



UNIVERSIDAD ESTATAL DE MILAGRO

VICERRECTORADO DE INVESTIGACIÓN Y POSGRADO

MAGISTER EN MATEMÁTICA MENCIÓN MODELACIÓN MATEMÁTICA

TEMA:

**MODELACIÓN MATEMÁTICA DEL TRATAMIENTO ANAEROBIO DE
AGUAS RESIDUALES URBANAS PARA LA HACIENDA TERESITA,
SECTOR AGRÍCOLA DE MILAGRO**

AUTOR

Ing. Jonnathan Isaac Bravo Moreno

DIRECTOR TFM

Ing. Luis Eduardo Solís Granda. MSc.

Milagro, abril del 2022

ECUADOR

ACEPTACIÓN DEL TUTOR

Por la presente hago constar que he analizado el proyecto de grado presentado por el **Sr. Jonnathan Isaac Bravo Moreno**, para optar al título de **Magister en Matemáticas Mención Modelación Matemática** y que acepto tutorizar al estudiante, durante la etapa del desarrollo del trabajo hasta su presentación, evaluación y sustentación.

Milagro, a los 01 días del mes de diciembre del 2021



Firmado electrónicamente por:
**LUIS EDUARDO
SOLIS GRANDA**

NOMBRE: SOLÍS GRANDA LUIS EDUARDO

CÉDULA: 0917032245

DECLARACIÓN DE AUTORÍA DE LA INVESTIGACIÓN

El autor de esta investigación declara ante el Comité Académico del Programa de Maestría en Matemáticas Mención Modelación Matemática de la Universidad Estatal de Milagro, que el trabajo presentado es de mi propia autoría, no contiene material escrito por otra persona, salvo el que está referenciado debidamente en el texto; parte del presente documento o en su totalidad no ha sido aceptado para el otorgamiento de cualquier otro Título o Grado de una institución nacional o extranjera.

Milagro, a los 29 días del mes de abril del 2022



Ing. Jonnathan Isaac Bravo Moreno
C.I. 0924677818

CERTIFICACIÓN DE LA DEFENSA EI TRIBUNAL CALIFICADOR

El TRIBUNAL CALIFICADOR previo a la obtención del título de **MAGÍSTER EN MATEMÁTICA MENCIÓN MODELACIÓN MATEMÁTICA**, otorga al presente proyecto de investigación las siguientes calificaciones:

MEMORIA CIENTÍFICA	49.67
DEFENSA ORAL	37.67
TOTAL	87.33
EQUIVALENTE	Muy bueno



Firmado electrónicamente por:
**JUAN DIEGO
VALENZUELA
COBOS**

Phd. VALENZUELA COBOS JUAN DIEGO
PRESIDENTE DEL TRIBUNAL



Firmado electrónicamente por:
**LUIS EDUARDO
SOLIS GRANDA**

M.A.E SOLIS GRANDA LUIS EDUARDO
DIRECTOR DE TFM



Firmado electrónicamente por:
**EDUIN JESUS
CARRASQUERO
RODRIGUEZ**

Dr. Mec CARRASQUERO RODRIGUEZ EDUIN JESUS
SECRETARIO DEL TRIBUNAL

DEDICATORIA

Primero a Dios, el motor de mi vida, sin él no habría podido culminar este proceso.

A mi madre Myrian, que ha sido un constante apoyo desde el principio de la maestría hasta culminarla y me ha ayudado en lo que necesito. Finalmente, a mi familia por estar siempre presente y animando a que continúe estudiando.

Ing. Jonnathan Isaac Bravo Moreno

AGRADECIMIENTO

Agradezco sinceramente a mi madre, por su apoyo y consejos, los cuales han sido de gran ayuda para enfocar mis ideas en el desarrollo de este trabajo.

Agradezco de manera muy especial a mi tutor Luis Solís, que con su guía y el tiempo que me ha dedicado ha sido una gran ayuda y un aporte invaluable a la finalización de mi proyecto previa a la obtención del título.

También agradezco a mis amigos, que de una u otra forma han colaborado y contribuido en mi formación profesional

Ing. Jonnathan Isaac Bravo Moreno

CESIÓN DE DERECHOS DE AUTOR

Doctor

Fabricio Guevara Viejó

Rector de la Universidad Estatal de Milagro

Presente.

Mediante el presente documento, libre y voluntariamente procedo a hacer entrega de la Cesión de Derecho del Autor del Trabajo realizado como requisito previo para la obtención de mi Título de Cuarto Nivel, cuyo tema fue **“MODELACIÓN MATEMÁTICA DEL TRATAMIENTO ANAEROBIO DE AGUAS RESIDUALES URBANAS PARA LA HACIENDA TERESITA, SECTOR AGRÍCOLA DE MILAGRO”** y que corresponde al Vicerrectorado de Investigación y Posgrado.

Milagro, a los 29 días del mes de Abril del 2022



NOMBRE: JONNATHAN ISAAC BRAVO MORENO

CÉDULA: 0924677818

ÍNDICE GENERAL

INTRODUCCIÓN	1
CAPÍTULO I	3
1.1 Planteamiento Del Problema	3
1.2 Delimitación del problema	4
1.3 Formulación del problema	5
1.4 Sistematización del problema	5
1.5 Objetivos	5
1.5.1 Objetivo General	5
1.5.2 Objetivos Específicos	6
1.6 Justificación e importancia	6
1.6.1 Justificación Teórica	6
1.6.2 Justificación metodológica	7
1.6.3 Justificación practica	7
1.7 Hipótesis	8
1.7.1 Hipótesis General	8
1.7.2 Hipótesis Particular	8
1.7.3 Conceptualización y operacionalización de variables	8
CAPÍTULO II	10
2.1 Marco Teórico	10
2.1.1 Modelo matemático	10
Plata de tratamiento de aguas residuales	11
2.1.3 Regresión Multivariada	17
2.2 Marco Conceptual	23

2.3 Marco Referencial	25
CAPÍTULO III.....	28
MARCO METODOLÓGICO	28
3.1 Tipo de Investigación.....	28
3.2 Diseño de la Investigación	29
3.3 Población y Muestra	29
3.4 Variable de investigación	30
3.5 Método, técnica y uso de software de tratamiento y análisis de datos.....	32
CAPITULO IV.....	33
PROPUESTA.....	33
4.1 Formulación del modelo de regresión lineal múltiple.....	33
4.2 Diagnósis y validación del modelo de regresión lineal múltiple.....	33
4.3 Supuesto de Normalidad de los Residuos.....	34
4.4 Supuesto de Independencia de las observaciones.....	37
4.5 Supuesto de Homocedasticidad	38
4.6.- Supuesto de linealidad	40
4.7 Supuesto de multicolinealidad.....	41
4.8 El Modelo Matemático de Regresión Multivariada	43
4.9 Comparación de los datos reales con los datos pronosticados.....	45
CONCLUSIONES	48
RECOMENDACIONES	49
BIBLIOGRAFÍA	50
ANEXOS	57

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1	8
Tabla 2	30
Tabla 3	31
Tabla 4	31
Tabla 5	31
Tabla 6	32
Tabla 7	34
Tabla 8	35
Tabla 9	38
Tabla 10	40
Tabla 11	42
Tabla 12	43
Tabla 13	44
Tabla 14	45
Tabla 15	45
Tabla 16	46

ÍNDICE DE GRÁFICOS

Figura 1	34
Figura 2	36
Figura 3	39
Figura 4	40
Figura 5	46

RESUMEN

Este estudio se basa en la propuesta de un modelo matemático que permita conocer la cantidad de DBO a la salida de una planta de tratamiento de aguas residuales, para lograrlo se utilizará la regresión multivariada como estrategia de obtención de los parámetros del modelo matemático. Para esto se realizó una caracterización subjetiva de las principales variables involucradas en el proceso de tratamiento de la planta de aguas residuales, teniendo en cuenta la información proporcionada por la empresa, se discriminó las variables que no aportan valor y las que son derivadas de otras. El tipo de método utilizado es cuantitativo y la técnica realizada para la recolección de la información fue de tipo primaria. Después se procedió a realizar la formulación del modelo matemático utilizando regresión multivariada y para ello se usó el software SPSS, luego continuo con la validación del modelo, para lograrlo se utilizó el criterio de los supuestos de regresión multivariada los cuales son: supuesto de normalidad, supuesto de correlación de variables, supuesto de multicolinealidad, supuesto de independencia de errores, supuesto de homocedasticidad, supuesto de normalidad de residuos. Como resultado y análisis de la presente investigación se pudo concluir que el modelo matemático obtenido es aceptable dado que cumple con los supuestos de regresión, el valor de R cuadrado es aceptable.

Palabras Claves:

Modelo matemático, Pronósticos, Regresión multivariada, Proceso, Tratamiento de agua residual.

ABSTRAC

This research is based on the proposal of a mathematical model that allows the amount of BOD at the outlet of a wastewater treatment plant, to achieve this, multivariate regression will be used as a strategy to obtain the parameters of the mathematical model. To achieve this, a subjective characterization of the main variables involved in the treatment process of the wastewater plant was carried out, taking into account the information provided by the company, discriminating the variables that do not contribute value and those that are derived from others. The type of methodology used was quantitative and the technique used to collect the information was primary. Then we proceeded to formulate the mathematical model using multivariate regression and for this we used the SPSS software, then continued with the validation of the model, to achieve this we used the criteria of the multivariate regression assumptions which are: assumption of normality, assumption of correlation of variables, assumption of multicollinearity, assumption of independence of errors, assumption of homoscedasticity, assumption of normality of residues. As a result and analysis of the present research it can be concluded that the mathematical model obtained is acceptable since it complies with the regression assumptions, the R-squared value is acceptable.

Keywords:

Mathematical model, Forecasting, Multivariate regression, Process, Wastewater treatment, Wastewater treatment

INTRODUCCIÓN

Las micro empresas han venido implementando métodos que les han permitido predecir como se comportaran los procesos al final, estos métodos han resultado ser ineficientes o pocos precisos en muchas ocasiones, lo que trae consigo que las micro empresas incurran en gastos o perdidas.

Es por ello que resulta muy importante el poder desarrollar un modelo matemático que se apegue o ajuste a la realidad de cada microempresa, éste deberá de ser capaz de tomar en cuenta la mayor cantidad de variables que afecten el proceso de forma tal que su resultado sea lo más apegado posible a la realidad de la microempresa

El propósito de la presente investigación es desarrollar un modelo matemático basado en la regresión multivariada, que permita conocer como las variables independientes afectan el proceso de tratamiento del agua, es decir, cual es la relación causa efecto entre las variables independientes y dependiente.

Capítulo 1: Durante el desarrollo de este se especifica el planteamiento, delimitación, formulación y sistematización del problema; el objetivo general y específicos; además la justificación teórica, metodológica y práctica.

Capítulo 2: Este se conforma de cuatro partes, marco teórico, marco conceptual, marco referencial; aquí se sustenta la parte investigativa de los modelos matemáticos, la regresión multivariada, y el tratamiento de aguas residuales proveniente de ciudades poco pobladas.

Capítulo 3: En este se establecen los tipos y diseños de investigación empleados para el análisis del presente trabajo, muestra, población y las herramientas de recolección de datos y análisis del mismo.

Capítulo 4: En este capítulo se plantea la propuesta del modelo matemático, el cual está sustentado en algunos supuestos de la regresión multivariado como son: relación lineal, independencia de las observaciones, homocedasticidad,

distribución normal de residuos, entre otros; además demuestra la bondad del modelo matemático al realizar una comparación entre los valores reales de salida de la planta con los valores obtenidos con el modelo matemático desarrollado.

CAPÍTULO I

1.1 Planteamiento Del Problema

La composición resultante de las aguas residuales urbanas es muy variable, en gran parte esto es debido a los factores que influyen en ella (Bedoya-Urrego y otros, 2013), donde el consumo promedio de agua por habitante y por día afecta la concentración (cantidad) y los hábitos alimentarios de la población que caracteriza su composición química (calidad). (Rojas, 2002)

Las aguas residuales urbanas son recolectadas por la red de alcantarillado para ser transportadas a una planta de tratamiento (Díaz-Cuenca y otros, 2012). El caudal de estas aguas residuales suele tener un régimen de variación durante el día. Cuando este sistema de drenaje está diseñado para recolectar aguas residuales y pluviales en conjunto, el aporte de agua de lluvia muchas veces puede sobrepasar con amplitud el caudal promedio de agua residual, lo que resulta en altos niveles de disolución de estas aguas residuales y las consiguientes dificultades de tratamiento que se derivan (Aragonez González, 2015).

El diseño y la gestión de las plantas de tratamiento de aguas residuales requieren la evaluación de la calidad de las aguas residuales. Los principales parámetros evaluados al respecto fueron: Sólidos Suspendidos Totales (SST), Demanda Química de Oxígeno (DQO), Demanda Bioquímica de Oxígeno en cinco días (DBO5), Contenido de nutrientes (nitrógeno [N] y fósforo [P]), Contenido de gérmenes, Metales pesados. (Bejarano Novoa & Escobar Carvajal, 2015), (Hernández & Sánchez, 2014)

Un modelo es una representación matemática simplificada de una realidad compleja. Modelar es la acción de construir un modelo, de acuerdo con la realidad. El desarrollo de un modelo puede involucrar un equipo multidisciplinario compuesto por matemáticos, estadísticos, ingenieros, etc. que aportan diferentes perspectivas y conocimiento en la representación de la realidad (Montesinos-López & Hernández-Suárez, 2007). Un modelo es, en definitiva,

una herramienta de apoyo a la toma de decisiones; por esta razón, sus resultados deben ser inteligibles y útiles (Ramos y otros, 2010).

Los modelos utilizados para diseñar y simular plantas de tratamiento de aguas residuales son una descripción matemática de una amplia gama de procesos químico, físicos y biológicos que ocurren en un espacio delimitado (reservorio y reactores) (Gaibor Chávez, 2014). Sin embargo, el hecho de que un modelo se ajuste bien a los datos experimentales y que prediga el comportamiento del sistema en estudio, no significa que los mecanismos del modelo sean correctos desde el punto de vista microbiano (Carreño Sayago & Méndez Sayago, 2011)

En el diseño de plantas de tratamiento de aguas residuales, los modelos se expresan por balances de masa teniendo en cuenta la cinética de reacción y la hidrodinámica del proceso (Tchobanoglous & Burton, 1991). El desarrollo de estas ecuaciones de balances resulta en sistemas de ecuaciones diferenciales de difícil resolución, siendo necesario el empleo de algún programa o software. Este tipo de software de plataformas especiales son llamados simuladores (Sánchez Ramírez y otros, 2015)

Por ello nace la pregunta, ¿se puede desarrollar un modelo matemático multivariado aplicado al tratamiento de aguas residuales urbanas?

1.2 Delimitación del problema

Espacio

Este estudio se realizó en Ecuador en la Región Costa, Provincia del Guayas, Ciudad de Milagro.

Tiempo

La información obtenida está dentro del rango previsto de valides de una investigación científica, de 10 años.

Universo

El estudio se basará en la propuesta de un Modelo Matemático de regresión multivariado aplicado a una planta de tratamiento de aguas residuales urbanas.

1.3 Formulación del problema

¿De qué manera el uso de la regresión multivariada ayudara en el desarrollo de un modelo matemático para controlar el manejo de una planta de tratamiento de aguas residuales urbanas?

1.4 Sistematización del problema

¿Mediante el análisis de los componentes de un modelo matemático se podrá identificar los factores que inciden en el manejo de una planta de tratamiento de aguas residuales urbanas?

Al analizar los componentes de un modelo matemático, ¿Será posible identificar los factores que influyen en la gestión de una planta de tratamiento de aguas residuales urbanas?

¿Será posible construir un modelo matemático apropiado para controlar la operación de una planta de tratamiento de aguas residuales urbanas usando regresión multivariada?

1.5 Objetivos

1.5.1 Objetivo General

Proponer un modelo matemático apropiado que permita controlar el funcionamiento de una planta de tratamiento de aguas residuales urbanas utilizando regresión multivariada

1.5.2 Objetivos Específicos

- Identificar los factores que inciden en control de una planta de tratamiento de aguas residuales urbanas
- Realizar un análisis de la variabilidad de cada uno de los factores que inciden en el control de una planta de tratamiento de aguas residuales urbanas
- Construir un modelo matemático apropiado que permita el control de una planta de tratamiento de aguas residuales urbanas utilizando regresión multivariada

1.6 Justificación e importancia

Las plantas de tratamiento de aguas residuales urbanas se enfrentan continuamente a distintos problemas que tienen relación con el control de los resultados dados por los modelos matemáticos, que son utilizados para describir los distintos factores que intervienen y afectan al proceso de tratamiento (Lahera Ramón, 2010).

El error presentado por los modelos empleados en el control de los procesos se mide en base a la diferencia entre los datos reales dado en el control, en el punto de salida y lo dado por el modelo matemático, estos errores o diferencias son inevitables y siempre estarán presentes porque el modelo es una abstracción de la realidad problemática; por lo que el error resultante siempre se desea que sea lo más pequeño posible, por lo que esto se convierte en una medida de que tan bien el modelo aproxima a la realidad (Garcés & Jaimes Barragán, 2015).

El objetivo de esta investigación es presentar una propuesta de modelo matemático que permita el control del tratamiento de las aguas residuales urbanas.

1.6.1 Justificación Teórica

Teniendo en cuenta la variación de los caudales, las concentraciones de sólidos y materia orgánica en las aguas residuales urbanas, es fundamental poder

comprender cómo se elabora, desarrolla y utiliza un modelo matemático aplicado al proceso de control en una planta de tratamiento de aguas residuales urbanas, teniendo en cuenta el análisis de los datos involucrados en el proceso y aplicación de la regresión multivariada (Ramos Alvariño & Pellón Arrechea, 2006).

1.6.2 Justificación metodológica

Este estudio se basa en un análisis metodológico de distintos factores que afectan el control de una planta de tratamiento de aguas residuales urbanas. Para ellos se plantea poder discriminar o identificar cuáles son los factores que más o menos aportan en la elaboración del modelo matemático.

En el uso de la regresión multivariada será importante poder determinar el grado de significancia de cada variable independiente intervinientes en el modelo, y el valor de R cuadrado dado que este valor explica que tan bien el modelo de ajusta a los valores suministrado para su entrenamiento.

1.6.3 Justificación practica

Este trabajo de investigación se justifica porque con el modelo matemático que se obtenga, permitirá el mejor control y manejo de la planta de tratamiento de agua residual urbana, dado que se identificará de manera precisa cuales son las variables internas que inciden en el control.

Se espera que este modelo matemático de regresión multivariado sea lo más apegado a la realidad del control de planta.

1.7 Hipótesis

1.7.1 Hipótesis General

Si se diseña un modelo matemático utilizando regresión multivariada, se logrará poder controlar de manera eficiente el manejo de una planta de tratamiento de aguas residuales urbana.

1.7.2 Hipótesis Particular

Es posible poder identificar los factores que afectan el control de una planta de tratamiento de aguas residuales urbanas.

Es posible poder discriminar que factores influyen en la variabilidad de un modelo matemático de control de una planta de tratamiento de aguas residuales urbanas.

Es posible construir un modelo matemático apropiado que permita un control rápido de la operación de una planta de tratamiento de aguas residuales urbanas, utilizando regresión multivariada

1.7.3 Conceptualización y operacionalización de variables

Variable independiente: regresión multivariada

Variable dependiente: calidad de agua de salida

Tabla 1

Operacionalización de variable

Variable	Definición conceptual	Indicadores	Técnica
Regresión Multivariada	Relación entre algunas variables independientes (predictoras o explicativas) y otra variable dependiente	Valor de los coeficientes de la regresión multivariada.	Prueba de ajuste

	(criterio, explicada, respuesta)		
Calidad de agua de salida	Es un término utilizado para describir las propiedades químicas, físicas y biológicas del agua.	Sólidos Suspendidos Totales (SST), Demanda Química de Oxígeno (DQO), Demanda Bioquímica de Oxígeno en cinco días (DBO5), Contenido de nutrientes (nitrógeno [N] y fósforo [P]), Contenido de gérmenes, Metales pesados	Registro de datos históricos

Elaborado por: El autor.

CAPÍTULO II

2.1 Marco Teórico

2.1.1 Modelo matemático.

La construcción de modelos matemáticos es una de las herramientas utilizadas para analizar y estudiar problemas de distintas áreas del conocimiento; el objetivo de los modelos matemáticos es poder describir, explicar y predecir fenómenos y procesos en diferentes campos del conocimiento (Montesinos-López & Hernández-Suárez, 2007).

Es importante señalar que un verdadero modelo matemático se define por las relaciones que combina entre sí. Estas relaciones son independientes de los datos que se quieran incluir en el modelo matemáticos, ya que, un modelo matemático se puede utilizar en diferentes circunstancias y en diferentes contextos (Aravena y otros, 2008)

Un modelo matemático es una descripción, en lenguaje matemático, de un objeto que existe en un universo no matemático. La mayoría de las aplicaciones de cálculo (por ejemplo, problemas de máximos y mínimos) implican modelos matemáticos. (Rodríguez Velázquez & Steegmann Pascual, 2013).

En términos generales, en todo modelo matemático se puede determinar 3 fases:

- Construcción del modelo. Transformación del objeto no-matemático en lenguaje matemático.
- Análisis del modelo. Estudio del modelo matemático.
- Interpretación del análisis matemático. Aplicación de los resultados del estudio matemático al objeto inicial no matemático.

El éxito o fracaso de los modelos matemáticos es un reflejo de la precisión con que dicho modelo matemático representa al objeto inicial y no de la exactitud con que las matemáticas analizan el modelo (Rodríguez Velázquez & Steegmann Pascual, 2013).

De esta forma los modelos matemáticos, deben ser vistos como el vínculo entre la teoría matemática y el mundo cotidiano, de modo que se convierten en una alternativa de enseñanza, con pensamiento crítico y sistemático (Rodríguez-Gallegos & Bourguet-Díaz, 2015).

Así, un modelo puede pensarse como una representación matemática simplificada de una realidad compleja (Plaza Gálvez, 2016). Modelar es la acción de construir un modelo, de encorsetar la realidad (Montesinos-López & Hernández-Suárez, 2007). Para la realización de los modelos matemáticos se debe de trabajar en equipo multidisciplinario que aportan diferentes perspectivas y conocimiento en la representación de la realidad. Por lo tanto, un modelo se convierte en una herramienta de apoyo en la toma de decisiones (Ramos y otros, 2010).

Planta de tratamiento de aguas residuales

En el tratamiento de aguas residuales, los microorganismos instalados en el medio dentro de un tanque o reactor se utilizan para descomponer los contaminantes en las aguas residuales. De esta forma, el agua restante queda más expuesta a los microorganismos, debido a la mayor superficie del soporte. Este material o sellador puede ser grava, roca volcánica o plástico. (Chuchón Martínez & Aybar Escobar, 2008).

La mayoría de los microorganismos son activos a temperaturas entre 20 y 40 °C, porque aumentan su actividad y conducen a una mayor descomposición de la materia orgánica, lo que indica que los microorganismos mesófilos tienen un mayor rango de actividad en el tratamiento de aguas residuales (Ríos-Hidalgo y otros, 2014).

Para tener un sistema eficaz que utilice microorganismos para reducir los contaminantes orgánicos en las aguas residuales, se deben considerar los siguientes criterios de diseño para el tratamiento biológico, entre ellos:

- La tasa de crecimiento de los microorganismos.
- Producción de biomasa por unidad de sustrato consumido.

- Requerimientos nutricionales de los microorganismos.
- Sistema de ventilación para absorber metano y dióxido de carbono.
(Martínez-López y otros, 2014)

Aguas residuales domésticas –ARD–

Las aguas residuales domésticas (ARD) que contienen sustancias orgánicas e inorgánicas en suspensión y disueltas, que, según el tipo de composición, se clasifican de la siguiente manera:

1. Convencionales (sólidos suspendidos y coloidales, materia orgánica en forma de carbono, nutrientes y microorganismos patógenos);
2. No convencionales (refractarios orgánicos, volátiles, surfactantes, metales, sólidos disueltos)
3. Emergentes (farmacéuticos, detergentes sintéticos, antibióticos humanos y veterinarios, hormonas y esteroides, etc.).

Los no convencionales y emergentes presentes en las aguas residuales, debido al predominio de redes de alcantarillado separadas y especialmente la mezcladas con las aguas residuales industriales (ARI) (Metcalf & Eddy, 2013).

El ARD muestra valores de pH alrededor de la neutralidad, con la demanda bioquímica de oxígeno - DBO - que comprende del 40 al 60% de la demanda química de oxígeno - DQO - a menudo oscilando entre menos de 250 a 800 mg/L, dependiendo del tipo de recolección de aguas residuales. tratamiento: in situ, en seco, mediante red de alcantarillado o recogida, etc. (Mendonça & Rojas Orozco, 2000). Otro factor que influye mucho en este cambio es el consumo de agua potable, el cual está determinado por los hábitos de las personas y aspectos climáticos, culturales, sociales y económicos, entre otros. Los sólidos en suspensión (SS) oscilan entre 100 y 400 mg/L y pueden aportar entre un 30 y un 70 % de DQO; Los nutrientes varían entre 10-100 mg N/L, 5-25 mg P/L y 10-40 mg K/L (Mara & Cairncross, 1990).

Tratamiento Anaeróbico

El tratamiento anaeróbico de aguas residuales es un proceso biológico en ausencia de oxígeno, cuyo objetivo es eliminar la carga contaminante a través de un grupo de microorganismos que realizan los procesos de hidrólisis, producción de ácido, generación de acetato y generación de metano de la materia orgánica existente (Gandarillas y otros, 2017); y convertido en lodo y biogás que consta de metano (CH₄), dióxido de carbono (CO₂), trazas de H₂, N₂, O₂ y sulfuro de hidrógeno (H₂S) (Ezzo, 2004). El manto de lodo anaeróbico de flujo inverso se puede diseñar en forma rectangular, cuadrada o redonda. Están contruidos de hormigón armado, fibra de vidrio y acero inoxidable, con ventajas y desventajas en cuanto a la inversión de capital inicial y los costos operativos (Van Haandel & Lettinga, 1994).

Tratamiento biológico aerobio de aguas residuales

El objetivo del tratamiento biológico de aguas residuales es eliminar los contaminantes del agua mediante el uso de microorganismos. En la mayoría de los casos, la materia orgánica soluble e insoluble, así como el nitrógeno, son eliminados activamente por la actividad biológica. El fósforo también se puede eliminar biológicamente, aunque este proceso no se ha practicado tan ampliamente en las plantas de tratamiento de aguas residuales como en el pasado. La eliminación orgánica y la coagulación de sólidos coloidales inestables y la estabilización de la materia orgánica se llevan a cabo por una variedad de microorganismos, especialmente bacterias. Por lo tanto, para diseñar de manera efectiva cualquier proceso de tratamiento biológico de agua, es necesario considerar lo siguiente: (Buitrón Méndez y otros, 2018)

1. Las necesidades nutricionales de los microorganismos (necesarias para el crecimiento celular y la producción de energía);
2. Metabolismo bacteriano;
3. Relación entre crecimiento microbiano y uso de sustrato;

4. Los factores ambientales que afectan el crecimiento de los microbios.
Entre los factores ambientales más importantes a considerar se encuentran la temperatura, el pH y el oxígeno presente en el biorreactor.

Para que estos procesos se apliquen de manera efectiva en la depuración de aguas residuales de una zona residencial o industrial, se debe lograr una tasa de descomposición mucho mayor que la que se logra en la naturaleza. Esto se logra mediante el control de las condiciones físicas y químicas en los reactores diseñados y operados para lograr especificaciones de aguas residuales predefinidas. De esta forma, la concentración de la biomasa resultante es muy superior a la del agua natural y, p, aumenta la tasa de descomposición, consiguiendo así la reducción de la contaminación requerida en un espacio y tiempo determinados. Para crecer y reproducirse, los microorganismos necesitan: (Nolasco, 2010)

- Energía para apoyar sus funciones metabólicas.
- Carbono y nutrientes (nitrógeno, fósforo, calcio, magnesio, etc.) para producir nuevo material celular.

Todo esto se obtiene del objeto en aguas residuales, el medio ambiente o el portador del sistema de tratamiento. En general, los microorganismos se clasifican según sus condiciones respiratorias:

- **Organismos aeróbicos:** utilizan oxígeno disuelto para respirar. El carbono orgánico se oxida, obteniendo como productos finales de estas reacciones bioquímicas dióxido de carbono (CO₂) y agua.
- **Organismos anaeróbicos:** utilizan reacciones endógenas dado que no pueden obtener energía mediante respiración aeróbica. Los principales productos finales son el dióxido de carbono y el metano (la forma más reducida del carbono).

En condiciones aeróbicas, el carbono orgánico es oxidado y como un producto final, CO₂ y agua obtenidos. En contraste, cuando este proceso de degradación ocurre en condiciones anaeróbicas, los actos de CO₂ como una persona de

aceptación electrónica y los productos finales son dióxido de carbono y metano. (Nolasco, 2010)

Durante el tratamiento aeróbico, la materia orgánica que ingresa al sistema se utiliza como fuente de energía, otra parte se convierte en biomasa (lodos) y un porcentaje pequeño se introduce en las aguas residuales. Por otro lado, un proceso anaerobio no requiere ningún aporte de oxígeno (por lo que su consumo energético es mucho menor), produce mucho menos lodos, y es producto del aporte de materia orgánica, se puede utilizar el metano, puede ser utilizado para fines de energéticos. Varios aspectos del diseño y operación de una planta de tratamiento tienen una gran influencia en su desempeño ambiental de la misma, especialmente con respecto a las emisiones de GEI. (Nolasco, 2010)

En el tratamiento Aerobio se realizan procesos de catabolismo oxidativo. Dado que el catabolismo oxidativo requiere la presencia de un oxidante de la materia orgánica y que normalmente no se encuentra en las aguas residuales, debe introducirse artificialmente. La forma más práctica de introducir un oxidante es disolviendo el oxígeno de la atmósfera, a través de ventilación mecánica, lo que está asociado con altos costos de operación del sistema de tratamiento. Además, la mayor parte de la DQO contenida en la materia orgánica se convierte en lodos, que tienen un alto contenido de materia viva que necesita un tratamiento estable. (Rodríguez, 2014)

La descomposición de la materia orgánica por vía aerobia se divide en tres fases principales: la hidrólisis de las moléculas orgánicas complejas en sus respectivos monómeros, la descomposición de estos monómeros en intermediarios comunes y la final en la que se realiza el ciclo de Krebs y la cadena respiratoria, en donde el aceptor final de electrones es el oxígeno molecular, para formar agua como producto final, junto con el bióxido de carbono y el amoníaco.

Existe un buen número de modalidades en los procesos aerobios y son: (Moeller & Tomasini Ortiz, 2006)

- Tipo extensivo (lagunas)

- Procesos de biomasa en suspensión (lodos activados en sus diversas modalidades)
- Procesos de biopelícula (filtros percoladores y biodiscos).

Tratamiento biológico anaerobio de aguas residuales

El tratamiento anaerobio es una de las tecnologías más antiguas para la estabilización de residuos y aguas residuales, especialmente para el tratamiento de residuos domésticos (agua) en fosas sépticas, tratamiento de lodos en digestores y tratamiento de lodos en depuradoras urbanas. La necesidad de sistemas de procesamiento más rentables para la industria alimentaria, combinada con el inicio de la crisis mundial del petróleo, ha llevado al desarrollo de reactores a lo largo de los años. 1970 para la digestión anaeróbica. (Vivanco y otros, 2018)

El tratamiento anaeróbico consiste en un proceso llevado a cabo por grupos específicos de bacterias que, en condiciones anóxicas, convierten la materia orgánica en una mezcla de gases, principalmente metano y CO₂, conocida como biogás. La materia orgánica puede estar compuesta por residuos sólidos orgánicos o aguas residuales provenientes de las industrias con contenido de materia orgánica. La digestión anaeróbica para producir biogás se suele realizar en tanques cerrados llamados reactores y tienen beneficios económicos y ambientales debido a la producción de energía. (Vivanco y otros, 2018)

El sistema anaeróbico aplicado para el tratamiento de aguas residuales ha ganado popularidad en todo el mundo y se aplica ampliamente en regiones con climas tropicales y subtropicales donde la temperatura siempre supera los 20 °C. En el rango de 12-20 °C, varios experimentos han demostrado que este proceso también es posible, pero se deben determinar las condiciones de diseño óptimas y un mejor control del proceso. En la mayoría de los países con climas tropicales y subtropicales, debido a las condiciones climáticas favorables, además de los sistemas de estanques estables, se recomienda el uso de tecnologías como la aplicación de campo de reactores anaeróbicos de forma individual o en combinación como la configuración tanque séptico - filtro anaerobio y el reactor

UASB o sus variantes, es el sistema anaeróbico más utilizado en el mundo. (Torres, 2012)

Esta composición se usa sola o seguida de un régimen de procesamiento posterior; Además, sigue vigente la aprobación de sistemas de tratamiento de residuos in situ, como baños mejorados y fosas sépticas. Algunos de los métodos de tratamiento adicionales más comunes para el tratamiento anaeróbico son los vertederos, las lagunas de estabilización, los filtros bacterianos, los lodos activados de flujo continuo o intermitente con fijación de lodos aeróbicos en el reactor. Estos sistemas complementarios permiten reducción adicional de materia orgánica carbonácea y algunos también favorecen la reducción de nutrientes y patógenos en las aguas residuales finales. (Torres, 2012)

2.1.3 Regresión Multivariada

La regresión lineal múltiple intenta ajustar modelos lineales o linealizables entre una variable dependiente y varias variables independientes. En este tipo de modelo es importante testar la heterocedasticidad, la multicolinealidad y la especificación (Montero Granados, 2016).

En la regresión lineal múltiple se utiliza más de una variable explicativa o independiente; esto tiene la ventaja de utilizar más información en la construcción del modelo y, por lo tanto, dar estimaciones más precisas (Rojo Abuín, 2007).

En el modelo de regresión lineal múltiple, la variable dependiente es una función lineal de k elementos correspondientes a las variables independientes y una perturbación aleatoria o error. El modelo también incluye un término independiente. Si designamos por y a la variable dependiente o variable de respuesta, por $x_1, x_2, x_3, x_4, \dots, x_k$ a las variables independientes o explicativas; por ε al error o perturbación aleatoria, el modelo de regresión multivariado o regresión lineal múltiple viene dado por la siguiente expresión:

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{2i} + \beta_3 x_{3i} + \dots + \beta_k x_{ki} + \varepsilon_i$$

Los parámetros $\beta_0, \beta_1, \beta_2, \beta_3, \dots, \beta_k$ son fijos y desconocidos.

β_0 = intersección en Y

β_1 = pendiente de Y con la variable X_1 manteniendo constante las variables X_2, X_3, \dots, X_k

β_2 = pendiente de Y con la variable X_2 manteniendo constante las variables X_1, X_3, \dots, X_k

β_3 = pendiente de Y con la variable X_3 manteniendo constante las variables $X_1, X_2, X_4, \dots, X_k$

.

.

.

β_k = pendiente de Y con la variable X_k manteniendo constante las variables $X_1, X_2, X_3, \dots, X_{k-1}$

ε_i = es el término de error aleatorio en Y para la observación en i , que tiene la media 0 y la varianza σ^2

El modelo muestral estimado es

$$y_i = b_0 + b_1x_{1i} + b_2x_{2i} + b_3x_{3i} + \dots + b_kx_{ki} + e_i$$

donde e_i es el residuo o diferencia entre el valor observado de Y y el valor estimado de Y obtenido utilizando los coeficientes estimados b_j , donde $j = 1, \dots, k$. El método de regresión obtiene estimaciones simultáneas b_j de los coeficientes del modelo poblacional β_j utilizando el método de mínimos cuadrados

Un asunto de gran interés será responder a la siguiente pregunta: de un vasto conjunto de variables explicativas: $x_1, x_2, x_3, x_4, \dots, x_k$, cuáles son las que más influyen en la variable dependiente Y

Supuestos habituales de la regresión multivariada

El modelo de regresión poblacional múltiple es

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{2i} + \beta_3 x_{3i} + \dots + \beta_k x_{ki} + \varepsilon_i$$

y suponemos que se dispone de n conjuntos de observaciones. Se postulan los siguientes supuestos habituales para el modelo.

1. Las x_{ji} son bien números fijo, o bien relaciones de variables aleatorias, X_j , que son independientes de los términos de error, ε_i . En el segundo caso, la inferencia se realiza condicionada a los valores observados de las x_{ji} .
2. El valor esperado de la variable aleatoria Y es una función lineal de las variables independientes X_j .
3. Los términos de error son variables aleatorias cuya media es 0 y que tiene la misma varianza σ^2 . Este último supuesto se denomina homocedasticidad o varianza uniforme.

$$E[\varepsilon_i] = 0 \quad \text{y} \quad E[\varepsilon_i^2] = \sigma^2 \quad \text{para } (i = 1, 2, 3, \dots, n)$$

4. Los términos de error aleatorio ε_i , no están correlacionados entre sí, por lo que

$$E[\varepsilon_i \varepsilon_j] = 0 \quad \text{para todo } i \neq j$$

5. No es posible hallar un conjunto de números que no sean iguales a cero, $c_0, c_1, c_2, c_3, \dots, c_k$, tal que

$$c_0 + c_1 x_{1i} + c_2 x_{2i} + c_3 x_{3i} + \dots + c_k x_{ki} = 0$$

esta es la propiedad de la ausencia de relación lineal entre las X_j

Método de mínimos cuadrados

El método de mínimos cuadrados para la regresión multivariada calcula los coeficientes estimados para minimizar la suma de los cuadrados de los residuos.

Recuérdese que el residuo es

$$e_i = y_i - \hat{y}_i$$

donde y_i es el valor observado de Y e \hat{y}_i es el valor de Y predicho a partir de la regresión.

En términos formales, minimizamos SCE :

$$SCE = \sum_{i=1}^n e_i^2$$

$$SCE = \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2$$

$$SCE = \sum_{i=1}^n (y_i - (b_0 + b_1x_{1i} + b_2x_{2i} + b_3x_{3i} + \dots + b_kx_{ki}))^2$$

Descomposición de la suma de los cuadrados y coeficientes de determinación.

Se comienza con el modelo de regresión multivariada ajustado mediante mínimos cuadrados

$$y_i = b_0 + b_1x_{1i} + b_2x_{2i} + b_3x_{3i} + \dots + b_kx_{ki} + e_i = \hat{y}_i + e_i$$

donde las b_j son las estimaciones por mínimos cuadrados de los coeficientes del modelo de poblacional y las e_i son los residuos del modelo de regresión estimado.

La variabilidad del modelo puede dividirse en los componentes

$$STC = SCR + SCE$$

donde estos componentes se definen de la siguiente forma

Suma total de los cuadrados

$$STC = \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2$$

$$STC = \sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - \bar{y})^2 + \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2$$

Suma de los cuadrados de los errores

$$SCE = \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2 = \sum_{i=1}^n e_i^2$$

Suma de los cuadrados de la regresión

$$SCR = \sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - \bar{y})^2$$

Esta descomposición puede interpretarse de la forma siguiente:

Variabilidad muestral total = variabilidad explicada + variabilidad no explicada

El coeficiente de determinación r^2 de la regresión ajustada es la proporción de la variabilidad muestral total explicada en la regresión.

$$r^2 = \frac{SCR}{STC} = 1 - \frac{SCE}{STC}$$

y se deduce que

$$0 \leq r^2 \leq 1$$

Los coeficientes son elegidos de forma que la suma de cuadrados entre los valores observados y los pronosticados sea mínima, es decir, que se va a minimizar la varianza residual.

Coefficiente de determinación ajustado.

Algunos especialistas proponen que, al tratar con modelos de regresión multivariado, se debe utilizar **r² ajustada**, para reflejar el número de variables independientes en el modelo y el tamaño de la muestra. Es muy importante reportar la **r² ajustada** al comparar dos o más modelos de regresión que pronostican la misma variable dependiente, pero cuenta con distintos números de variables independientes.

r² ajustada

$$r_{aj}^2 = 1 - \left[(1 - r^2) \frac{n - 1}{n - k - 1} \right]$$

donde k es el número de variables independientes en la ecuación de regresión

$$r_{aj}^2 = 1 - \frac{\frac{SCE}{(n - k - 1)}}{\frac{STC}{(n - 1)}}$$

Utilizamos esta medida para tener en cuenta el hecho de que las variables independientes irrelevantes provocan una pequeña reducción de la suma de los cuadrados de los errores. Por lo tanto, el r_{aj}^2 permite comparar mejor los modelos de regresión multivariado que tienen diferentes números de variables independientes.

Coeficiente de correlación múltiple.

El coeficiente de correlación múltiple es una correlación entre el valor predicho y el valor observado de la variable dependiente.

$$r = r(\hat{y}, y) = \sqrt{r^2}$$

y es igual a la raíz cuadrada del coeficiente múltiple de determinación. Utilizamos r como otra medida de la fuerza de la relación entre la variable dependiente y las variables independientes.

Por lo tanto, es comparable a la correlación entre Y y X en la regresión lineal simple.

2.2 Marco Conceptual

- **Heterocedasticidad:** se produce cuando la varianza (del error) no es constante en las observaciones llevadas a cabo.
- **Modelo matemático:** Es una representación simple de la realidad, utilizando funciones que describen su comportamiento, o de ecuaciones que representan sus relaciones
- **Modelo linealizable:** Un modelo de relación entre ambas variables (x, y) puede ser linealizable si una de las dos variables logra convertirse en relación lineal.
- **Multicolinealidad:** Es la relación de carácter dependiente fuertemente lineal entre más de 2 variables.
- **Pronóstico:** El pronóstico es una estimación del comportamiento de variables estadísticas en eventos futuros.
- **Aguas residuales.** - Las aguas de composición diversa provenientes de cargas municipales, industriales, comerciales, de servicio agrícolas, pecuario, domésticas, incluidas las fraccionadas y en generadas por cualquier otro uso, que han sufrido degradación en su calidad original.
- **Aguas pluviales.** - Aquellas que provienen de lluvias, se incluyen las que provienen de nieve, y granizo.

- **Agua para uso urbano.** - Es el agua nacional para centros de población o asentamientos humanos, destinados al uso y consumo humano, previa depuración.
- **Caracterización de aguas residuales.** – Proceso hacia el conocimiento integral de las características estadísticamente confiables de las aguas residuales, incluyendo muestreo, medición de caudal y determinación de los componentes físicos, químicos, biológicos y microbiológicos correspondientes.
- **Carga máxima permisible.** - Es el límite de carga que puede ser aceptado en la descarga a un cuerpo receptor o a un sistema de alcantarillado.
- **Demanda Bioquímica de Oxígeno (DBO).** - El parámetro de contaminación orgánica más utilizado para aguas residuales y aguas superficiales es la D.B.O a los 5 días. Esta determinación se ocupa de medir la cantidad de oxígeno disuelto que utilizan los microorganismos en la oxidación bioquímica de la materia orgánica y sirve para determinar la cantidad aproximada de oxígeno necesaria para la estabilización biológica la materia orgánica presente.
- **Demanda Química de Oxígeno (DQO).** - la prueba D.Q.O, se utiliza para medir el contenido de materia orgánica tanto en aguas residuales y aguas naturales. El equivalente de oxígeno de la materia orgánica fácilmente oxidable se mide usando un oxidante químico fuerte en medio ácido. Dado que algunos compuestos inorgánicos interfieren con la prueba, primero deben eliminarse. La D.Q.O. de un agua suele ser superior a la D.B.O. porque es mayor el número de compuestos que pueden oxidarse por vía química que biológicamente. La D.Q.O. se puede determinar en unas 3 horas.
- **pH.** - El rango de concentraciones adecuado para la adecuada proliferación y desarrollo de la mayoría de las formas biológicas de vida es bastante estrecho y muy importante. Las aguas residuales con concentración de iones de hidrógeno insuficiente dificultan el tratamiento mediante procesos biológicos, y el efluente puede cambiar la

concentración de iones de hidrógeno en el agua natural si no se cambia antes de la evacuación de las aguas.

- **Oxígeno disuelto.** - Es el oxígeno libre presente en el agua, que es importante para la vida acuática y previene los malos olores.
- **Polución o contaminación del agua.** – es la presencia en el agua de contaminantes con concentraciones y permanencia superiores o inferiores a las especificadas en la legislación vigente que tiene el potencial de deteriorar la calidad del agua.
- **Regresión lineal:** Esta es una técnica de modelado estadístico utilizada para describir variables de respuesta continua basadas en uno o más predictores.
- **Regresión lineal múltiple:** El modelo de regresión lineal múltiple se utiliza como explicación para las variables de respuesta continua que involucran muchos factores o variables explicativas continuas.
- **Variable dependiente:** El objeto de estudio puede cambiar y sus resultados se explican mediante las llamadas variables independientes.
- **Variable independiente:** La variable no se utiliza para desarrollar un modelo que describa el comportamiento de una o más variables de respuesta (variable dependiente).

2.3 Marco Referencial

Los siguientes trabajos de investigación sirvieron como referencia para el presente trabajo de investigación, dado que de una u otra manera abordan el tema de investigación y presentan interesantes aportes tanto en la metodología como en la investigación

Alcívar (2000) en su trabajo de investigación “Análisis y valoración del sistema crediticio en el Ecuador, tanto para Bancos como Instituciones financieras”, plantea una interesante comparación entre los modelos de regresión lineal y el modelo de regresión multivariado, analiza el comportamiento del crédito en el país, en los últimos años de la década del 90, presentando un conjunto de datos extensos e interesantes. Analiza que tan bueno es un modelo en comparación

con el otro, utiliza tabla de contingencia, el coeficiente de correlación de Spearman (Alcívar Zavala, 2000)

Limones (2012, en su trabajo “Método para el control de la producción defectuosa dentro del proceso de conformado de metales. Caso ZF Sachs Automotive México”, presenta un método, que permita analizar el estado actual de los procesos de fabricación en la empresa, además sirve para enfrentar el problema de la variabilidad dentro del proceso. El método planteado dentro de su investigación utiliza la probabilidad del modelo de regresión multivariada, así como análisis de datos (Limones Lara, 2012).

Montoya (2017), en su trabajo “Factores socioeconómicos que afectan al consumo doméstico de agua potable usando la regresión múltiple, puno ciudad – 2015”, desarrolla un modelo matemático usando regresión multivariada aplicado al consumo mensual de agua potable en la ciudad de Puno, la población de análisis fueron 19209 viviendas, utilizó muestreo estratificado con afijación óptima. Para su modelo analizó 19 variables independientes, las cuales fueron sometidas a un proceso de selección. El modelo fue sometido a un proceso de validación usando la regresión multivariada (MONTTOYA VALER, 2017).

Martínez (2020), en su trabajo de investigación denominado “Modelo de regresión lineal múltiple para el pronóstico de ventas de bolsas ecológicas para la empresa Boleco S.A, en la ciudad de Bogotá D.C.”, plantea una selección de cuáles considera que deben de ser las principales variables intervinientes en el modelo de regresión lineal múltiple, que para este trabajo fueron: Capacidad de la Bolsa, Clientes, Ventas y Costo de ventas; finalmente validó el modelo con los resultados obtenidos (Forero Gómez & Martínez Lozano, 2020).

Rojas (2020) en su trabajo “Principales factores de riesgos psicológicos que influyen en los accidentes de trabajo en la minera aurífera Retamas S.A.”, presenta un modelo matemático utilizando regresión multivariada con variables independientes como: fatiga emocional, la disociación y la ansiedad por el logro personal, para ello analizaron 20 ítems, que miden la identificados como

principales riesgos psicológico que se relacionan con los accidentes de trabajo (ROJAS VICTORIO, 2020).

CAPÍTULO III

MARCO METODOLÓGICO

3.1 Tipo de Investigación

Investigación Exploratoria. -

La presente investigación es de tipo exploratoria, debido a que se realiza una aproximación a un tema que no ha sido estudiado a fondo, de modo que a través de la recolección de datos se pueda descubrir patrones por los cuales se le dará una explicación. El apoyo teórico y práctico permitirá desarrollar una propuesta de modelo matemático, logrando así el objetivo de este estudio.

Investigación Documental. -

Este estudio es de carácter documental debido a que para su elaboración se utilizaron diferentes fuentes bibliográficas como libros, disertaciones, artículos científicos, entre otros que sustentan los diversos temas abordados en este estudio.

Investigación de Campo. -

Para desarrollar la investigación se utilizará el trabajo de campo ya que la investigación debe realizarse directamente en los sitios del evento (microempresas) para conocer la situación real del entorno problema, donde los investigadores se involucren directamente en el estudio y miren el curso de cada investigación. variable para que se pueda explicar y a su vez consultar a un grupo de personas y fuentes de la microempresa.

Investigación Aplicada. -

La investigación es aplicable porque pretende generar conocimiento directamente aplicable a un problema del sector industrial, el tratamiento de aguas residuales. Está previsto desarrollar un modelo matemático que ayudará a mejorar las predicciones sobre el tratamiento de las aguas residuales. Es

posible poder pronosticar la calidad del agua que sale de una planta de tratamiento en función de la influencia de varias variables independientes.

Investigación Cuantitativa. -

La investigación es cuantitativa porque se recopilan y analizan datos digitales, es decir, datos de producción semanales. Con este método se identifica una tendencia o comportamiento de producción, lo que permite realizar predicciones, verificar relaciones y obtener resultados productivos generales. Se espera que ayude a mejorar los niveles de producción, para que las microempresas puedan tomar decisiones más acertadas.

3.2 Diseño de la Investigación

Modelación matemática del tratamiento anaeróbico de aguas residuales urbanas para la Hacienda Teresita, sector agrícola de Milagro.

El objetivo de la presente investigación será proponer un modelo matemático apropiado que permita poder pronosticar de manera ágil la cantidad de DBO en la salida de una planta de tratamiento de aguas residuales que serán utilizadas para regadío en la Hacienda Teresita, en el sector agrícola en la ciudad de milagro, utilizando regresión multivariada

El presente diseño de investigación es No Experimental, dado que se procederá a la observación y análisis del fenómeno sin manipular las variables.

Este trabajo es de tipo longitudinal, dado que estamos analizando lo que pasa o cual es el comportamiento en diferentes puntos de tiempo de las distintas variables independientes que podrían intervenir dentro de la propuesta del modelo matemático.

3.3 Población y Muestra

Para la presente investigación se trabajará con todos los datos, es decir el 100% de los datos recopilados por la empresa en el tratamiento de las aguas residuales.

Estos datos tienen una temporalidad es desde 14 de enero del 2019 hasta el 23 de diciembre del 2019. Los datos suministrados tienen un tamaño de 100.

3.4 Variable de investigación

3.4.1 Variable dependiente:

La variable dependiente a considerar es Cantidad de Demanda Bioquímica de Oxígeno a la Salida DBO_Sal (mg/l), este dato se lo obtuvo de la información suministrada por la empresa, corresponde al DBO a la salida de la planta, es decir después que el agua ha sido tratada, a las muestras tomadas de un volumen de 250 ml.

Tabla 2

Variable dependiente DBO_Sal

Variable dependiente	Unidad de medida
Demanda Bioquímica De Oxígeno Salida DBO_Sal	miligramo/litro

Elaborado por: El autor.

3.4.2 Variable independiente:

Como primera aproximación se analizarán 3 posibles variables independientes, y con el análisis de variable excluida se espera ver el grado, peso o aporte de cada una que estas tienen dentro del modelo matemático, de forma tal que la variable que aporte muy poco o no aporte al modelo sea no tomada en cuenta o eliminada.

- a) Cantidad de Demanda Bioquímica de Oxígeno DBO_Ent (mg/l), a la entrada.

Es la Cantidad de Demanda Bioquímica de Oxígeno DBO, que tiene el agua cruda, es decir del agua que entra a la planta de tratamiento

Tabla 3

Variable independiente DBO_Ent

Variable independiente	Unidad de medida
Demanda Bioquímica de Oxígeno DBO_Ent	miligramos/litro

Elaborado por: El autor.

b) Nitratos (mg/l).

Es el valor que tienen de nitratos el agua cruda al entrar en la planta de tratamiento. Los valores típicos para el agua limpia son de 0,3 a 5 mg/L.

Tabla 4

Variable independiente Nitrato

Variable independiente	Unidad de medida
Nitratos	miligramos/litro

Elaborado por: El autor.

c) Fósforo P (mg/L).

Es el valor que tiene el fósforo en el agua cruda a la entrada de la planta de tratamiento. El valor del fósforo por encima de 5,0 mg/L puede causar deficiencias de nutrientes. El valor normal que debe dar un agua para riego debe ser menor a 2,0 mg/L.

Tabla 5

Variable independiente Fósforo

Variable independiente	Unidad de medida
Fosforo	miligramos/litro

Elaborado por: El autor.

Caracterización de las variables

La caracterización de las variables se realizó de manera subjetiva teniendo en

cuenta la información suministrada directamente por la microempresa, lo que se busca es incluir las variables más relevantes dentro del modelo de Regresión Lineal Múltiple.

Tabla 6

Resumen de Variable Modelo

Variable	Descripción	Tipo de variable
Y	DBO_Sal	Numérica – coma
X1	DBO_Ent	Numérica – coma
X2	Fosfato	Numérica – coma
X3	Nitrato	Numérica – coma

Elaborado por: El autor.

3.5 Método, técnica y uso de software de tratamiento y análisis de datos

El método utilizado es el cuantitativo y las técnicas de análisis es la regresión multivariada o regresión lineal múltiple, evaluando los supuestos básicos del modelo de regresión, se realizará un análisis de variables excluidas para cuanto aporta al modelo, es decir, si alguna de las variables independientes debe de excluirse; se analiza la bondad de ajuste a través del coeficiente de determinación (R^2) y el análisis de varianza (anova), finalmente se obtendrán los coeficientes de la regresión multivariada y su grado de significancia para las variables mencionadas.

La información será procesada por el software estadístico IBM SPSS versión 24, para el procesamiento y análisis de los datos.

CAPITULO IV

PROPUESTA

4.1 Formulación del modelo de regresión lineal múltiple

Para realizar la formulación del modelo matemático utilizando la regresión multivariada como primer paso se debe seleccionar la variable dependiente (Y) y las variables independientes (X), a continuación, se muestra la selección de las variables y la ecuación.

La variable dependiente o de salida corresponde a la Demanda bioquímica de oxígeno a la salida DBO_Sal, las variables independientes son: Demanda bioquímica de oxígeno de entrada DBO_Ent, Fosfato y Nitrato.

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \beta_3 X_3$$

$$Y = \text{DBO_Sal}$$

$$X_1 = \text{DBO_Ent}$$

$$X_2 = \text{Fosfato}$$

$$X_3 = \text{Nitrato}$$

4.2 Diagnósis y validación del modelo de regresión lineal múltiple.

Para interpretar bien un modelo de regresión, siempre debemos acompañar nuestra investigación con la diagnósis y validación del modelo. Esta diagnósis incluye analizar si se verifican las hipótesis básicas del modelo:

- Linealidad: los parámetros y su interpretación no tienen sentido si los datos no provienen realmente de un modelo lineal, situación en la que las predicciones también pueden ser completamente erróneas.
- Normalidad de los errores: El modelo de regresión lineal supone que la distribución del error es Normal.
- Homocedasticidad: La varianza del error es constante.

- Independencia de los errores: Las variables aleatorias que representan los errores independientes entre sí.
- Las variables explicativas $X_1; X_2; \dots; X_n$, son linealmente independientes.

4.3 Supuesto de Normalidad de los Residuos

El supuesto de Normalidad tiene como objetivo demostrar que tanto las variables independientes, así como de la variable dependiente, tienen que estar distribuidos normalmente.

Como la muestra es mayor de 50 datos entonces debemos usar la prueba de Kolmogorov – Smirnov (K-S), y esta prueba nos indica que la significancia tiene que ser mayor a 0.05 para decir que los datos corresponden a una muestra con distribución normal.

Tabla 7

Prueba de Kolmogorov-Smirnov para una muestra

		Standardized Residual
N		100
Parámetros normales ^{a,b}	Media	0,0000000
	Desviación estándar	0,98473193
Máximas diferencias extremas	Absoluta	0,066
	Positivo	0,043
	Negativo	-0,066
Estadístico de prueba		0,066
Sig. asintótica (bilateral)		,200 ^{c,d}

a. La distribución de prueba es normal.

b. Se calcula a partir de datos.

c. Corrección de significación de Lilliefors.

d. Esto es un límite inferior de la significación verdadera.

Figura 1

Resumen de Prueba de hipótesis

	Hipótesis nula	Prueba	Sig.	Decisión
1	La distribución de Standardized Residual es normal con la media -0,00000 y la desviación estándar 0,985.	Prueba de Kolmogorov-Smirnov para una muestra	,200 ^{1,2}	Retener la hipótesis nula.

Se muestran significaciones asintóticas. El nivel de significación es de ,05.

¹Lilliefors corregida

²Se trata de un límite inferior de la significancia real.

Como podemos observar en la tabla 7, el nivel de significancia es de 0,066; por lo que valor de p (sig) > 0,05; por lo que queda demostrado que se cumple con el supuesto de normalidad de los datos

Como se puede observar en la tabla 6 y en la figura 1, se acepta el supuesto que los residuos tengan una distribución normal.

Tabla 8

Estadísticas de residuos^a

	Mínimo	Máximo	Media	Desviación estándar	N
Valor pronosticado	7,9867	14,4941	11,8400	1,59832	100
Valor pronosticado estándar	-2,423	1,648	0,000	1,000	100
Error estándar de valor pronosticado	0,065	0,249	0,123	0,034	100
Valor pronosticado corregido	7,9852	14,5139	11,8600	1,59909	100
Residuo	-1,64901	1,71503	0,00000	0,62872	100
Residuo estándar	-2,583	2,686	0,000	0,985	100
Residuo estudentizado	-2,645	2,726	0,000	1,004	100
Residuo eliminado	-1,72908	1,76678	0,00003	0,65379	100
Residuo estudentizado suprimido	-2,732	2,824	-0,001	1,016	100
Distancia de Mahal.	0,044	14,052	2,970	2,246	100
Distancia de Cook	0,000	0,085	0,010	0,016	100

Valor de influencia centrado	0,000	0,142	0,030	0,023	100
------------------------------	-------	-------	-------	-------	-----

a. Variable dependiente: DBO_Sal

Elaborado por: El autor.

Detección de residuos atípicos: para la detección de los valores tipificados usamos el criterio de que estos valores deben estar entre -3 y 3

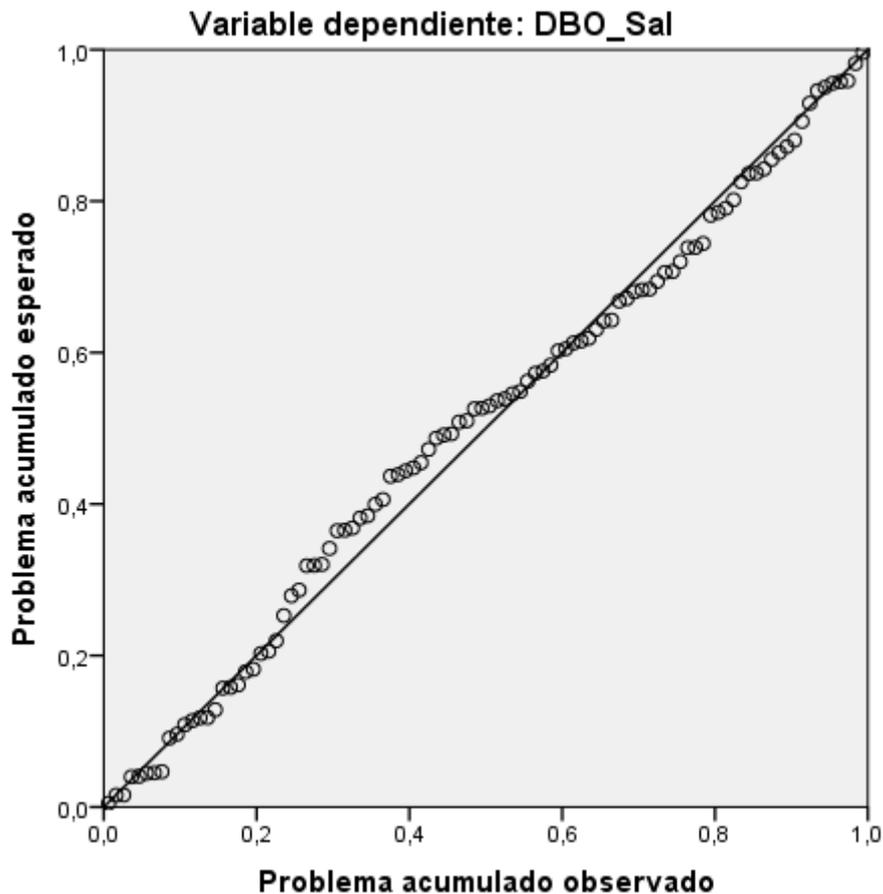
En la tabla 8 se presenta una tabla de estadísticas de residuos, en las cuales se ha verificado efectivamente que no existen valores atípicos, debido a que los valores máximos y mínimos de los residuos tipificados son inferiores a 3 en valor absoluto.

Distribución normal de los residuos

Para comprobar el supuesto de normalidad de los residuos se realizó la prueba P-P normal de regresión Residuo estandarizado, a continuación, se muestran los resultados.

Figura 2

Gráfico P-P normal de regresión Residuo estandarizado



Elaborado por: El autor.

En la figura 2 se muestra diagrama P-P compara la frecuencia acumulada por los residuos tipificados con la probabilidad esperada bajo la hipótesis de normalidad. Los residuos no parecen tener una relación problemática con las variables predictoras o con los valores pronosticados. La gráfica P-P muestra que los residuos, aunque están ligeramente sesgados, se distribuyen aproximadamente como una distribución normal. Se verifica, en consecuencia, razonablemente bien el supuesto de normalidad de los residuos. Esto sugiere además que el modelo está bien especificado.

4.4 Supuesto de Independencia de las observaciones

Para responder al supuesto de la independencia de errores se utiliza la Prueba de Durbin-Watson. El criterio para decir que existe independencia de las observaciones, es que el valor de Durbin-Watson debe ser lo más cercana

posible a 2 con una oscilación de + - 1. Por lo tanto, los valores entre 1 y 3 están bien, para aceptar que los residuos son independientes

Tabla 9

Resumen del modelo^d

Modelo R	R cuadrado	R cuadrado ajustado	Error estándar de la estimación	Durbin-Watson	
1	0,931 ^a	0,866	0,862	0,63846	1,755

a. Predictores: (Constante), Nitrato, Fosfato, DBO_Ent

b. Variable dependiente: DBO_Sal

Elaborado por: El autor.

Para responder al supuesto de la independencia de errores se utiliza la Prueba de Durbin-Watson. El criterio para decir que existe independencia de las observaciones, es que el valor de Durbin-Watson debe ser lo más cercana posible a 2 con una oscilación de + - 1. Por lo tanto, los valores entre 1 y 3 están bien, para aceptar que los residuos son independientes

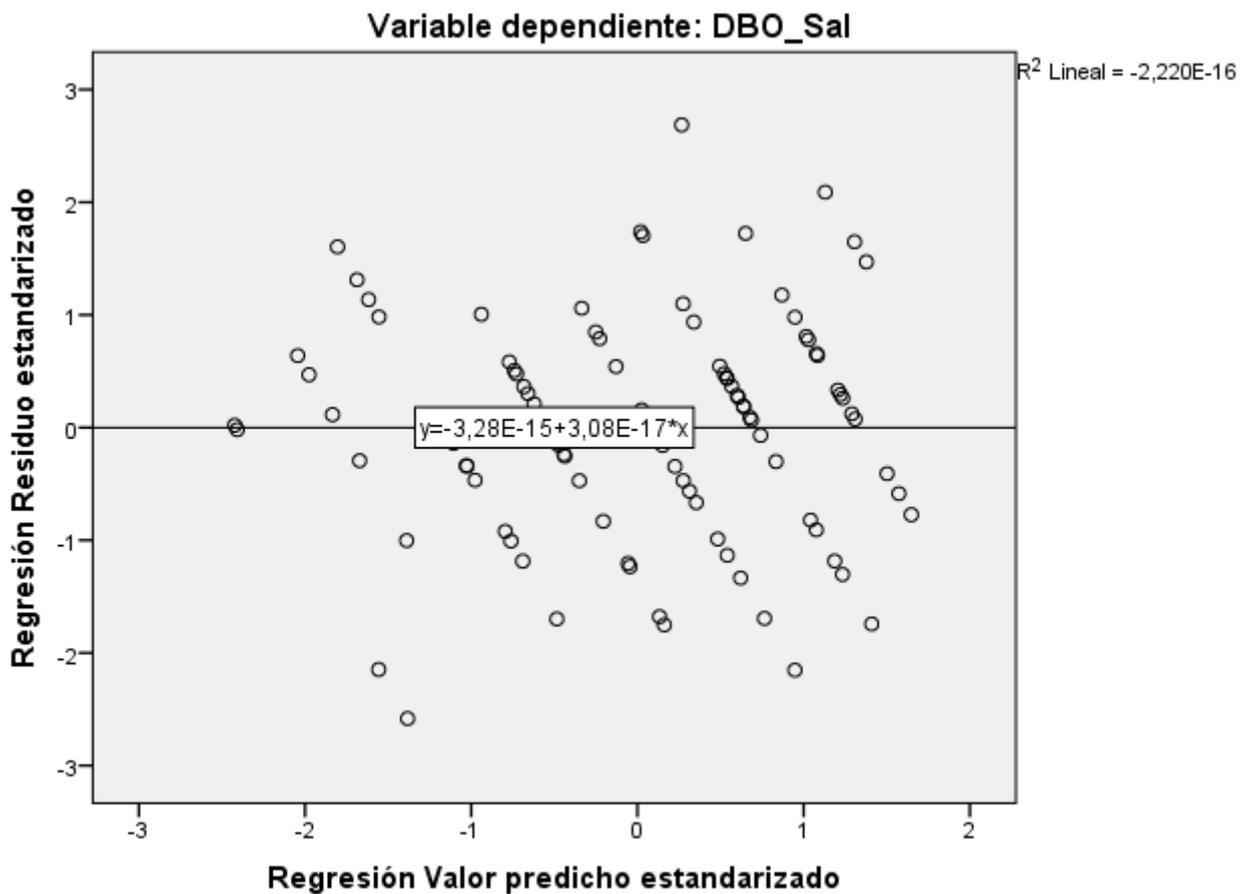
En la Tabla 9 se puede observar que el coeficiente de Durbin-Watson tiene un valor de 1,755; que es un valor aceptable muy cercano a 2, por lo que se da por satisfecho el supuesto de independencia de las observaciones

4.5 Supuesto de Homocedasticidad

La homocedasticidad es una característica de un modelo de regresión lineal que implica que la varianza del error es constante a lo largo del tiempo. Además, si una varianza, además de ser constante, también menor, esto condujera a una predicción del modelo más confiable.

El supuesto de homocedasticidad se responderá de forma gráfica; para ello los residuos deben de distribuirse de manera homocedastica a lo largo de las puntuaciones predichas

Figura 3
Gráfico de dispersión



Elaborado por: El autor.

A partir del examen de gráfico de dispersión de la figura 3, se comprueba que no hay ninguna relación sistemática entre los residuos tipificados y los valores pronosticados tipificados de Demanda Bioquímica de Oxígeno de Salida

Por tanto, podemos dar por cumplido el supuesto en cuanto a la homocedasticidad de los datos

4.6.- Supuesto de linealidad

El supuesto de la linealidad implica que la relación entre la variable dependiente y las independientes debe ser lineal

Tabla 10

Correlaciones

		DBO_Ent	Fosfato	Nitrato	DBO_Sal
DBO_Ent	Correlación de Pearson	1	0,656**	0,601**	0,819**
	Sig. (bilateral)		0,000	0,000	0,000
	N	100	100	100	100
Fosfato	Correlación de Pearson	0,656**	1	0,445**	0,789**
	Sig. (bilateral)	0,000		0,000	0,000
	N	100	100	100	100
Nitrato	Correlación de Pearson	0,601**	0,445**	1	0,746**
	Sig. (bilateral)	0,000	0,000		0,000
	N	100	100	100	100
DBO_Sal	Correlación de Pearson	0,819**	0,789**	0,746**	1
	Sig. (bilateral)	0,000	0,000	0,000	
	N	100	100	100	100

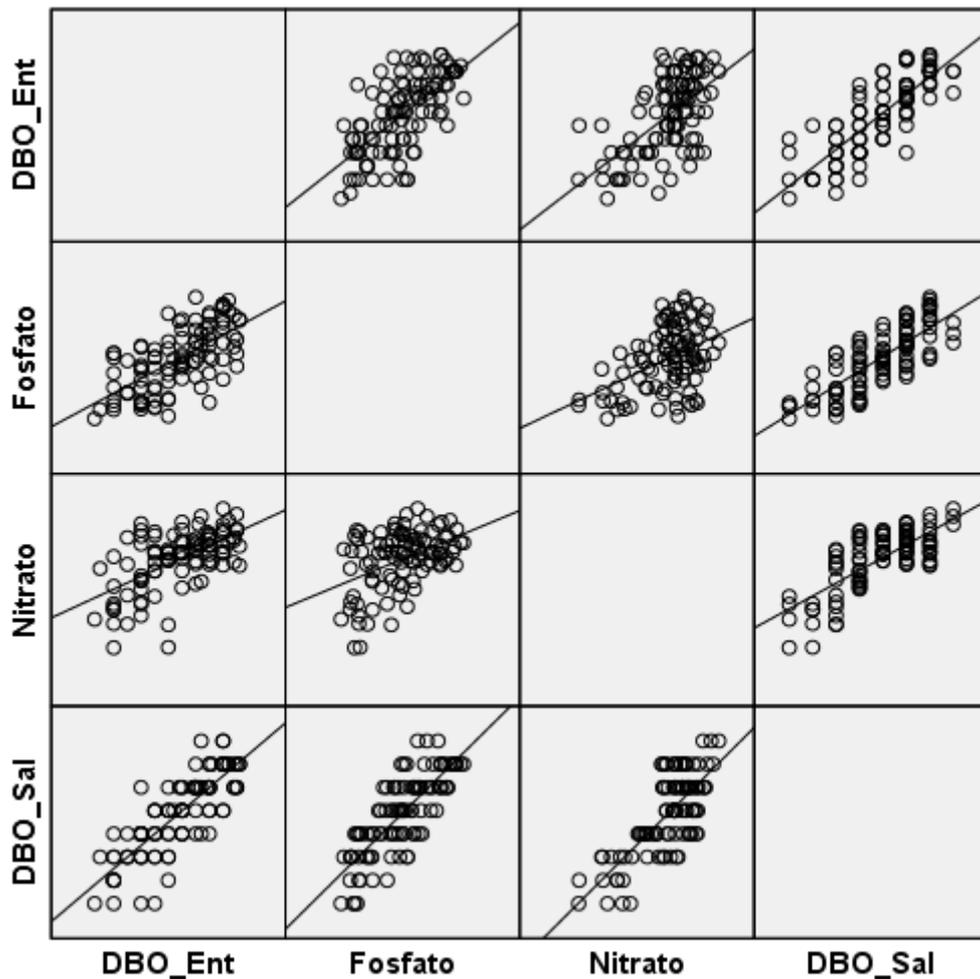
** . La correlación es significativa en el nivel 0,01 (bilateral).

Elaborado por: El autor.

Como se puede observar en la tabla 10 de correlación, existe una correlación positiva entre las variables de entrada y la variable de salida. En la matriz se observa que todos los valores de correlación son positivos y mayores a 0,6; por lo que podemos concluir que las variables independientes están altamente correlacionadas con la variable dependiente, y que esta correlación es positiva.

Figura 4

Correlación de variables



Elaborado por: El autor.

Como se puede observar en la figura 4, se cumple el supuesto de linealidad entre la variable dependiente y las variables independientes, además que se puede observar en la figura existe una correlación positiva entre las variables, unas con una correlación más cercana a 1 que otras.

4.7 Supuesto de multicolinealidad

Para el diagnóstico de colinealidad se usará el VIF (factor de varianza inflada), este supuesto es para saber si hay o no hay multicolinealidad entre las variables independientes. Ninguna variable independiente puede estar por encima de 10, caso contrario hay multicolinealidad entre las variables

Como se puede observar en la tabla 10, para el presente modelo de regresión multivariada se tiene que ningún valor del VIF es mayor a 10

Para este caso como se va a trabajar con la matriz de Diagnósticos de colinealidad, se debe de seguir los siguientes pasos:

1. Identificar los índices que estén por encima del umbral: 30
2. Para los índices identificados, identificar las variables con proporciones de varianza por encima del 90%: Habrá multicolinealidad si ocurre con dos o más coeficientes.

Tabla 11

Diagnósticos de colinealidad^a

Modelo	Dimensión	Autovalor	Índice de condición	Proporciones de varianza			
				(Constante)	DBO_Ent	Fosfato	Nitrato
1	1	3,955	1,000	0,00	0,00	0,00	0,00
	2	0,028	11,925	0,11	0,28	0,09	0,02
	3	0,014	16,700	0,00	0,50	0,90	0,01
	4	0,003	34,421	0,89	0,22	0,01	0,96

a. Variable dependiente: DBO_Sal

Elaborado por: El autor.

Como se puede observar en la tabla 11, en el índice de condición existe un solo valor mayor a 30 que es de 34,421, y en la Proporciones de varianza también existe un solo valor mayor a 90% que es Nitrato con 0,96.

Se puede concluir que No existe multicolinealidad dado que esto con dos o más variables.

4.8 El Modelo Matemático de Regresión Multivariada

El valor de R cuadrado es el coeficiente de determinación, este va de 0 a 1 es 0 al 100%, esto quiere decir que con las variables que se tiene solo se puede predecir un % de la ecuación lineal

Se debe de recordad que el R-cuadrado ajustado tiene en cuenta el número de variables independientes que se utilizan para predecir la variable dependiente.

Modelo 1.- En este modelo se trabajó con tres variables independientes: la Demanda bioquímica de oxígeno a la entrada, el Fosfato y el Potasio, como se observa en este modelo el R^2 de 0,866, eso quiere decir que con esas tres variables independientes ya se puede explicar 86.6% de la varianza; y se tiene un R^2 ajustado del 86,2%

Como se puede observar se sustenta el trabajar con un Modelo Matemático con 3 variables, dado que este presenta un mejor ajuste a la realidad, y las 3 variables seleccionadas aportan positivamente a la predicción de la variable dependiente.

Tabla 12
ANOVA^a

Modelo	Suma de cuadrados	Gl	Media cuadrática	F	Sig.
1 Regresión	252,907	3	84,302	206,807	0,000 ^b
Residuo	39,133	96	0,408		
Total	292,040	99			

a. Variable dependiente: DBO_Sal

b. Predictores: (Constante), Nitrato, Fosfato, DBO_Ent

Elaborado por: El autor.

La tabla 12 es un análisis de la prueba de varianza que muestra si la varianza

explicada por la regresión es significativamente diferente de la varianza no explicada.

El modelo matemático utilizado presenta un valor del estadístico de prueba $F=206,807$ y tiene un P_valor igual a $0 < 0.05$, por lo que se rechaza la hipótesis nula y se concluye que la dependencia lineal es estadísticamente significativa por lo que el modelo es adecuado.

Tabla 13
Coeficientes^a

Modelo	Coeficientes no estandarizados		Coeficientes estandarizados	t	Sig.	Estadísticas de colinealidad	
	B	Error estándar	Beta			Tolerancia	VIF
1 (Constante)	-1,003	0,717		-1,399	0,165		
DBO_Ent	0,040	0,007	0,331	5,951	0,000	0,450	2,222
Fosfato	0,302	0,037	0,409	8,229	0,000	0,565	1,770
Nitrato	0,862	0,111	0,365	7,769	0,000	0,634	1,577

a. Variable dependiente: DBO_Sal

Elaborado por: El autor.

Teniendo en cuenta los resultados de la tabla 13 se deduce que la ecuación de regresión es:

$$Y = -1,003 + 0,040X_1 + 0,302X_2 + 0,862X_3$$

Donde:

Y = DBO_Sal. Demanda bioquímica de oxígeno a la salida

X_1 = DBO_Ent Demanda bioquímica de oxígeno a la entrada

X_2 = Fosfato

X_3 = Nitrato

Como se muestra en la ecuación, se ha podido construir una ecuación que permita predecir la cantidad de DBO_Sal en función de tres variables de entrada.

La ecuación de regresión en estandarizadas nos muestra las variables en la misma dimensión de la siguiente manera:

$$Z = 0,331Z_1 + 0,409Z_2 + 0,365Z_3$$

4.9 Comparación de los datos reales con los datos pronosticados

A continuación, se procede a comparar los datos reales DBO_Sal con los datos obtenidos con el modelo matemático propuesto DBO_Sal_P-RM.

Tabla 14

Estadísticas de muestras emparejadas

		Media	N	Desviación estándar	Media de error estándar
Par 1	DBO_Sal_P-RM	11,8306	100	1,59306	0,15931
	DBO_Sal	11,8600	100	1,71753	0,17175

Elaborado por: El autor.

Como se puede observar en la tabla 14, la media de los datos obtenidos con el modelo matemáticos es de 11,83, y la media de los datos reales observados es de 11,86, estas medias son muy semejantes o parecidas, con lo cual al existir una diferencia entre ellas muy pequeñas se puede decir que el modelo matemático es bastante bueno.

Tabla 15

Correlaciones de muestras emparejadas

		N	Correlación	Sig.
Par 1	DBO_Sal_P-RM & DBO_Sal	100	0,931	0,000

Elaborado por: El autor.

Como se observa en la tabla 15, la correlación entre los datos de construidos con el modelo matemático y los datos reales observados es de 0,93 que es un valor muy cercano a 1 y tiene un P_ valor igual a $0 < 0.05$, por lo que podemos decir que si existe correlación entre las variables.

Tabla 16

Prueba de muestras emparejadas

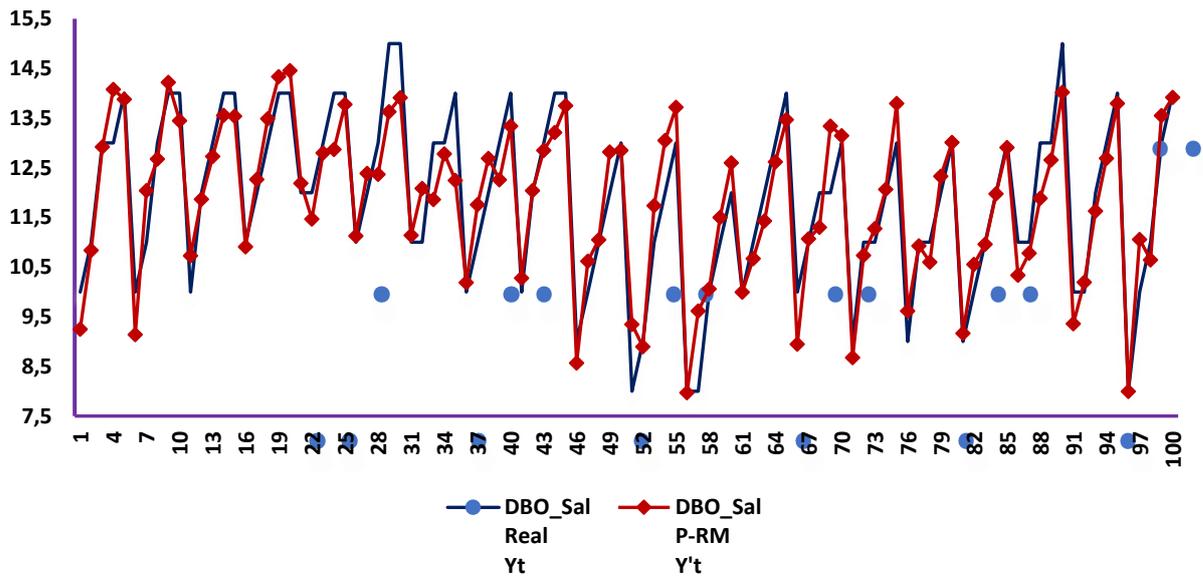
		Diferencias emparejadas				t	gl	Sig. (bilateral)
		Media	Desviación estándar	Media de error estándar	95% de intervalo de confianza de la diferencia Inferior Superior			
Par 1	DBO_Sal_RM - DBO_Sal	-0,02943	0,62874	0,06287	-0,15418 0,09533	-0,468	99	0,641

Elaborado por: El autor.

Como se observa en la tabla 16, la diferencia emparejada entre las medias es muy baja, es de -0,02943, con lo cual se puede decir que es el error que se comete con el modelo matemático propuesto.

Figura 5

Comparación entre DBO_Sal Real vs DBO_Sal P-RM



Elaborado por: El autor.

Como se observa en la figura 5, se realiza la comparación visual entre los valores reales obtenidos a la salida de la planta de tratamientos representados por *DBO_Sal Real*, con lo valores obtenidos mediante el uso del modelo matemático propuesto por medio de la regresión multivariado *DBO_Sal P-RM*.

Se puede observar que el modelo presenta una muy buena aproximación, un buen ajuste, por lo que se puede decir que el modelo sirve para predecir.

CONCLUSIONES

Los factores que influyen en el control de la planta de tratamiento de aguas residuales urbanas que se han identificado, para este caso de estudio son las siguientes variables: demanda bioquímica de oxígeno a la salida de la planta de tratamiento de aguas residuales DBO_Sal; demanda bioquímica de oxígeno a la entrada de la planta de tratamiento de aguas residuales DBO_Ent; fosfatos y nitratos.

Se realizó un análisis de la incidencia de cada factor que incide en el control de una planta de tratamiento de aguas residuales urbanas, el cual se refleja en la tabla 13 **Coeficientes^a**, donde posteriormente se ve reflejado el modelo matemático donde se presenta.

Se procedió a la realizar la formulación del modelo de regresión multivariado teniendo en cuenta las variables independientes seleccionadas, a continuación, los datos se ingresaron en el programa SPSS, y se procede a hacer el análisis del modelo mediante los 5 supuestos de las regresiones multivariada.

Se concluye por medio de la validación del moldeo que, para la planta de tratamiento de aguas, con la utilización de las variables seleccionadas demanda bioquímica de oxígeno a la entrada, fosfato y nitrato, estas permiten predecir un modelo con una relación significativa de un 86,69%.

RECOMENDACIONES

Con base a las conclusiones realizadas, se recomienda la implementación del modelo matemático obtenido en este trabajo, con la finalidad que le sirva de insumo a las empresas para que con este se pueda predecir la calidad de agua a la salida, de forma tal que este modelo le sirva como una herramienta de mejora dentro de sus procesos.

Otra recomendación sería que para futuras investigaciones, basándose en las experiencias realizadas en este trabajo de investigación, se podría utilizar este modelo matemático realizando una mejora continua del mismo, de esta manera al implementarlo, las empresas que ofrecen el servicio de tratamiento de aguas serían mucho mas competitivas en el mercado. También se sugiere que siguiendo los parámetros utilizados en este trabajo, se realice un modelo matemático análogo pero con un tratamiento aerobio de aguas residuales y poder comparar los resultados obtenidos de ambos, establecer diferencias, ventajas y desventajas de cada uno.

BIBLIOGRAFÍA

- Alcívar Zavala, J. A. (2000). *Análisis y valoración del Sistema Crediticio en el Ecuador, tanto para Bancos como Instituciones Financieras*. Guayaquil: ESPOL.
<https://www.dspace.espol.edu.ec/bitstream/123456789/4159/1/6687.pdf>
- Aragonez González, M. P. (2015). *Análisis Termogravimétrico de la Pirólisis de Biosólidos de la Planta de Tratamiento de Agua Residual El Salitre*. Departamento de Ingeniería Química y Ambiental.
<https://repositorio.unal.edu.co/handle/unal/53716>
- Aravena, M., Caamaño, C., & Giménez, J. (2008). Modelos matemáticos a través de proyectos. *Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa*, 11(1).
http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1665-24362008000100003&lng=es&nrm=iso&tlng=es
- Bedoya-Urrego, K., Acevedo-Ruíz, J. M., Peláez-Jaramillo, C. A., & Agudelo-López, S. (2013). Caracterización de biosólidos generados en la planta de tratamiento de agua residual San Fernando, Itagüí (Antioquia, Colombia). *Revista de Salud Pública*, 15(5), 778-790.
https://www.scielosp.org/article/ssm/content/raw/?resource_ssm_path=/media/assets/rsap/v15n5/v15n5a13.pdf
- Bejarano Novoa, M. E., & Escobar Carvajal, M. (2015). *Eficiencia del uso de microorganismos para el tratamiento de aguas residuales domésticas en una planta de tratamiento de agua residual*. Universidad de La Salle. Facultad de Ingeniería. Ingeniería Ambiental y Sanitaria.
https://ciencia.lasalle.edu.co/ing_ambiental_sanitaria/299/
- Bocco, M. (2010). *Funciones elementales para construir modelos matemáticos*. Buenos aires: Instituto Nacional de Educación Tecnológica.
<http://www.bnm.me.gov.ar/giga1/documentos/EL001843.pdf>
- Buitrón Méndez, G., Reino Sánchez, C., & Carrera Muyo, J. (2018). *Manual técnico sobre tecnologías biológicas aerobias aplicadas al tratamiento de*

aguas residuales industriales. España: RED TRITÓN.

https://www.cytred.org/sites/default/files/tratamiento_aerobio_de_aguas_residuales.pdf

Carreño Sayago, U. F., & Méndez Sayago, J. A. (2011). Estimación de la confiabilidad de las plantas de tratamiento de aguas residuales que operan con lagunas de estabilización en la cuenca alta y media del Río Bogotá. *Ingeniería de Recursos Naturales y del Ambiente*, 10, 56-64.
<https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=231122666005>

Chuchón Martínez, S. A., & Aybar Escobar, C. A. (2008). EVALUACIÓN DE LA CAPACIDAD DE REMOCIÓN DE BACTERIAS COLIFORMES FECALES Y DEMANDA BIOQUÍMICA DE OXÍGENO DE LA PLANTA DE TRATAMIENTO DE AGUAS RESIDUALES "LA TOTORA", AYACUCHO, PERÚ. *Ecología Aplicada*, 7(1), 165-171.
<https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=34111584020>

Díaz-Cuenca, E., Alavarado-Granados, A. R., & Camacho-Calzada, K. E. (2012). El tratamiento de agua residual doméstica para el desarrollo local sostenible: el caso de la técnica del sistema unitario de tratamiento de aguas, nutrientes y energía (SUTRANE) en San Miguel Almaya. *Quivera*, 14(1), 78-97. <https://www.redalyc.org/pdf/401/40123894005.pdf>

Ezzo, L. (2004). *Anaerobic treatment of domestic wastewater in subtropical regions, PhD Thesis*,. Wageningen University.

Forero Gómez, G., & Martínez Lozano, J. A. (2020). *Modelo de regresión lineal múltiple para el pronóstico de ventas de bolsas ecológicas para la empresa Boleco S.A., en la ciudad de Bogotá D.C.* Bogotá: Universidad Cooperativa de Colombia. <http://hdl.handle.net/20.500.12494/16439>

Gaibor Chávez, J. A. (2014). CARACTERIZACIÓN DEL AGUA RESIDUAL GENERADA EN LA PLANTA DE LÁCTEOS EL SALINERITO – PARROQUIA SALINAS – CANTÓN GUARANDA PARA EL DISEÑO DE UNA PLANTA DE TRATAMIENTO. *Revista de Investigación Talentos*, 1(1), 107-112.
<https://talentos.ueb.edu.ec/index.php/talentos/article/view/92/121>

- Gandarillas, V., Saavedra, O., Escalera, R., & Montoya, R. (2017). evisión de las experiencias en el tratamiento de aguas residuales domésticas mediante reactores UASB en Cochabamba-Bolivia comparadas con las de Latinoamérica, India y Europa. *Investigación & Desarrollo*, 1(17), 83-98. <https://doi.org/10.23881/idupbo.017.1-7i>
- Garcés, D., & Jaimes Barragán, F. (2015). Ronda clínica y epidemiológica. Introducción al análisis multivariable (parte II). *Iatreia*, 28(1), 87-96. <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=180533008009>
- Hernández, D., & Sánchez, S. (2014). *Diseño de una planta de tratamiento de agua residual para el municipio de San Marcos-departamento de Sucre*. Bogotá: Universidad Católica de Colombia. Facultad de ingeniería. Programa de Ingeniería Civil. <https://core.ac.uk/download/pdf/71895046.pdf>
- Lahera Ramón, V. (2010). INFRAESTRUCTURA SUSTENTABLE: LAS PLANTAS DE TRATAMIENTO DE AGUAS RESIDUALES. *Quivera*, 12(2), 58-69. <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=40115676004>
- Limonés Lara, J. A. (2012). *Método para el control de la producción defectuosa dentro del proceso de conformado de metales. Caso ZF Sachs Automotive México*. Saltillo: CORPORACIÓN MEXICANA DE INVESTIGACIÓN EN MATERIALES. <https://comimsa.repositorioinstitucional.mx/jspui/bitstream/1022/96/1/Tesis%20Jonathan%20A%20Limonés%20L.pdf>
- Mara, D., & Cairncross, S. (1990). *Directrices para el uso sin riesgos de aguas residuales y excretas en agricultura y acuicultura : medidas de protección de la salud pública*. Ginebra: Organización Mundial de la Salud –OMS–.
- Martínez-López, Y., García, M. M., Bello Pérez, R., Falcón Martínez, R., & Cabrera Bermúdez, X. (2014). Sistema experto para el tratamiento de aguas residuales(SECTRARES). *Revista Ingeniería Agrícola*, 4(3), 51-55. <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=586262041010>

- Mendonça, S. R., & Rojas Orozco, G. (2000). *Sistemas de lagunas de estabilización : cómo utilizar aguas residuales tratadas en sistemas de riego*. Santafé de Bogotá.
- Metcalf & Eddy. (2013). *Wastewater Engineering: Treatment and Resource Recovery*. McGraw Hil.
- Moeller, G., & Tomasini Ortiz, A. (2006). *Operación y mantenimiento de plantas de tratamiento de lodos activados*. Instituto Mexicano de Tecnología del Agua.
<http://documentacion.ideam.gov.co/openbiblio/bvirtual/018834/MEMORIA2004/CapituloII/5Microbiologiadelodosactivados.pdf>
- Montero Granados, R. (2016). Modelos de regresión lineal múltiple. *Universidad de Granada. España*.
- Montesinos-López, O. A., & Hernández-Suárez, C. M. (2007). Modelos matemáticos para enfermedades infecciosas. *Salud Pública de México*, 49(3), 218-226. <http://www.scielo.org.mx/pdf/spm/v49n3/07.pdf>
- MONTOYA VALER, S. K. (2017). *FACTORES SOCIOECONÓMICOS QUE AFECTAN AL CONSUMO DOMÉSTICO DE AGUA POTABLE USANDO LA REGRESIÓN MÚLTIPLE*. Puno: UNIVERSIDAD NACIONAL DEL ALTIPLANO.
https://www.google.com/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=&cad=rja&uact=8&ved=2ahUKEwio-JDjwKr1AhXtSjABHRhMAOgQFnoECBoQAQ&url=http%3A%2F%2Frepository.unap.edu.pe%2Fbitstream%2Fhandle%2FUNAP%2F4967%2FMontoya_Valer_Sharom_Kelly.pdf%3Fsequence%3D1&usq=A
- Nolasco, D. A. (2010). *Desarrollo de proyectos MDL en plantas de tratamiento de aguas residuales*. Banco Interamericano de Desarrollo.
<https://publications.iadb.org/publications/spanish/document/Desarrollo-de-proyectos-MDL-en-plantas-de-tratamiento-de-aguas-residuales.pdf>
- Plaza Gálvez, L. F. (2016). Modelación matemática en ingeniería. *IE Revista de investigación educativa de la REDIECH*, 7(13), 47-57.
<https://www.redalyc.org/journal/5216/521655237005/>

Ramos Alvariño, C., & Pellón Arrechea, A. (2006). Metodología empleada en el diseño de tecnologías de tratamiento de las aguas residuales de la producción de diversos medicamentos. *Revista CENIC. Ciencias Biológicas*, 37(2), 93-100.

<https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=181220540005>

Ramos, A., Sánchez, P., Ferrer, J. M., Barquín, J., & Linares, P. (2010). *Modelos matemáticos de optimización*. Madrid: Universidad Pontificia Comillas.

https://d1wqtxts1xzle7.cloudfront.net/34357606/modelado_en_gams-with-cover-page-v2.pdf?Expires=1633687201&Signature=EzhFiG-skxPtDHclAwclQ08Qgji~w3TqbHmhGJKqaRfyW1SAIdIZH5DDJXiHRLC8v2Tdb-zncNZYV4WfKu0LVXNlkmLiT6NoocHcf21rjOhupk0bIXvhHdDbsWtw~Me7oBaSZ0g4ocy

Ríos-Hidalgo, L. M., Águila-Hernández, I., & Montesino-Herrera, M. (2014). Tecnología para el tratamiento de las aguas residuales ácidas de la planta de síntesis de un compuesto nitroaromático. *Tecnología Química*, 34(1), 48-53. <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=445543781005>

Rodríguez Velázquez, J. A., & Steegmann Pascual, C. (2013). *Modelo Matemáticos*. https://recursos.salonesvirtuales.com/wp-content/uploads/bloques/2012/08/Modelos_matematicos.pdf

Rodríguez, J. A. (2014). *Tratamiento anaerobio de aguas residuales*. Cali: Universidad el Valle.

<http://www.ingenieroambiental.com/4014/tratamiento545.pdf>

Rodríguez-Gallegos, R., & Bourguet-Díaz, R. E. (2015). Identifying Modeling Practices Through Differential Equations and Simulation. *122nd SEE Annual Conference-Exposition*.

<https://www.asee.org/public/conferences/56/papers/13153/view>

ROJAS VICTORIO, C. E. (2020). *Principales factores de riesgos psicológicos que influyen en los accidentes de trabajo en la minera aurífera Retamas S.A.* Cerro de Pasco: UNIVERSIDAD DANIEL ALCIDES CARRION.

https://www.google.com/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=&cad=rja&uact=8&ved=2ahUKEwjr6jV06r1AhWIRTABHXFECUw4ChAWe gQIAhAB&url=http%3A%2F%2Frepositorio.undac.edu.pe%2Fbitstream%2Fundac%2F1876%2F1%2FT026_04067250_M.pdf&usg=AOvVaw0F NN0rOV5PtyuLP1ytZKW-

Rojas, R. (2002). Sistemas de tratamiento de aguas residuales. *Gestión integral de tratamiento de aguas residuales*, 1(1), 8-15.

https://d1wqtxts1xzle7.cloudfront.net/57123734/GESTION_INTEGRAL_DEL_TRATAMIENTO_AR-with-cover-page-v2.pdf?Expires=1637630635&Signature=X2HJDHs74cDVrmX94QcWaGttHtoQ2-NJ6j4ftBNlx2i-ybCAMyXZg2oiE2WmYH0r77zGIJXZL~r37Ld2WI16c~GZW1B0M8W8qO9CwqjjN~eiq2pCUska-DzC

Rojo Abuín, J. M. (2007). Regresión lineal múltiple. *Instituto de Economía y Geografía*, 2-33.

https://d1wqtxts1xzle7.cloudfront.net/36787341/REGRESION_LINEAL_MULTIPLE_3-with-cover-page-v2.PDF?Expires=1640663317&Signature=MH9ICvACS9azM8zOaqrXKMjbZKnQ49AngSm4U1Hz2XG-EePggOo413~c6mu4HBGfaWrBXsHftzJ9KYmY070cTcz6ReXEL2alQyNbk~wauCILFjWwWzIYf7fwji2iiDJo

Sánchez Ramírez, J. E., Mejía Fajardo, A., & Amorocho Cruz, C. M. (2015). Software de ingeniería especializado en el diseño y simulación de plantas de tratamiento de agua residual: revisión. *Revista Ingeniería y Región*, 13(1), 57-71.

<https://journalusco.edu.co/index.php/iregion/article/view/709/1356>

Tchobanoglous, G., & Burton, F. L. (1991). *Wastewater Engineering: Treatment Disposal Reuse* (3rd Edition ed.). McGraw-Hill.

Torres, P. (2012). Perspectivas del tratamiento anaerobio de aguas residuales domésticas en países en desarrollo. *EIA*(18), 115-129.

<http://www.scielo.org.co/pdf/eia/n18/n18a10.pdf>

Van Haandel, A. C., & Lettinga, G. (1994). *Anaerobic sewage treatment: a practical guide for regions with a hot climate*. John Wiley & Sons.

Vivanco, E., Yaya, R., & Chamy, R. (2018). *Manual técnico sobre tecnologías biológicas anaerobias aplicadas al tratamiento de aguas y residuos industriales*. España: RED TRITÓN.

https://www.cyted.org/sites/default/files/tratamiento_anaerobio_de_aguas_residuales.pdf

ANEXOS

Planta de tratamiento de aguas servidas





Tanque receptor de aguas servidas



Decantador y Declorinador



Trabajos en hacienda teresita



Aguas servidas de Río Milagro



Aguas residuales urbanas de Milagro



Carta de autorización de la hacienda Teresita

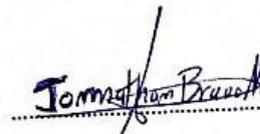
Milagro 8 de diciembre del 2022

CARTA DE AUTORIZACION

Yo, Galo German Moreno Ortiz, con cédula de identidad N° 0906487459, propietario de la hacienda Teresita, autorizo a Jonnathan Bravo Moreno a que pueda utilizar las instalaciones de la hacienda para realizar pruebas, investigaciones y demás procesos pertinentes para su trabajo de investigación sobre el tratamiento de aguas residuales.



Sr. Galo Moreno Ortiz



Ing. Jonnathan Bravo

Análisis de DBO de salida (5 días) proporcionado por la empresa

ANALISIS QUIMICOS								
DEMANDA BIOQUIMICA DE OXIGENO SALIDA								
OXITOP	Volumen	Factor de Volumen	Día1	Día2	Día3	Día4	Día5	Promedio
1	250	15	10	10	12	13	14	11,80
2	250	15	10	10	12	13	14	
3	230	10	10	11	12	13	14	12
4	230	10	10	11	12	13	14	
5	220	5	12	11	12	13	14	11,80