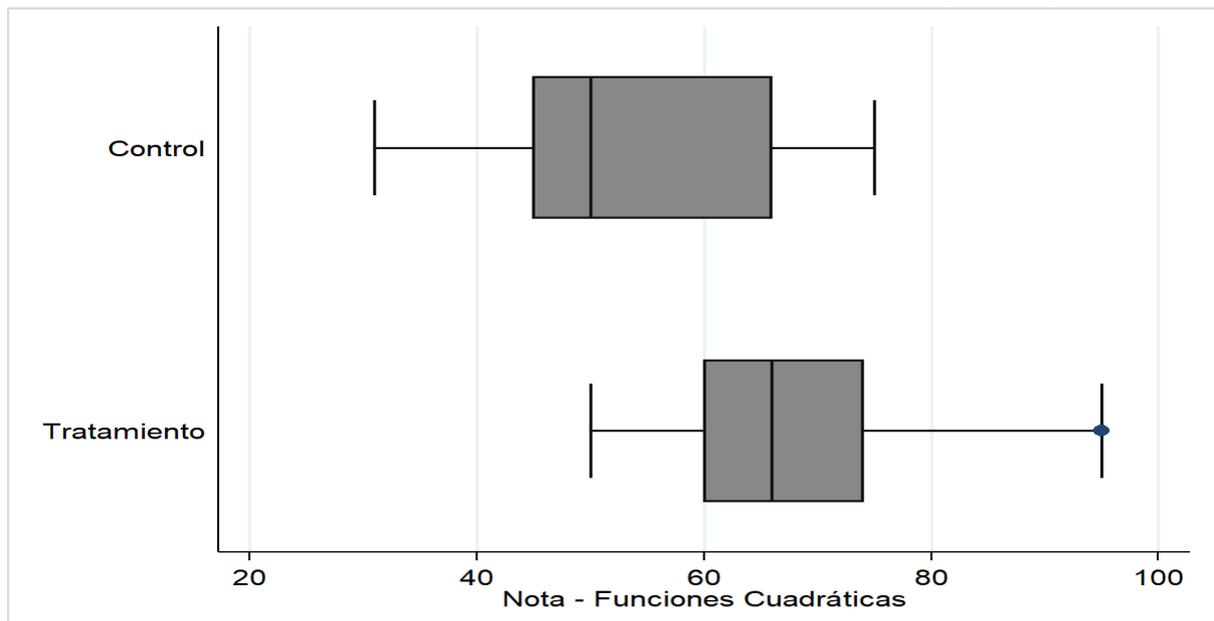
Nota. La diferencia de medias sugiere un efecto positivo de la intervención, con un mayor desempeño del grupo de tratamiento en el post-test.

Los valores extremos muestran que los puntajes del grupo de tratamiento se encuentran entre 50 y 95, mientras que en el grupo de control oscilan entre 31 y 75. Esto indica que el grupo de tratamiento no solo tiene un promedio más alto, sino también un rango de desempeño superior. A nivel general, la muestra completa registra una media de 61.18, una mediana de 60.5 y una desviación estándar de 14.41186, reflejando que los puntajes están distribuidos en un rango amplio, con una tendencia hacia un mejor rendimiento en el grupo que recibió la intervención.

A partir de la distribución de las notas también se evidencia diferencias no solo en las tendencias centrales de los grupos, sino también en la distribución y dispersión de los puntajes (Figura 2). En el grupo de tratamiento, la mayor concentración de notas cercanas al extremo superior del rango refleja un desempeño consistentemente elevado en comparación con el grupo de control, donde las notas están más distribuidas hacia el rango medio. Esto se aprecia en la ubicación de las cajas, donde la del grupo de tratamiento está desplazada hacia la derecha, indicando un desplazamiento generalizado hacia puntuaciones más altas.

Figura 2.

Distribución de las Notas de la Prueba de Funciones Cuadráticas por Grupo



Además, los bigotes del grupo de tratamiento muestran una amplitud que refleja una mayor cobertura de puntajes altos, incluyendo un valor extremo cercano a 95. Por el contrario, el grupo de control presenta un límite superior más restringido, con la mayoría de los valores acumulados entre 40 y 70, lo que denota una menor capacidad para alcanzar puntajes elevados. Este comportamiento sugiere que la intervención pudo haber promovido no solo un aumento en las puntuaciones centrales, sino también una expansión en el rango de logros obtenidos por los estudiantes del grupo de tratamiento. Esto refuerza la idea de una diferencia estructural en los patrones de desempeño entre ambos grupos, destacando una posible influencia del uso del software GeoGebra.

La tabla de contingencias (Tabla 7) permite analizar la asociación entre los niveles de competencias iniciales en matemáticas y los resultados obtenidos en el post-test de funciones cuadráticas. En el grupo con competencias iniciales altas, 2 estudiantes alcanzaron un desempeño alto en el post-test, mientras que 7 se ubicaron en el nivel bajo. Este comportamiento sugiere que, aunque algunos estudiantes con competencias sólidas inicialmente lograron un desempeño acorde, la mayoría experimentó una caída en su rendimiento, lo que indica posibles dificultades específicas en el aprendizaje de funciones cuadráticas, independientemente de su nivel inicial.

Tabla 7.

Tabla de Contingencia: Competencias en Matemáticas Inicial VS Desempeño en Funciones Cuadráticas (Post-test)

Competencias en Matemáticas (Test Inicial)	Funciones Cuadráticas (Post Test)			Total
	Alto	Medio	Bajo	
Alto	2	1	7	10
Bajo	4	0	6	10
Medio	12	0	18	30
Total	18	1	31	50

Nota. Los valores reflejan la cantidad de estudiantes en cada combinación de nivel inicial y desempeño en el post-test, facilitando el análisis de su relación.

El grupo con competencias iniciales medias muestra que 12 estudiantes alcanzaron el nivel alto en el post-test, mientras que 18 permanecieron en el nivel bajo, sin presencia en el nivel medio del post-test. Este resultado destaca una posible polarización en los logros de este grupo, sugiriendo que la intervención pudo tener un impacto diferencial dependiendo de otros factores. En el caso del nivel bajo de competencias iniciales, 4 estudiantes alcanzaron un desempeño alto en el post-test, mientras que 6 permanecieron en el nivel bajo. La concentración de la mayoría de los estudiantes en los niveles extremos del post-test, ya sea alto o bajo, podría reflejar una interacción entre el diseño pedagógico y las competencias previas, mostrando que el aprendizaje no fue homogéneo entre los niveles iniciales.

4.3 Verificación de las Hipótesis

Para verificar las hipótesis planteadas, el primer paso consiste en comprobar si los datos del post-test de funciones cuadráticas cumplen con el supuesto de normalidad, un requisito previo para decidir el tipo de prueba estadística a emplear en el análisis de diferencias entre los grupos. El test de Shapiro-Wilk fue aplicado para este propósito, evaluando la normalidad de los puntajes en ambos grupos (control y tratamiento).

Tabla 8.

Test de Shapiro – Willks: Funciones Cuadráticas

Variable	H0: Normalidad					
	Grupo	Obs	W	V	Z	Prob>z
Funciones Cuadráticas	Control	25	0.93913	1.691	1.074	0.1413
Funciones Cuadráticas	Tratamiento	25	0.95475	1.257	0.468	0.31985

Nota. *, **, *** indican significancia estadística a los niveles del 1%, 5% y 10%. W mide el ajuste de los datos a la normalidad (valores cercanos a 1 indican mayor ajuste), mientras que V refleja la magnitud de la desviación respecto a la normalidad.

Los resultados del test (Tabla 8) muestran que, para el grupo de control, el valor de W es 0.93913, con un p-valor de 0.1413, indicando que no se rechaza la hipótesis nula de normalidad. De manera similar, en el grupo de tratamiento, se obtuvo un valor de W de 0.95475, con un p-valor de 0.31985, lo que también indica que los datos no presentan una desviación significativa respecto a una distribución normal. Ambos grupos cumplen con el supuesto de normalidad, lo que permite avanzar hacia el siguiente paso del análisis, evaluando la homogeneidad de varianzas, para determinar si es posible emplear pruebas paramétricas en la comparación de medias.

Tabla 9.*Test de Levene – Wilks: Funciones Cuadráticas*

H0: Homogeneidad de las varianzas					
Variable	Grupo	w0		w50	
		w	Pr > F	w	Pr > F
Funciones Cuadráticas	Control - Tratamiento	0.163243	0.687982	0.052613	0.81955

Nota. *, **, *** indican significancia estadística a los niveles del 1%, 5% y 10%.

Los resultados del test (Tabla 9) muestran que, utilizando el cálculo basado en las medias (w_0), el estadístico es $w=0.163243$ con un p-valor de 0.687982, y para el cálculo basado en las medianas (w_{50}), el estadístico es $w=0.052613$ con un p-valor de 0.81955. En ambos casos, los p-valores son superiores al nivel de significancia común de 0.05, lo que indica que no se rechaza la hipótesis nula de homogeneidad de varianzas. Esto confirma que las varianzas de los puntajes entre los grupos de control y tratamiento son equivalentes, permitiendo avanzar con una prueba paramétrica para evaluar las diferencias de medias en los resultados del post-test de funciones cuadráticas.

La comparación de medias en el desempeño del post-test de funciones cuadráticas mediante la prueba t de Student revela diferencias importantes entre los grupos de control y tratamiento (Tabla 10). Estas diferencias preliminares indican un mejor desempeño promedio en el grupo de tratamiento tras la intervención con GeoGebra, respaldando la posibilidad de un impacto positivo de la herramienta en el aprendizaje de funciones cuadráticas.

Tabla 10.*Prueba t de Student: Comparación de Medias sobre el Desempeño en la Prueba de Funciones Cuadráticas*

Grupo	Obs	Mean	se	sd	límite inferior	límite superior
Control	25	53.96	2.549824	12.74912	48.68742	59.22258
Tratamiento	25	68.4	2.47319	12.36595	63.29559	73.50441
Total	50	61.18	2.038144	14.41186	57.0842	65.2758
diff	media (Control) - media (Tratamiento)				t	-4.0651
H0	diff= 0				Pr(T > t)	0.0000*

Nota. *, **, *** indican significancia estadística a los niveles del 1%, 5% y 10%.

El valor de t obtenido en la prueba es -4.0651, con un p-valor asociado de 0.0000, lo que permite rechazar la hipótesis nula de que no existen diferencias en las medias entre los dos grupos al nivel de significancia del 1%. Este resultado confirma que la diferencia observada entre las medias de los grupos de control y tratamiento es estadísticamente significativa, indicando que los estudiantes del grupo de

tratamiento lograron un mejor desempeño que los del grupo de control. Este hallazgo resalta el efecto de la intervención tecnológica en el aprendizaje de funciones cuadráticas, posicionando al software GeoGebra como un elemento diferenciador en los resultados obtenidos.

Además, la media global de la muestra fue de 61.18, con un intervalo de confianza entre 57.0842 y 65.2758, lo que refleja la distribución general del desempeño de los estudiantes. La magnitud de la diferencia en las medias (-14.44 puntos en favor del grupo de tratamiento) es consistente con la tendencia observada en los resultados descriptivos y gráficos previos. Este análisis inferencial corrobora la hipótesis de que el uso de GeoGebra tiene un impacto positivo en el aprendizaje de las Funciones Cuadráticas en estudiantes de primero de Bachillerato, resultando en un desempeño superior respecto al método tradicional utilizado en el grupo de control.

4.4 Discusión

Los resultados de este estudio sobre el impacto de GeoGebra en el aprendizaje de funciones cuadráticas muestran una mejora en el rendimiento académico del grupo de tratamiento, consistente con los hallazgos de investigaciones previas. Birgin y Yazıcı (2020) reportaron un incremento en la comprensión conceptual y la retención de conocimientos en estudiantes que utilizaron GeoGebra, lo que también se refleja en el desempeño superior observado en el post-test de este estudio. Además, ambos resultados destacan la capacidad del software para facilitar el aprendizaje de conceptos matemáticos que tradicionalmente presentan mayor dificultad, evidenciando una mejora sustancial en la interacción de los estudiantes con los contenidos.

El análisis comparativo también encuentra paralelismos con los estudios de Misini y Kabashi (2021) y Hudu et al. (2024), que enfatizan cómo GeoGebra potencia el aprendizaje interactivo y fomenta un mayor interés en las matemáticas. En este estudio, la distribución de los puntajes del grupo de tratamiento, concentrados en el rango superior, coincide con la idea de que GeoGebra fomenta un aprendizaje más dinámico. Este patrón sugiere que el software promueve un entorno donde los estudiantes no solo adquieren conocimientos técnicos, sino que también desarrollan una mayor disposición para explorar y manipular conceptos matemáticos complejos. Por otro lado, el estudio de Radmehr y Rahimian (2020) alerta sobre posibles limitaciones de GeoGebra al introducir errores conceptuales cuando no se utiliza de

forma adecuada. Aunque en este trabajo no se evaluaron directamente dichos errores, la polarización observada en el post-test, con puntajes altos y bajos predominantes, podría indicar una influencia de las competencias iniciales en la efectividad de la herramienta. Esto refuerza la importancia de considerar las características del grupo al implementar GeoGebra, lo que podría optimizar su impacto en diferentes contextos. Por último, los hallazgos de Septian et al. (2020) sobre el desarrollo del pensamiento creativo mediante el uso de GeoGebra se alinean con los beneficios identificados en este estudio. Aunque aquí no se midió explícitamente la creatividad, la capacidad de manipular y visualizar conceptos en un entorno dinámico parece haber contribuido al mejor desempeño del grupo de tratamiento. Este aspecto sugiere que el software no solo mejora habilidades específicas, como el análisis gráfico y algebraico, sino que también puede actuar como un catalizador para el desarrollo de estrategias de resolución de problemas, destacándose como un recurso versátil en la enseñanza de matemáticas.

4.5 Propuesta

4.5.1. Introducción

A partir de los resultados obtenidos en esta investigación, se propone la incorporación de GeoGebra como una herramienta pedagógica en la enseñanza de Funciones Cuadráticas en estudiantes de primer año de bachillerato de la Unidad Educativa Adolfo María Astudillo. GeoGebra, al facilitar la visualización interactiva de conceptos matemáticos, permite a los estudiantes explorar de manera activa las propiedades de las funciones cuadráticas, fortaleciendo su comprensión conceptual y su capacidad para relacionar representaciones algebraicas y gráficas. Este enfoque complementa los métodos tradicionales, integrando tecnología para mejorar la experiencia de aprendizaje y fomentar un entorno dinámico y participativo. Cabe destacar que esta propuesta no implica una implementación inmediata, sino que establece lineamientos para considerar su aplicación en un contexto futuro.

4.5.2. Objetivos

Objetivo General

Integrar GeoGebra en la enseñanza de funciones cuadráticas en estudiantes de primer año de bachillerato de la Unidad Educativa Adolfo María Astudillo.

Objetivos Específicos

- Elaborar actividades interactivas y guías didácticas que faciliten la exploración y comprensión de las funciones cuadráticas mediante GeoGebra.
- Desarrollar un programa de formación continua para fortalecer las competencias de los docentes en el uso pedagógico de GeoGebra.
- Asegurar la disponibilidad de equipos tecnológicos adecuados y su mantenimiento para la implementación efectiva del software.
- Diseñar mecanismos de seguimiento y evaluación para medir el impacto del uso de GeoGebra en el aprendizaje de los estudiantes y su aceptación por parte de la comunidad educativa.

4.5.3. Desarrollo

Estrategias

Para garantizar la implementación efectiva de GeoGebra en la enseñanza de funciones cuadráticas, se desarrollaron estrategias organizadas en dimensiones específicas: diseño pedagógico, capacitación docente, infraestructura tecnológica y monitoreo y evaluación. Estas dimensiones agrupan acciones orientadas a optimizar el aprendizaje, la preparación docente y el uso de recursos tecnológicos. Cada estrategia está diseñada con metas e indicadores medibles que permiten supervisar su desarrollo y evaluar los resultados obtenidos. La matriz presentada a continuación articula estas acciones, ofreciendo un esquema técnico para su aplicación y seguimiento.

Tabla 11.

Matriz de Estrategias

Dimensión	Estrategia	Descripción	Meta	Indicador	Fórmula
Diseño Pedagógico	Desarrollo de actividades interactivas con GeoGebra	Diseñar un conjunto de actividades prácticas que permitan a los estudiantes manipular gráficamente parámetros de funciones cuadráticas y explorar transformaciones de sus gráficas en situaciones reales y abstractas.	Diseñar y aplicar al menos 10 actividades prácticas alineadas al currículo de matemáticas.	Número de actividades prácticas implementadas.	$(\text{Número de actividades diseñadas} / 10) \times 100$
	Generación de guías didácticas	Elaborar guías didácticas impresas y digitales que incluyan instrucciones claras y objetivos específicos para facilitar el uso de GeoGebra por parte de estudiantes y docentes durante las actividades propuestas.	Elaborar 5 guías didácticas en el primer trimestre de implementación.	Número de guías didácticas completadas.	$(\text{Número de guías elaboradas} / 5) \times 100$
Capacitación Docente	Talleres de formación en GeoGebra	Organizar talleres prácticos para capacitar a los docentes en el manejo técnico y pedagógico del software, abarcando el diseño y la evaluación de actividades interactivas en el aula.	Capacitar al 100% de los docentes de matemáticas de la institución (mínimo 5 talleres).	Porcentaje de docentes capacitados.	$(\text{Docentes capacitados} / \text{Docentes totales}) \times 100$

	Formación continua	Establecer un programa trimestral de actualización docente para compartir buenas prácticas y resolver dificultades en la implementación de GeoGebra en el aula.	Organizar 3 sesiones de actualización trimestrales durante el año lectivo.	Número de sesiones realizadas	(Sesiones realizadas / 3) x 100
Infraestructura Tecnológica	Asegurar recursos tecnológicos	Equipar las aulas de informática con computadoras funcionales, acceso a internet y GeoGebra instalado, asegurando que cada estudiante pueda participar activamente actividades	Dotar al menos el 90% de las computadoras del aula de informática con GeoGebra instalado.	Porcentaje de computadoras equipadas con GeoGebra	(Computadoras equipadas / Computadoras totales) x 100
	Mantenimiento de equipos	Establecer un plan de mantenimiento preventivo para las computadoras y el software utilizado, con inspecciones técnicas bimestrales para evitar interrupciones en las actividades programadas.	Realizar al menos 6 inspecciones técnicas durante el año lectivo.	Número de inspecciones técnicas realizadas	(Inspecciones realizadas / 6) x 100
Monitoreo y Evaluación	Evaluación de impacto	Implementar evaluaciones periódicas comparativas entre estudiantes que usen GeoGebra y métodos tradicionales, midiendo el desempeño en pruebas estandarizadas y el progreso en habilidades de graficación y conceptualización.	Realizar 3 evaluaciones comparativas durante el año lectivo.	Número de evaluaciones realizadas	(Evaluaciones realizadas / 3) x 100
	Encuestas de satisfacción	Diseñar y aplicar encuestas trimestrales a estudiantes y docentes para evaluar la percepción del uso de GeoGebra y su impacto en el proceso de enseñanza-aprendizaje.	Obtener al menos un 80% de respuestas positivas en las encuestas aplicadas.	Porcentaje de respuestas positivas.	(Respuestas positivas / Total de respuestas) x 100

Las estrategias propuestas en la matriz se estructuran para abordar no solo la implementación inicial de GeoGebra, sino también su continuidad y adaptabilidad. El diseño pedagógico fomenta actividades que no solo integren conceptos matemáticos, sino que promuevan el razonamiento analítico y la capacidad de relacionar representaciones algebraicas y gráficas. La elaboración de guías didácticas refuerza esta intención al proporcionar herramientas estructuradas que orienten tanto a docentes como a estudiantes en el uso del software. Estas guías, además de estandarizar la aplicación de actividades, facilitan la replicabilidad del modelo en diversos contextos educativos. Estas estrategias aseguran que GeoGebra se convierta en un recurso pedagógico recurrente y no en una herramienta de uso aislado o temporal.

La capacitación docente y la infraestructura tecnológica son componentes que garantizan la funcionalidad y eficacia de las actividades diseñadas. La formación no se limita al manejo técnico del software, sino que incluye el desarrollo de habilidades didácticas necesarias para maximizar su impacto en el aula. Por su parte, la dotación y el mantenimiento de los recursos tecnológicos aseguran que las estrategias puedan ejecutarse sin interrupciones, evitando problemas logísticos comunes en las instituciones educativas. Asimismo, las evaluaciones periódicas y las encuestas de percepción permiten ajustar y mejorar continuamente las estrategias. Este enfoque no solo mide el impacto inmediato, sino que también genera datos relevantes para la toma de decisiones futuras, asegurando que la implementación de GeoGebra contribuya al fortalecimiento del aprendizaje matemático a largo plazo.

Actividades

Para materializar las estrategias propuestas, se han diseñado actividades específicas que detallan las acciones necesarias para alcanzar las metas planteadas en cada dimensión. Estas actividades están organizadas de manera estructurada, definiendo las tareas a realizar, los recursos materiales y humanos requeridos, y las acciones concretas que permitirán una implementación efectiva y supervisada. La matriz que se presenta a continuación traduce las estrategias en pasos operativos, asegurando una ejecución organizada y orientada a resultados dentro del proceso de incorporación de GeoGebra en la enseñanza de funciones cuadráticas.

Tabla 12.

Matriz de Actividades

Estrategia	Actividad	Descripción	Tareas	Recursos Materiales	Recursos Humanos
Diseño Pedagógico	DP01: Elaboración de guías interactivas	Desarrollo de guías didácticas que integren GeoGebra en ejercicios de funciones cuadráticas.	1. Diseñar plantillas para las guías. 2. Seleccionar problemas clave. 3. Validar las guías con un grupo piloto.	Computadoras, software GeoGebra, impresoras	Docentes, diseñadores pedagógicos.
	DP02: Talleres interactivos	Implementación de sesiones prácticas en las que los estudiantes resuelvan ejercicios con GeoGebra.	1. Planificar talleres. 2. Preparar actividades específicas. 3. Monitorear el progreso durante los talleres.	Proyector, computadoras, software GeoGebra	Docentes, asistentes técnicos.
Capacitación Docente	CD01: Cursos introductorios	Capacitar a los docentes en el uso básico y pedagógico de GeoGebra.	1. Diseñar contenido para los cursos. 2. Impartir sesiones teóricas y prácticas. 3. Evaluar las competencias adquiridas.	Salas equipadas, computadoras	Instructores especializados.
	CD02: Sesiones avanzadas	Formación en estrategias avanzadas para integrar GeoGebra en actividades de análisis y resolución.	1. Desarrollar contenido avanzado. 2. Aplicar simulaciones prácticas. 3. Evaluar la implementación en aula.	Computadoras, software GeoGebra, manuales	Especialistas en pedagogía matemática.
Infraestructura Tecnológica	IT01: Instalación de equipos	Dotación e instalación de equipos en las aulas para el uso de GeoGebra.	1. Adquirir equipos. 2. Configurar software y hardware. 3. Realizar pruebas técnicas previas.	Computadoras, licencias de software	Técnicos de tecnología educativa.
	IT02: Mantenimiento preventivo	Garantizar el funcionamiento continuo de los recursos tecnológicos mediante revisiones periódicas.	1. Crear cronogramas de mantenimiento. 2. Revisar software y hardware. 3. Reparar equipos si es necesario.	Herramientas técnicas, acceso a internet	Técnicos de soporte tecnológico.
Monitoreo y Evaluación	ME01: Evaluación	Realizar pruebas	1. Diseñar pruebas estandarizadas.	Material de evaluación,	

es periódicas	periódicas para medir el impacto del uso de GeoGebra en el aprendizaje.	2. Aplicar evaluaciones. 3. Analizar resultados para retroalimentación.	computado ras	Docentes, analistas de datos.
ME02: Encuestas de percepción	Recopilar las opiniones de estudiantes y docentes sobre la implementación de GeoGebra.	1. Diseñar cuestionarios. 2. Distribuir encuestas. 3. Sistematizar y analizar respuestas para ajustar estrategias.	Formulario s digitales o impresos	Coordina dores pedagógic os, analistas.

Las actividades propuestas evidencian una planificación cuidadosa que busca abordar las áreas pedagógicas, tecnológicas y de evaluación necesarias para implementar GeoGebra de manera efectiva en la enseñanza. Iniciativas como las guías interactivas (DP01) y los talleres prácticos (DP02) facilitan un aprendizaje más dinámico, permitiendo a los estudiantes conectar teoría y práctica en un entorno tecnológico. Estas actividades promueven un entendimiento más aplicado de las funciones cuadráticas, complementando la enseñanza tradicional con un enfoque participativo y práctico.

Además, las acciones dirigidas a la formación docente (CD01 y CD02) aseguran que los profesores cuenten con las competencias necesarias para integrar herramientas tecnológicas en sus estrategias pedagógicas. Por otro lado, las actividades relacionadas con la infraestructura tecnológica (IT01 e IT02) priorizan la disponibilidad y funcionalidad de los recursos, minimizando interrupciones y asegurando la continuidad del aprendizaje. Por último, las evaluaciones periódicas (ME01) y las encuestas de percepción (ME02) se enfocan en medir los avances logrados y ajustar las estrategias según los resultados obtenidos, fortaleciendo así la implementación y los resultados educativos. Esta combinación de actividades asegura un proceso coherente y adaptado al contexto educativo, promoviendo una adopción efectiva de GeoGebra en las aulas.

4.5.4. Plan de acción (Cronograma)

El plan de acción sintetiza y organiza las actividades propuestas para implementar de manera eficiente el uso de GeoGebra en la enseñanza de funciones cuadráticas. Este esquema detalla las responsabilidades asignadas, las fuentes de verificación, y la duración de cada actividad, asegurando una ejecución ordenada y verificable. A partir de las estrategias planteadas, este plan permite establecer un cronograma estructurado en semanas, facilitando el seguimiento y la evaluación del progreso en cada etapa. Con ello, se busca no solo cumplir con los objetivos del proyecto, sino también optimizar recursos y garantizar que cada acción contribuya directamente al mejoramiento del aprendizaje en los estudiantes, alineándose con las necesidades pedagógicas y tecnológicas identificadas.

Tabla 13.

Plan de Acción

Actividad	Responsable	Fuentes de Verificación	Duración (semanas)	S 1	S 2	S 3	S 4	S 5	S 6	S 7	S 8	S 9
DP01: Elaboración de guías interactivas	Equipo pedagógico	Guías elaboradas, informes entregados	3	X	X	X						
DP02: Taller práctico con GeoGebra	Docente de matemáticas	Listas de asistencia, evidencias fotográficas	2			X	X					
CD01: Capacitación básica en GeoGebra	Coordinador académico	Certificados de participación	2	X	X							
CD02: Capacitación avanzada en GeoGebra	Coordinador académico	Certificados de participación	2				X	X				
IT01: Instalación y revisión de equipos	Técnico informático	Registro de revisión, reportes técnicos	3	X	X	X						
IT02: Mantenimiento preventivo	Técnico informático	Registro de mantenimiento, informes técnicos	2						X	X		
ME01: Evaluación del progreso	Coordinador académico	Resultados de pruebas, análisis de datos	2							X	X	

ME02: Encuesta de percepción	Equipo pedagógico	Encuestas aplicadas, reporte de resultados	1	X
---------------------------------	-------------------	--	---	---

El plan de acción presenta una estructura organizada que facilita la implementación efectiva de las actividades relacionadas con la integración de GeoGebra en la enseñanza. La designación de responsables asegura una distribución adecuada de tareas, mientras que las fuentes de verificación permiten un monitoreo continuo de los avances, proporcionando información relevante para evaluar la eficacia del proceso. Este enfoque asegura que cada actividad tenga un propósito definido y contribuya al objetivo general del proyecto, minimizando riesgos y mejorando la eficiencia operativa.

El cronograma diseñado prioriza las etapas iniciales de preparación, como la capacitación docente y la instalación técnica, garantizando que el entorno esté preparado antes de iniciar las actividades con estudiantes. Asimismo, la inclusión de mantenimientos preventivos y encuestas de percepción promueve la adaptabilidad del proyecto, permitiendo ajustes según los datos recolectados durante la ejecución. Este análisis pone de manifiesto cómo la planificación estratégica del plan de acción establece una base sólida para el logro de los objetivos, optimizando recursos y asegurando que cada paso sea medible y alineado con las metas educativas del proyecto.

4.5.5. Presupuesto

Para la implementación de GeoGebra en la enseñanza de funciones cuadráticas, se ha elaborado un presupuesto que contempla los recursos materiales y humanos necesarios para cada actividad. Dado que la institución cuenta con infraestructura y equipamiento básico, los costos se han optimizado, centrándose en materiales didácticos, capacitación docente, instalación del software y mantenimiento técnico. La Tabla 14 detalla los gastos asociados a cada componente, asegurando una implementación eficiente y sostenible.

Tabla 14.
Presupuesto

Actividades	Costo de Recursos Materiales (\$)	Costo de Recursos Humanos (\$)	Costo Total (\$)
DP01: Elaboración de guías interactivas	Impresión de 30 guías (\$30), Diseño gráfico (\$20), Encuadernación (\$15), Material digital (\$10)	Revisión pedagógica (\$30)	\$105.00
DP02: Taller práctico con GeoGebra	Materiales de apoyo (hojas, marcadores) (\$10), Software GeoGebra (\$0 - versión gratuita), Uso de proyector (\$0)	Asistencia técnica básica (\$30)	\$40.00
CD01: Capacitación básica en GeoGebra	Manuales impresos para 5 docentes (\$15), Material audiovisual (\$20)	Capacitador externo (\$50)	\$85.00
CD02: Capacitación avanzada en GeoGebra	Materiales adicionales (\$15), Simulaciones interactivas (\$20)	Capacitador especializado (\$50)	\$85.00
IT01: Instalación y revisión de equipos	Instalación de GeoGebra en 20 computadoras (\$40), Configuración de red (\$30), Cableado y accesorios (\$30)	Técnico en instalación (\$80)	\$180.00
IT02: Mantenimiento preventivo	Herramientas básicas (\$20), Insumos para limpieza de equipos (\$15)	Técnico de soporte (\$50)	\$85.00
ME01: Evaluación del progreso	Impresión de exámenes (\$15), Diseño digital de pruebas (\$10)	Análisis de datos (\$50)	\$75.00
Encuesta de percepción	Formularios digitales (\$10), Software de encuestas (\$10), Análisis de respuestas (\$10)	Procesamiento de encuestas (\$30)	\$60.00

4.5.6. Guía Interactiva

A continuación, se presenta la Guía Interactiva diseñada para mejorar el aprendizaje de funciones cuadráticas mediante GeoGebra:

¿Cómo acceder al contenido explicativo por tema| de interés?

Para acceder al contenido explicativo sobre el tema de interés en la guía interactiva, se puede emplear el índice como herramienta de navegación. Este índice ofrece una lista exhaustiva de los diferentes temas tratados en la guía, organizados de forma estructurada y accesible. Cada tema está vinculado directamente desde el índice, lo que simplifica la búsqueda y elección del contenido específico que se desea explorar.

Mediante el uso del índice, los usuarios tienen la posibilidad de seleccionar el tema que les atraiga y hacer clic en el enlace correspondiente para obtener acceso al material explicativo vinculado. Esto facilitará la navegación eficaz y directa de los estudiantes y usuarios de la guía hacia la información y explicaciones que requieren para entender el tema en cuestión.

Ilustración 1.

Pantalla de inicio de la Guía Interactiva

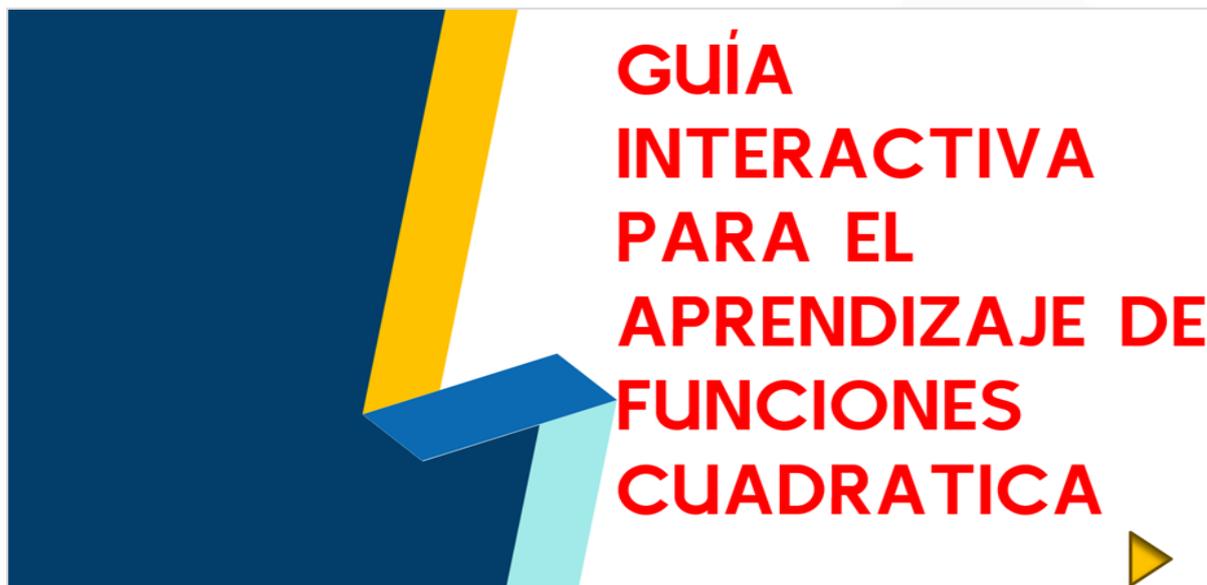


Ilustración 2.

Índice de la Guía Interactiva

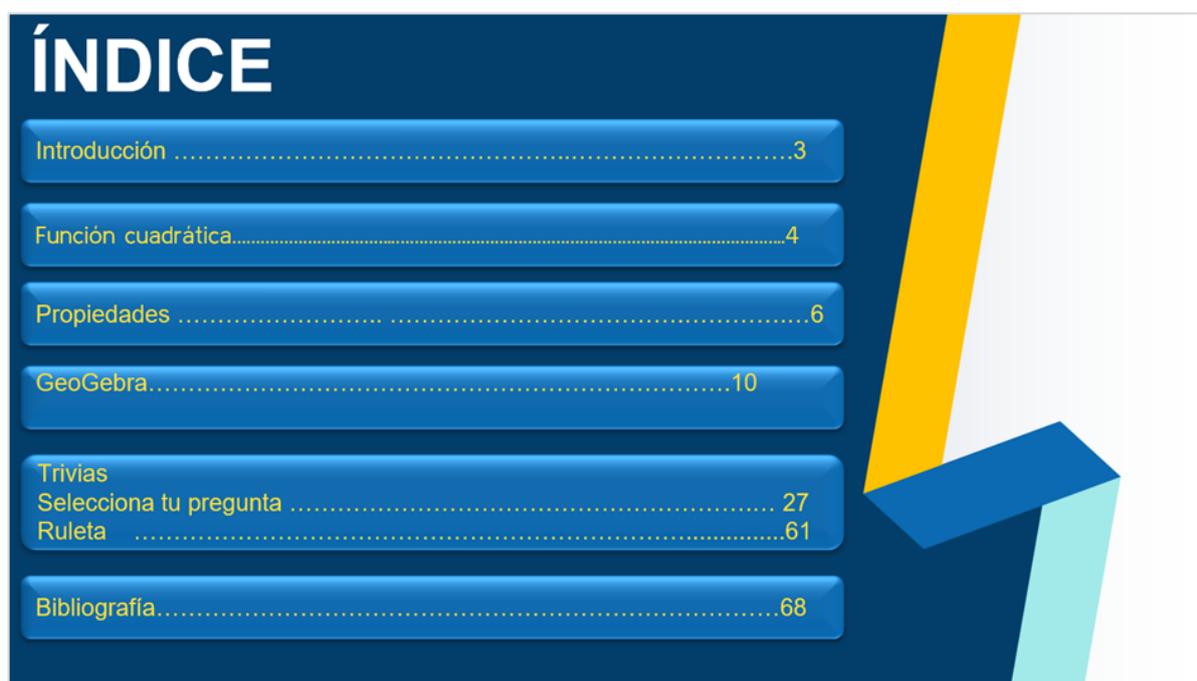


Ilustración 3.

Apartado de selección de preguntas

The image shows a screenshot of a GeoGebra practice interface. At the top, there is a blue arrow pointing right with the text "Practica con GeoGebra". Below this, there are two screenshots of GeoGebra workspaces. The top screenshot shows a coordinate plane with a parabola and a text box with questions. The bottom screenshot shows a coordinate plane with a parabola and a text box with a question. To the right of the screenshots, there are two yellow boxes containing the following URLs:

<https://www.geogebra.org/m/ByTS3AFF>

<https://www.geogebra.org/m/jtdjkhuv>

Desde la pantalla de opciones de la guía interactiva, los estudiantes pueden acceder de manera fácil y conveniente a una variedad de recursos y secciones. Una de las opciones disponibles es regresar al índice principal, lo que les permite volver al índice y refrescar su conocimiento sobre los temas tratados en la guía. Esto es particularmente útil cuando se quiere repasar un tema que se ha estudiado anteriormente o cuando se necesita consultar información específica antes de adentrarse en un nuevo tema.

Ilustración 4.

Pregunta 4 de selección múltiple

The image shows a screenshot of a multiple-choice question in GeoGebra. The question is: "2.-¿Cuál es el valor del discriminante de la ecuación $x^2 - 6x + 9 = 0$?" Below the question, there are four yellow buttons with the following options:

A. 1

B. 0

C. 2.

D. 4

5 CAPÍTULO V: Conclusiones y Recomendaciones

5.1 Conclusiones

El primer objetivo específico, determinar el nivel de conocimiento previo de los estudiantes en matemáticas antes de la implementación del software GeoGebra, se cumplió mediante la aplicación de una prueba de suficiencia que permitió identificar tres niveles de rendimiento inicial: bajo, medio y alto. Este diagnóstico inicial fue fundamental para establecer una línea de base que garantizara una comparación objetiva entre los grupos de control y tratamiento. Los resultados evidenciaron una heterogeneidad significativa en las competencias matemáticas de los estudiantes, lo que justificó la necesidad de intervenir con herramientas tecnológicas para fortalecer sus habilidades en el aprendizaje de funciones cuadráticas.

El desarrollo de recursos y actividades didácticas basadas en GeoGebra, segundo objetivo específico, se concretó a través del diseño de ejercicios interactivos que integraron representaciones gráficas y algebraicas de las funciones cuadráticas. Estas actividades promovieron la participación activa de los estudiantes y facilitaron su comprensión del tema al permitirles manipular y visualizar de manera dinámica los conceptos matemáticos. La implementación de estas estrategias en el aula demostró ser efectiva, fomentando un entorno de aprendizaje más participativo y reflexivo que complementó los métodos tradicionales.

El análisis del impacto del uso de GeoGebra en el aprendizaje de funciones cuadráticas, objetivo específico final, se realizó mediante la comparación de los resultados académicos obtenidos en un post-test por los grupos de control y tratamiento. Los resultados evidenciaron diferencias significativas a favor del grupo que utilizó GeoGebra, mostrando un aumento en la media de sus puntuaciones y una mejora notable en su capacidad para resolver problemas relacionados con las funciones cuadráticas. Estos hallazgos confirmaron que la intervención tecnológica contribuyó de manera directa al fortalecimiento de las competencias matemáticas de los estudiantes.

Como resultado de haber cumplido los objetivos específicos, el objetivo general se alcanzó al determinar el impacto positivo del software GeoGebra en el proceso de aprendizaje de las funciones cuadráticas en estudiantes de primer año de bachillerato de la Unidad Educativa Adolfo María Astudillo. La implementación de actividades didácticas basadas en esta herramienta tecnológica no solo mejoró el rendimiento académico, sino que también transformó la experiencia de aprendizaje en un proceso más dinámico y efectivo, validando la utilidad de GeoGebra como un recurso pedagógico innovador en el contexto educativo ecuatoriano.

En conclusión, este estudio demuestra que la integración de GeoGebra en la enseñanza de matemáticas es una estrategia efectiva para mejorar el aprendizaje de funciones cuadráticas, resaltando su potencial como recurso pedagógico en sistemas educativos con limitaciones tecnológicas. Las implicaciones prácticas incluyen la recomendación de incorporar este software en los currículos de matemáticas, capacitando a los docentes en su uso para maximizar los beneficios educativos. La investigación también establece una base para futuros estudios que evalúen la sostenibilidad de estas mejoras a largo plazo y su posible extensión a otros temas matemáticos.

5.2 Recomendaciones

En relación con el primer objetivo específico, determinar el nivel de conocimiento previo de los estudiantes en matemáticas, se recomienda que las instituciones educativas realicen evaluaciones diagnósticas estandarizadas al inicio de cada período académico. Estas evaluaciones deben identificar las competencias matemáticas básicas de los estudiantes y clasificarlas en niveles para diseñar estrategias de nivelación específicas. Además, los docentes deben utilizar esta información para planificar actividades que reduzcan las brechas de aprendizaje entre los estudiantes, asegurando una base sólida antes de abordar temas más complejos como las funciones cuadráticas.

Para el segundo objetivo específico, desarrollar recursos y actividades didácticas basadas en GeoGebra, se sugiere capacitar a los docentes en el diseño e implementación de estrategias pedagógicas que integren esta herramienta tecnológica. Estas capacitaciones deben incluir el uso práctico de GeoGebra para diseñar actividades que combinen representaciones gráficas y algebraicas, fomentando un aprendizaje más interactivo y significativo. Asimismo, se recomienda

crear un repositorio de actividades didácticas basadas en GeoGebra, ajustadas a los objetivos del currículo, para facilitar su integración en diferentes contextos educativos.

Respecto al tercer objetivo específico, analizar el impacto del uso de GeoGebra en el aprendizaje de funciones cuadráticas, se recomienda establecer sistemas de evaluación continua que permitan medir el desempeño académico de los estudiantes de forma comparativa. Esto implica aplicar post-tests estandarizados y realizar análisis estadísticos que evidencien las mejoras obtenidas mediante la intervención con GeoGebra. Adicionalmente, se sugiere realizar evaluaciones a largo plazo que permitan medir la retención de conocimientos y su aplicación en problemas matemáticos avanzados, con el fin de validar la sostenibilidad del impacto de esta herramienta en el proceso de aprendizaje.

Estas recomendaciones, alineadas con cada objetivo específico, contribuyen al cumplimiento del objetivo general, al proponer estrategias para mejorar el proceso de aprendizaje de las funciones cuadráticas mediante el uso de GeoGebra, fortaleciendo la calidad de la educación matemática en los estudiantes de bachillerato.

6 REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Marín Pizarro, D., Nieves Quinteros , A., & Rivas Zumaran, K. (2022). *EVALUACIÓN DEL USO DE GEOGEBRA EN EL APRENDIZAJE DEL CONCEPTO DE FUNCIÓN CUADRÁTICA*. Obtenido de Biblioteca digital: chrome-extens<https://bibliotecadigital.academia.cl/server/api/core/bitstreams/021b8474-79cb-4e8f-86fd-317dcbacfabf/content>
- Armstrong, A., & Gutica, M. (2020). Bootstrapping: The emergent technological practices of post-secondary students with mathematics learning disabilities. *Exceptionality Education International*, 30(1), 1-24.
- Artigue, M. (2002). Learning mathematics in a CAS environment: The genesis of a reflection about instrumentation and the dialectics between technical and conceptual work. *International journal of computers for mathematical learning*, 7, 245-274.
- ASAMBLEA NACIONAL. (2021). *CONSTITUCIÓN DE LA REPÚBLICA DEL ECUADOR*. Obtenido de https://www.defensa.gob.ec/wp-content/uploads/downloads/2021/02/Constitucion-de-la-Republica-del-Ecuador_act_ene-2021.pdf
- Auccahuallpa Fernandez, R., Troya Vasquez , R. I., & Rodriguez Rodriguez , D. I. (2022). *Beneficios del uso de GeoGebra en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática*. Obtenido de Repositorio Digital de la Universidad Nacional de Educacion.: <http://repositorio.unae.edu.ec/handle/56000/2>
- Bekene, T., & Machaba, M. (2022). The effect of GeoGebra on students' abilities to study calculus. *Education Research International*, 1.
- Berber Palafox , R., Martinez Moreno, M., & Gonzalez Briones , J. (2024). *Uso de GeoGebra en el Aprendizaje de Matemáticas en la Ingeniería*. Obtenido de Research: https://www.researchgate.net/publication/381274556_Uso_de_GeoGebra_en_el_Aprendizaje_de_Matematicas_en_la_Ingenieria
- Birgin, O., & Yazıcı, K. (2021). The effect of GeoGebra software-supported mathematics instruction on eighth-grade students' conceptual understanding and retention. *Journal of Computer Assisted Learning*, 37(4), 925-939.
- Borba, M., Askar, P., Engelbrecht, J., Gadanidis, G., Llinares, S., & Aguilar, M. (2016). Blended learning, e-learning and mobile learning in mathematics education. *ZDM*, 48, 589-610.

- Bütüner, S., & Güler, M. (2017). Facing the reality: A study on TIMSS mathematics achievement of Turkey. *Bayburt Eğitim Fakültesi Dergisi*, 12(23), 161-184.
- Caglayan, G., & Olive, J. (2010). Eighth grade students' representations of linear equations based on a cups and tiles model. *Educational Studies in Mathematics*, 74, 143-162.
- Chantaravisoot, T. (2017). ICT Integration in Education System of Korea, Singapore and Hong Kong: Applying for Thailand. *Journal of Public and Private Management*, 24(2).
- Clark-Wilson, A., Robutti, O., & Thomas, M. (2020). Teaching with digital technology. *Zdm*, 52, 1-20.
- Didis, M., & Erbas, A. (2015). Performance and difficulties of students in formulating and solving quadratic equations with one unknown. *Educational Sciences: Theory and Practice*, 15(4), 1137-1150.
- Duval, R. (2017). *Understanding the mathematical way of thinking-The registers of semiotic representations*. Springer International Publishing.
- Ellis, A. (2011). Algebra in the Middle School: Developing Functional Relationships Through Quantitative Reasoning. En *Early algebraization: A global dialogue from multiple perspectives* (págs. 215–238). Berlin: Springer Berlin Heidelberg.
- Fokuo, M., Opuku-Mensah, N., Asamoah, R., Nyarko, J., Agyeman, K., Owusu-Mintah, C., . . . Asare, S. (2023). The use of visualization tools in teaching mathematics in college of education: A systematic review. *Online Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 4(1).
- Goos, M., Stillman, G., Herbert, S., & Geiger, V. (2020). *Teaching secondary school mathematics: Research and practice for the 21st century*. Routledge.
- Hadadi, S. (2018). *Usability of GeoGebra and development of new software to learn maths through graphical representation for secondary school students*. A thesis in fulfilment of the requirements for the degree of Master of Philosophy, UNSW Sydney.
- Healy, L., & Kynigos, C. (2010). Charting the microworld territory over time: design and construction in mathematics education. *ZDM*, 42, 63-76.
- Hernández-Sampieri, R., & Mendoza, C. (2018). *Metodología de la investigación: Las rutas cuantitativa, cualitativa y mixta*. Ciudad de México, Mexico: Editorial Mc Graw Hill Education.
- Hudu, A., Kwakye, D., Bornaa, C., Churcher, K., & Atepor, S. (2024). Students' Performance and ICT Capabilities in Quadratic Functions Using GeoGebra. *European Journal of Theoretical and Applied Sciences*, 2(1), 219-231.

- Instituto Nacional de Evaluación Educativa. (2018). *Educación en Ecuador: Resultados de PISA para el Desarrollo*. INEVAL, Quito.
- Johnson, L. (2015). *Understanding Quadratic Functions and Solving Quadratic Equations: An Analysis of Student Thinking and Reasoning*. A dissertation to be submitted in partial fulfillment of the requirements for the degree of Doctor of Philosophy, University of Washington.
- Kalchman, M., & Koedinger, K. (2005). Teaching and learning functions. En *How students learn: History, mathematics, and science in the classroom* (págs. 3515-393). National Academy of Sciences.
- Karadeniz, I., & Thompson, D. (2018). Precalculus teachers' perspectives on using graphing calculators: an example from one curriculum. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 49(1), 1-14.
- Katz, V., & Barton, B. (2007). Stages in the history of algebra with implications for teaching. *Educational studies in mathematics*, 66, 185-201.
- Kotsopoulos, D. (2007). Unravelling student challenges with quadratics: A cognitive approach. *Australian Mathematics Teacher*, 63(2), 19-24.
- MINEDUC. (2022). Obtenido de Currículo de EGB y BGU MATEMATICA: https://educacion.gob.ec/wp-content/uploads/downloads/2016/03/MATE_COMPLETO.pdf
- MINEDUC. (2022). *MINEDUC*. Obtenido de <https://educacion.gob.ec/wp-content/uploads/downloads/2022/03/MINEDUC-2022-00010-A.pdf>
- Misini, N., & Kabashi, F. (2021). The impact of GeoGebra on learning the concept of quadratic function. *UBT International Conference*, 402.
- Morales Chicana , L., Zuta Velayarse , L. M., Solis Trujillo , B. P., Fernandez Otoyá , F. A., & Garcia Gonzales , M. (2023). *El uso del Software GeoGebra en el aprendizaje de las matemáticas: Una revisión sistemática*. Obtenido de Scielo: http://scielo.sld.cu/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S2308-30422023000100002
- Nzaramyimana, E., Mukandayambaje, E., Iyamuremye, L., Hakizumuremyi, V., & Ukobizaba, F. (2021). Effectiveness of GeoGebra towards students' active learning, performance and interest to learn mathematics. *International Journal of Mathematics and Computer Research*, 9(10), 2423-2430.
- Penglase, M., & Arnold, S. (1996). The graphics calculator in mathematics education: A critical review of recent research. *Mathematics education research journal*, 8(1), 58-90.

- Radmehr, F., & Rahimian, H. (2020). Exploring the impacts of using Geogebra software on secondary school students' misconceptions in trigonometric functions. *Technology of Education Journal*, 14(4), 765-774.
- RG LOEI. (2023). *REGLAMENTO GENERAL A LA LEY ORGÁNICA DE EDUCACIÓN INTERCULTURAL*. Obtenido de <https://www.educacionbilingue.gob.ec/wp-content/uploads/2023/06/REGLAMENTO-GENERAL-A-LA-LEY-ORGANICA-DE-EDUCACION-INTERCULTURAL.pdf>
- Roschelle, J., Feng, M., Murphy, R., & Mason, C. (2016). Online mathematics homework increases student achievement. *AERA open*, 2(4).
- Rueda, J., Rueda, C., & Hernández, C. (2020). Procesos aplicados por los estudiantes en la resolución de problemas matemáticos: caso de estudio sobre la función cuadrática. *Góndola, Enseñanza y Aprendizaje de las Ciencias*, 15(2), 7.
- Ruthven, K., Hennessy, S., & Deaney, R. (2008). Constructions of dynamic geometry: A study of the interpretative flexibility of educational software in classroom practice. *Computers & Education*, 51(1), 297-317.
- Santia, I., & Sutawidjadja, A. (2019). Exploring Mathematical Representations in Solving Ill-Structured Problems: The Case of Quadratic Function. *Journal on Mathematics Education*, 10(3), 365-378.
- Selowa, R., & Dhlamini, Z. (2023). Exploring Grade 11 Learners Algebraic Thinking in the Formulation of Quadratic Equations from Graphs. *International Journal of Education*, 16(2), 135-144.
- Septian, A., & Prabawanto, S. (2020). Mathematical representation ability through geogebra-assisted project-based learning models. *Journal of Physics: Conference Series*, 1657(1).
- Shahbari, J. (2024). Features of Digital Tools Utilized in Mathematical Modeling Process. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 1-25.
- Sinclair, N., & Robutti, O. (2020). Teaching practices in digital environments. *Encyclopedia of mathematics education*, 845-849.
- Sokolowski, A. (2013). Modelling transformations of quadratic functions: A proposal of inductive inquiry. *Australian Senior Mathematics Journal*, 27(2), 45-54.
- Surichaqui-Gutiérrez, F., Quispe, H., Surichaqui, M., Torpoco, D., Ticse, D., & Suárez, C. (2022). *Uso del software GeoGebra en el aprendizaje de las funciones cuadráticas*. Obtenido de INUDI PERÚ: <https://doi.org/10.35622/inudi.b.062>
- Tamam, B., & Dasari, D. (2021). The use of Geogebra software in teaching mathematics. *Journal of Physics: Conference Series*. IOP Publishing.

- Taranto, E., Colajanni, G., Gobbi, A., Picchi, M., & Raffaele, A. (2024). Fostering students' modelling and problem-solving skills through operations research, digital technologies and collaborative learning. *Taranto, E., Colajanni, G., Gobbi, A., Picchi, M., & Raffaele, A. (2024). Fostering students' modelling and problem-solving skills through operations research, digital technologies and collaborative learning. International Journal of Mathematical Educatio*, 55(8), 1957-1998.
- Tuda, S., & Rexhepi, S. (2023). Exploring Exponential Functions Using Geogebra. *Brillo Journal*, 3(1), 43-58.
- Wilkie, K. (2019). Investigating secondary students' generalization, graphing, and construction of figural patterns for making sense of quadratic functions. *The Journal of Mathematical Behavior*, 54.
- Zulnaidi, H., Oktavika, E., & Hidayat, R. (2020). Effect of use of GeoGebra on achievement of high school mathematics students. *Education and Information Technologies*, 25(1), 51-72.

7 ANEXOS

Anexo 1. Prueba Inicial de Competencias en Matemáticas

UNEMI POSGRADOS

MAESTRÍA EN EDUCACIÓN DE BACHILLERATO CON MENCIÓN EN PEDAGOGÍA DE LA MATEMÁTICA

INSTRUMENTO DE EVALUACION (PRE-TEST)

1.- ¿Cuáles son las raíces de la función cuadrática $y = x^2 - 5x + 6$?

- a) $x = 3$ y $x = 4$
- b) $x = 0$ y $x = 6$
- c) $x = 1$ y $x = 6$
- d) $x = 2$ y $x = 3$

2.- ¿Cuál es el vértice de la función cuadrática $y = 2x^2 - 4x + 1$?

- a) (2, -1)
- b) (2, 1)
- c) (1, -1)
- d) (1, -1)

3.- dado la función cuya función es $y = x^2 - 3x - 54$ ¿cuales son los puntos de intersección de la parábola con el eje x ?

- a) (6,2) ; (-9 ,3)
- b) (0, -8) ; (0,0)
- c) (0,1) ; (0, -9)
- d) (-6,0) ; (9,0)

4.- la intersección de la gráfica de la función $y = x^2 + 3x - 4$ con el eje de las ordenadas es:

- a) -4
- b) 1
- c) -1
- d) 0

5.- ¿Qué tipo de función es una función cuadrática?

- a) Una función polinómica de grado 2
- b) Una función constante
- c) Una función exponencial
- d) Una función lineal

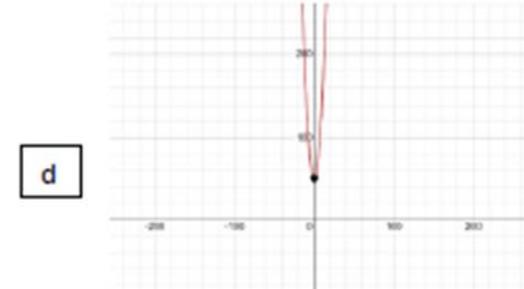
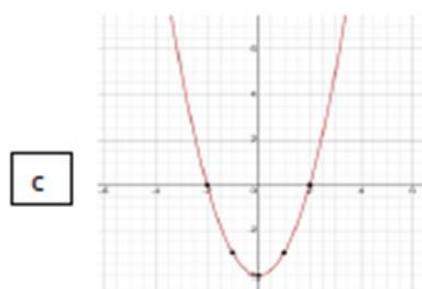
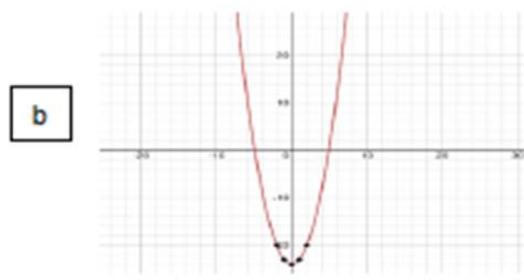
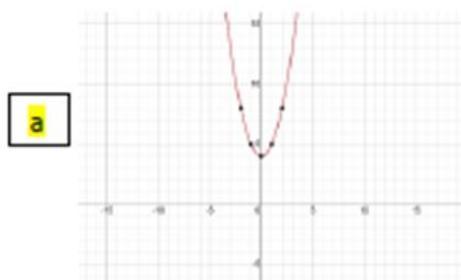
6.- ¿Cómo se llama el punto más alto o más bajo de una parábola?

- a) Intersección
- b) Vértice**
- c) Eje de simetría
- d) Raíz

7.- ¿Qué forma tiene la gráfica de una función cuadrática con a positivo?

- a) Abre hacia abajo
- b) Es una parábola horizontal
- c) Abre hacia arriba**
- d) Eje central

8.- ¿Cuál de los siguientes gráficos representa mejor a la función $y=x^2 + 4$?



9.- ¿Qué representa el coeficiente ' a ' en una función cuadrática?

- a) La dirección de la parábola**
- b) La intersección con el eje x
- c) El vértice de la parábola
- d) La intersección con el eje y

10.- ¿Qué significa $b^2 - 4ac$ en la ecuación cuadrática?

- a) El coeficiente principal
- b) La suma de las raíces
- c) El vértice
- d) El discriminante**

Anexo 2. Prueba de Competencias en Funciones Cuadráticas

UNEMI POSGRADOS

MAESTRÍA EN EDUCACIÓN DE BACHILLERATO CON MENCIÓN EN PEDAGOGÍA DE LA MATEMÁTICA

INSTRUMENTO DE EVALUACION (POST-TEST)

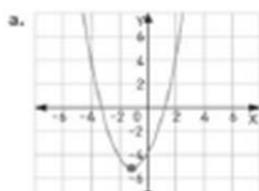
1.- ¿Cuál es la forma general de una función cuadrática?

- a) $f(x) = ax + b$
- b) $f(x) = ax^2 + bx + c$
- c) $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$
- d) $f(x) = a/c$

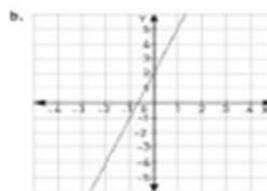
2.- ¿Cuáles de las siguientes ecuaciones representan una función cuadrática?

- a) $y = 5x + 7$
- b) $y = 5x + 3$
- c) $y = 3x^3 + 4 - 6$
- d) $y = 2x^2 - 6 + 8$

3.- Identificar si los siguientes gráficos corresponden a una función cuadrática.



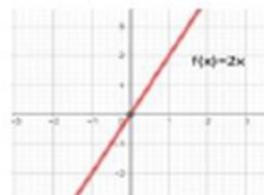
Sí
No



Sí
No



Sí
No



Sí
No

4.- El coeficiente "a" en la función cuadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$ determina:

- a) El desplazamiento vertical de la parábola
- b) Si la parábola abre hacia arriba o hacia abajo
- c) Las raíces de la ecuación
- d) El eje de simetría

5.- Un objeto es lanzado hacia arriba y su altura en función del tiempo se modela con una función cuadrática. ¿Qué representa el vértice de la parábola en este contexto?

a) El tiempo que tarda el objeto en alcanzar el suelo

b) La altura máxima que alcanza el objeto

c) La velocidad inicial del objeto

d) La aceleración del objeto

6.- ¿En qué situaciones de la vida real se pueden modelar fenómenos utilizando funciones cuadráticas?

a) El movimiento de un proyectil

b) El crecimiento de una población de bacterias

c) La desintegración radiactiva de un átomo

d) Todas las anteriores

7.- ¿Cuál de las siguientes funciones cuadráticas tiene su vértice en el punto $(-2, 3)$?

a) $f(x) = (x + 2)^2 + 3$

b) $f(x) = -(x - 2)^2 + 3$

c) $f(x) = (x - 2)^2 - 3$

d) $f(x) = -(x + 2)^2 - 3$

8.- Si el discriminante de una ecuación cuadrática es negativo, ¿qué se puede decir de las raíces de la ecuación?

a) Tiene dos raíces reales distintas.

b) Tiene una raíz real doble.

c) No tiene raíces reales.

d) Tiene infinitas raíces reales.

9.- Si el vértice de una parábola es un máximo, ¿qué se puede decir del valor de "b" en su ecuación?

a) $b > 0$

b) $b < 0$

c) $b = 0$

d) No se puede determinar

10.- ¿Cuál es el valor de la discriminante de la ecuación $x^2 - 6x + 9 = 0$?

a) 0

b) 12

c) -12

d) 36

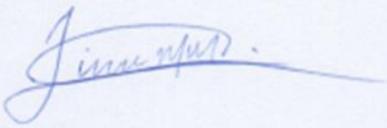
Anexo 3. Validación de Instrumentos de Evaluación Sumativa



UNEMI
POSGRADOS

Anexo N° Validación del instrumento de evaluación sumativa
Universidad Estatal de Milagro
Centro de Estudios de Postgrado
Maestría en Educación de Bachillerato con Mención Pedagógica en Matemáticas
VALIDACIÓN DEL INSTRUMENTO DE EVALUACIÓN SUMATIVA

A) CALIDAD TÉCNICA (DIDÁCTICA) Y REPRESENTATIVIDAD		
O= ÓPTIMA B= BUENA R= REGULAR D= DEFICIENTE		
ITEM	OPCION	OBSERVACIONES
1	O	
2	O	
3	O	
4	O	
5	O	
6	O	
7	O	
8	O	
9	O	
10	O	

Validado por:	Jimena Méndez Mariño, MSc
Cedula de identidad:	1205619404
Profesión:	Docente
Lugar de trabajo:	Unidad Educativa Adolfo Maria Astudillo
Cargo que desempeña:	Docente de matemática
Teléfono:	0999693610
Correo electrónico:	jmagallymm@gmail.com
Lugar y fecha de validación:	Babahoyo 18/11/2024
Firma:	



Anexo N° Validación del instrumento de evaluación sumativa

Universidad Estatal de Milagro

Centro de Estudios de Postgrado

Maestría en Educación de Bachillerato con Mención Pedagógica en Matemáticas

VALIDACIÓN DEL INSTRUMENTO DE EVALUACIÓN SUMATIVA

A) CALIDAD TÉCNICA (DIDÁCTICA) Y REPRESENTATIVIDAD		
O= ÓPTIMA B= BUENA R= REGULAR D= DEFICIENTE		
ITEM	OPCION	OBSERVACIONES
1	O	
2	O	
3	O	
4	O	
5	O	
6	O	
7	O	
8	O	
9	O	
10	O	

Validado por:	Luz Aviles Jaime
Cedula de identidad:	1201796735
Profesión:	Docente
Lugar de trabajo:	Unidad Educativa Adolfo Maria Astudillo
Cargo que desempeña:	Docente de matemática
Teléfono:	0969989167
Correo electrónico:	gqwizmar@gmail.com
Lugar y fecha de validación:	Babahoyo 18/11/2024
Firma:	



Anexo N° Validación del instrumento de evaluación sumativa

Universidad Estatal de Milagro

Centro de Estudios de Postgrado

Maestría en Educación de Bachillerato con Mención Pedagógica en Matemáticas

VALIDACIÓN DEL INSTRUMENTO DE EVALUACIÓN SUMATIVA

A) CALIDAD TÉCNICA (DIDÁCTICA) Y REPRESENTATIVIDAD		
O= ÓPTIMA B= BUENA R= REGULAR D= DEFICIENTE		
ITEM	OPCION	OBSERVACIONES
1	O	
2	O	
3	O	
4	O	
5	O	
6	O	
7	O	
8	O	
9	O	
10	O	

Validado por:	Javier Merino Acosta, MSc.
Cedula de identidad:	1201916903
Profesión:	Docente
Lugar de trabajo:	Unidad Educativa Adolfo María Astudillo
Cargo que desempeña:	Docente de matemática
Teléfono:	0993029416
Correo electrónico:	jmerino55@yahoo.com
Lugar y fecha de validación:	Babahoyo 18/11/2024
Firma:	

Anexo N° Valoración de la propuesta por el especialista 1

FICHA DE VALORACIÓN POR ESPECIALISTAS

Título de la Propuesta:

Impacto del software GeoGebra en el proceso de aprendizaje de las funciones cuadráticas en el primer año de bachillerato

1. Datos personales del profesional

Nombres y Apellidos: Jimena Magally Mendez Mariño

Grado académico (área): Docente de cuarto nivel

Cargo: Docente de matemática bachillerato

Experiencia en el área (años): 12 años

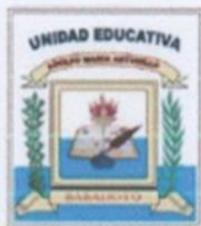
2. Valoración de la propuesta

Marcar con una "x"

Criterios	MA	BA	A	PA	I
Aspectos de la propuesta (objetivos, estructura de la propuesta, evaluación)	X				
Claridad de la redacción (lenguaje sencillo)	X				
Pertinencia del contenido de la propuesta	X				
Viabilidad para el contexto donde se propone.	X				
Transferibilidad a otro contexto (si fuera el caso)	X				
OBSERVACIONES: Ninguna					

MA: Muy aceptable; BA: Bastante aceptable; A: Aceptable; PA: Poco Aceptable; I: Inaceptable

Anexo N° Certificación de la propuesta por el especialista 1

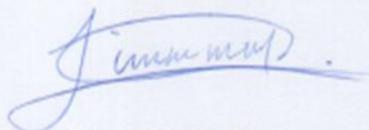


CERTIFICACIÓN

Yo, JIEMNA MAGALLY MENDEZ MARIÑO con CI: 1205619404, en calidad de DOCENTE DE MATEMATICA de la *"Unidad Educativa Adolfo María Astudillo, con código Amie 12H00116 de sostenimiento fiscal, perteneciente al Distrito de educación"* CERTIFICO que:

La propuesta "Impacto del software GeoGebra en el proceso de aprendizaje de las funciones cuadráticas en el primer año de bachillerato" presentada por el Lcdo. Pablo Loaiza y la CPA. Nathali Sandoval, como parte de su trabajo de investigación, ha sido revisada y valorada de acuerdo a los parámetros establecidos.

Es todo en cuanto puedo certificar en honor a la verdad, pudiendo el interesado hacer uso de la presente en lo que estimare conveniente.



Jimena Méndez Mariño, MSc.
Docente de matemáticas
CI: 1205619404



Anexo N° Valoración de la propuesta por el especialista 2

FICHA DE VALORACIÓN POR ESPECIALISTAS

Título de la Propuesta:

Impacto del software GeoGebra en el proceso de aprendizaje de las funciones cuadráticas en el primer año de bachillerato

1. Datos personales del profesional

Nombres y Apellidos: Luz María Avilés Jaime

Grado académico (área): Docente de tercer nivel

Cargo: Docente de matemática

Experiencia en el área (años): 35 años

2. Valoración de la propuesta

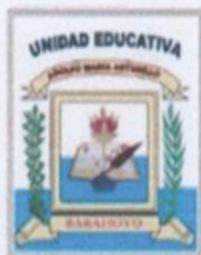
Marcar con una "x"

Criterios	MA	BA	A	PA	I
Aspectos de la propuesta (objetivos, estructura de la propuesta, evaluación)	X				
Claridad de la redacción (lenguaje sencillo)	X				
Pertinencia del contenido de la propuesta	X				
Viabilidad para el contexto donde se propone.	X				
Transferibilidad a otro contexto (si fuera el caso)	X				
OBSERVACIONES: Ninguna					

MA: Muy aceptable; **BA:** Bastante aceptable; **A:** Aceptable; **PA:** Poco Aceptable; **I:** Inaceptable



Anexo N° Certificación de la propuesta por el especialista 2



CERTIFICACIÓN

Yo, LUZ MARIA AVILES JAIME con CI: 1201796735, en calidad de DOCENTE DE MATEMATICA de la "Unidad Educativa Adolfo Maria Astudillo, con código Amie 12H00116 de sostenimiento fiscal, perteneciente al Distrito de educación CERTIFICO que:

La propuesta "Impacto del software GeoGebra en el proceso de aprendizaje de las funciones cuadráticas en el primer año de bachillerato" presentada por el Lcdo. Pablo Loaiza y la CPA. Nathali Sandoval, como parte de su trabajo de investigación, ha sido revisada y valorada de acuerdo a los parámetros establecidos.

Es todo en cuanto puedo certificar en honor a la verdad, pudiendo el interesado hacer uso de la presente en lo que estimare conveniente.

Luz Avilés Jaime
Docente de matemáticas
CI: 1201796735

Anexo N° Valoración de la propuesta por el especialista 3

FICHA DE VALORACIÓN POR ESPECIALISTAS

Título de la Propuesta:

Impacto del software GeoGebra en el proceso de aprendizaje de las funciones cuadráticas en el primer año de bachillerato

1. Datos personales del profesional

Nombres y Apellidos: Eduardo Javier Merino Acosta

Grado académico (área): Docente de cuarto nivel

Cargo: Docente de matemática

Experiencia en el área (años): 23 años

2. Valoración de la propuesta

Marcar con una "x"

Criterios	MA	BA	A	PA	I
Aspectos de la propuesta (objetivos, estructura de la propuesta, evaluación)	X				
Claridad de la redacción (lenguaje sencillo)	X				
Pertinencia del contenido de la propuesta	X				
Viabilidad para el contexto donde se propone.	X				
Transferibilidad a otro contexto (si fuera el caso)	X				
OBSERVACIONES: Ninguna					

MA: Muy aceptable; **BA:** Bastante aceptable; **A:** Aceptable; **PA:** Poco Aceptable; **I:** Inaceptable



Anexo N° Certificación de la propuesta por el especialista 3



CERTIFICACIÓN

Yo, EDUARDO JAVIER MERINO ACOSTA con CI: 1201916903, en calidad de DOCENTE DE MATEMATICA de la "Unidad Educativa Adolfo Maria Astudillo, con código Amie 12H00116 de sostenimiento fiscal, perteneciente al Distrito de educación CERTIFICO que:

La propuesta "Impacto del software GeoGebra en el proceso de aprendizaje de las funciones cuadráticas en el primer año de bachillerato" presentada por el Lcdo. Pablo Loaiza y la CPA. Nathali Sandoval, como parte de su trabajo de investigación, ha sido revisada y valorada de acuerdo a los parámetros establecidos.

Es todo en cuanto puedo certificar en honor a la verdad, pudiendo el interesado hacer uso de la presente en lo que estimare conveniente.

Eduardo Merino Acosta, MSc.
Docente de matemáticas
CI: 1201916903

Anexo 4. Evidencia gráfica



UNEMI

UNIVERSIDAD ESTATAL DE MILAGRO

¡Evolución académica!

@UNEMIEcuador

