



UNIVERSIDAD ESTATAL DE MILAGRO

VICERRECTORADO DE INVESTIGACIÓN Y POSGRADO

PROYECTO PREVIO A LA OBTENCIÓN DEL TÍTULO:

DE MAGISTER EN MATEMÁTICAS

TÍTULO DEL PROYECTO

**PROPUESTA DE UN MODELO MATEMÁTICO APLICADO AL PRONÓSTICO
DE PRODUCCIÓN UTILIZANDO REDES NEURONALES ARTIFICIALES
EMPLEADO A UNA FÁBRICA DE CAJAS DE SEGURIDAD MODELO 39SS.**

TUTOR

ING. EDGAR ÍTALO MENDOZA HARO. MSC

AUTOR

ING. RONALD ALEXANDER LLERENA CARRERA

MILAGRO, SEPTIEMBRE DE 2022

ECUADOR

ACEPTACIÓN DEL TUTOR

En calidad de Tutor de Proyecto de Investigación, nombrado por el Comité Académico del Programa de Maestría en Matemática de la Universidad Estatal de Milagro.

CERTIFICO

Que he analizado el Proyecto de Investigación con el tema “PROPUESTA DE UN MODELO MATEMÁTICO APLICADO AL PRONÓSTICO DE PRODUCCIÓN UTILIZANDO REDES NEURONALES ARTIFICIALES EMPLEADO A UNA FÁBRICA DE CAJAS DE SEGURIDAD MODELO 39SS” elaborado por el **Ing. Ronald Alexander Llerena Carrera**, el mismo que reúne las condiciones y requisitos previos para ser defendido ante el tribunal examinador, para optar al título de **MAGÍSTER EN MATEMÁTICAS MENCIÓN MODELACIÓN MATEMÁTICA**

Milagro, a los 7 días del mes de septiembre del 2022



Firmado electrónicamente por:
EDGAR ÍTALO
MENDOZA HARO

Ing. Edgar Ítalo Mendoza Haro. Msc
C.I: 0906663471

DECLARACIÓN DE AUTORÍA DE LA INVESTIGACIÓN

El autor de esta investigación declara ante Comité Académico del Programa de Maestría en Matemática de la Universidad Estatal de Milagro, que el trabajo presentado es de mi propia autoría, no contiene material escrito por otra persona, salvo el que está referenciado debidamente en el texto; parte del presente documento o en su totalidad no ha sido aceptado para el otorgamiento de cualquier otro Título o Grado de una institución nacional o extranjera.

Milagro, 27 de septiembre del 2022



Firmado electrónicamente por:
RONALD ALEXANDER
LLERENA CARRERA

Ing. Ronald Alexander Llerena Carrera
C.I. 0920344751

VICERRECTORADO DE INVESTIGACIÓN Y POSGRADO
CERTIFICACIÓN DE LA DEFENSA

El TRIBUNAL CALIFICADOR previo a la obtención del título de **MAGÍSTER EN MATEMÁTICA CON MENCIÓN MODELACIÓN MATEMÁTICA**, otorga al presente proyecto de investigación en las siguientes calificaciones:

TRABAJO DE TITULACION	58.33
DEFENSA ORAL	37.00
PROMEDIO	95.33
EQUIVALENTE	Muy Bueno



Firmado electrónicamente por:
BYRON RAMIRO
ROMERO ROMERO

Msc. ROMERO ROMERO BYRON RAMIRO
PRESIDENTE/A DEL TRIBUNAL



Firmado electrónicamente por:
LUIS ANGEL
BUCHELI

Msc. BUCHELI CARPIO LUIS ANGEL
VOCAL



Firmado electrónicamente por:
KLEBER JOEL
SORNOZA
BRIONES

M.S.C. SORNOZA BRIONES KLEBER JOEL
SECRETARIO/A DEL TRIBUNAL

DEDICATORIA

El presente trabajo de grado va dedicado a Dios, quien como guía estuvo presente en el caminar de mi vida, bendiciéndome y dándome fuerzas para continuar con mis metas trazadas sin desfallecer. A mis padres que, con apoyo incondicional, amor y confianza en todo instante permitieron que logre culminar mi carrera profesional.

Ing. Ronald Alexander Llerena Carrera

AGRADECIMIENTO

El trabajo realizado lo dedico a mis padres que fueron el sustento en todo momento para la realización de esta tesis que me ha permitido continuar pese a todo los obstáculos que se presentaron en el trayecto de esta investigación. A mis amigos que gracias a su apoyo moral me permitieron permanecer con empeño, dedicación y cariño, y a todos quienes contribuyeron con un granito de arena para culminar con éxito la meta propuesta.

Ing. Ronald Alexander Llerena Carrera

CESIÓN DE DERECHOS DE AUTOR

Señor Doctor

Fabricio Guevara Viejó

Rector de la Universidad Estatal de Milagro

Presente.

Mediante el presente documento, libre y voluntariamente procedo a hacer entrega de la Cesión de Derecho del Autor del Trabajo realizado como requisito previo para la obtención de mi Título de Cuarto Nivel, cuyo tema fue **“Propuesta de un Modelo Matemático aplicado al pronóstico de producción utilizando redes neuronales artificiales empleado a una fábrica de cajas de seguridad modelo 39SS”** y que corresponde a la Dirección de Investigación y Posgrado.

Milagro, 27 de septiembre del 2022



Firmado electrónicamente por:
**RONALD ALEXANDER
LLERENA CARRERA**

Ing. Ronald Alexander Llerena Carrera

C.I. 0920344751

ÍNDICE GENERAL

PORTADA	i
ACEPTACIÓN DEL TUTOR.....	ii
DECLARACIÓN DE AUTORÍA DE LA INVESTIGACIÓN.....	iii
APROBACIÓN DEL TRIBUNAL.....	iv
DEDICATORIA.....	v
AGRADECIMIENTO.....	vi
CESIÓN DE DERECHOS DE AUTOR.....	vii
RESUMEN.....	xii
ABSTRACT.....	xiii
INTRODUCCIÓN.....	1
CAPÍTULO I	3
1.1 Planteamiento Del Problema.....	3
1.2 Delimitación del problema.....	5
1.3 Formulación del problema	5
1.4 Sistematización del problema.....	6
1.5 Objetivos	6
1.5.1 Objetivo General.....	6
1.5.2 Objetivos Específicos	6
1.6 Justificación e importancia.....	7
1.6.1 Justificación Teórica.....	7
1.6.2 Justificación metodológica	8
1.6.3 Justificación practica.....	8
1.7 Hipótesis	8
1.7.1 Hipótesis General	8
1.7.2 Hipótesis Particular	9
1.7.3 Conceptualización y operacionalización de variables.....	9
2.1 Marco Teórico	10
2.1.1 Modelo matemático	10
2.1.2 Pronóstico de producción.....	11
2.1.3 Redes Neuronales Artificiales.....	12
Entrenamiento de las redes neuronales artificiales	24
2.2 Marco Conceptual	30
3.2 Diseño De La Investigación.....	35
3.3 Población y Muestra.....	35
3.4 Variables de investigación	35
4.1. Selección de la Variable	40

4.2. Recolección de Datos	40
4.3. Preprocesamiento de Datos.....	41
4.4. Definición de Conjunto de Entrenamiento, Validación y Prueba.....	42
4.5. Selección de la Arquitectura de Redes Neuronales.....	43
4.6. Topología de la Red	47
4.7. Criterios de Evaluación	47
4.9. Ponderaciones sinápticas.....	49
4.10. Gráfico de pronosticados por observados	50
4.11. Gráfico de residuos por pronosticado.....	51
4.12. Importancia del predictor	52
4.13. Validación de la red con conjunto de prueba	54
CONCLUSIONES.....	56
RECOMENDACIONES	57
BIBLIOGRAFÍA.....	58

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1. Operacionalización de variable.....	9
Tabla 2. Variable dependiente CPR	36
Tabla 3. Variable independiente CPP.....	36
Tabla 4. Variable independiente HLP	37
Tabla 5. Variable independiente PNP.....	37
Tabla 6. Método general de diseño de pronóstico	37
Tabla 6. Resumen de procesamiento de casos	43
Tabla 7. Información de red	46
Tabla 8. Resumen del modelo	48
Tabla 9. Estimaciones de parámetro	49
Tabla 10. Importancia de las variables independientes	52
Tabla 11. Cantidad de Producción real CPR-Real y Cantidad de Producción Real dado por la red neuronal CPR-RNA.....	54

ÍNDICE DE GRÁFICOS

Figura 1. Neurona de McCulloch-Pitts.....	15
Figura 2. Arquitectura de un Perceptrón multicapa.....	16
Figura 3. El Perceptrón de Rosenblatt.....	17
Figura 4. Perceptrón simple con función lineal = Modelo de regresión lineal.....	19
Figura 5. Modelo de neurona artificial de McCulloch y Pitts.....	21
Figura 6. Funciones de activación más usuales.....	22
Figura 7. Disposición de las distintas capas de nodos en una red neuronal de ejemplo.....	23
Figura 8. Arquitectura de un mapa autoorganizado.....	23
Figura 9. Esquema de funcionamiento de un proceso de aprendizaje supervisado.....	27
Figura 10. Esquema resumen de los procesos implementados en Matlab para el estudio de hl.....	28
Figura 11. Función Tangente Hiperbólica.....	45
Figura 12. Función lineal o Identidad.....	46
Figura 13. Topología de la red.....	47
Figura 14. Pronosticados por observados.....	50
Figura 15. Residuos por pronosticado.....	51
Figura 16. Gráfico de importancia de variable independiente.....	53
Figura 18. Comparación entre CPR_RNA - CPR.....	55

RESUMEN

Esta investigación presenta el desarrollo de un modelo mediante la utilización de redes neuronales artificiales, aplicado en una pequeña empresa dedicada a la fabricación de cajas de seguridad, que permita predecir de mejor manera el pronóstico de su producción. Para ello, se caracterizaron las variables clave que intervienen o que se considera que inciden en el proceso productivo, teniendo en cuenta la información proporcionada por la empresa. El tipo de método utilizado es cuantitativo y la recopilación información clave fue directa. A continuación, se realizó la construcción del modelo matemático mediante el uso de redes neuronales artificiales, perceptrón multicapa en el programa StatisticalPackage for Social Sciences (SPSS). Una red neuronal artificial es un modelo matemático que utiliza un sistema de capas internas. Están conectados externamente por estructuras llamadas neuronas, como la arquitectura de conexiones entre neuronas en el cerebro humano. Para la construcción de la red los datos se dividieron en tres grupos: entrenamiento, prueba y reserva. La validación del modelo se la realizó mediante los errores relativos, y la presentación de los valores de cantidad de producción real y la cantidad de producción real pronosticada por la red, en la cual se obtiene un valor de R^2 es de 0,983. Finalmente se muestra la importancia que tiene en el modelo cada una de las variables independientes. De los resultados y análisis de este trabajo podemos concluir que el modelo propuesto con el entrenamiento de la red neuronal artificial es aceptable porque se ajusta a las hipótesis de regresión, el valor de R es aceptable.

Palabras Claves:

Modelo matemático, Pronósticos, Redes neuronales artificiales, Proceso, Productividad.

ABSTRACT

This research presents the development of a model through the use of artificial neural networks, applied in a small company dedicated to the manufacture of safe deposit boxes, which allows better predicting the forecast of its production. For this, the key variables that intervene or that are considered to affect the production process were characterized, taking into account the information provided by the company. The type of method used is quantitative and the collection of key information was direct. Next, the construction of the mathematical model was carried out using artificial neural networks, multilayer perceptron in the Statistical Package for Social Sciences (SPSS) program. An artificial neural network is a mathematical model that uses a system of internal layers. They are externally connected by structures called neurons, like the architecture of connections between neurons in the human brain. For the construction of the network, the data was divided into three groups: training, test and reserve. The validation of the model is carried out through the relative errors, and the presentation of the values of the amount of real production and the amount of real production predicted by the network, in which a value of R^2 is 0.983. Finally, the importance of each of the independent variables in the model is shown. From the results and analysis of this work we can conclude that the proposed model with the training of the artificial neural network is acceptable because it fits the regression hypotheses, the value of R is acceptable

Keywords:

Mathematical model, Forecasting, Artificial neural networks, Process, Productivity.

INTRODUCCIÓN

Durante años, las pequeñas empresas han utilizado métodos ineficientes que les permiten predecir cuánto producirán al final de un período determinado, estos métodos han sido ineficaces o menos precisos, lo que lleva a la pérdida económica causada por las pequeñas empresas a diferentes factores.

Por lo tanto, es necesario generar un modelo más cercano a la realidad de cada pequeña empresa, la cual debe tomarse en cuenta el máximo número de incógnitas independientes que contribuyen al modelo y representar el máximo número de variables independientes y variables proceso de fabricación lo mejor posible.

La finalidad de este estudio es analizar una técnica específica que utilice RNA para comprender los efectos de las variables independientes, proporcionar descripciones de los procesos de producción de la microempresa y comprender la relación de causalidad entre las variables independientes y dependientes.

Capítulo 1. En esta parte se realiza un análisis sobre la problemática y el estudio de las causas y consecuencias que generaron la problemática; presenta el planteamiento, definición, y formulación del problema, se plantea el objetivo general y los específicos de la investigación, se desarrolla la justificación e importancia del problema de problema a investigar, finalmente se presenta la conceptualización y operacionalización de las variables.

Capítulo 2. Este capítulo consta de tres partes: marco teórico, marco conceptual y marco de referencia. En este capítulo se presentan los documentos que sirven como fuente de partida de la investigación; adicionalmente se identifican las fuentes primarias y secundarias sobre las cuales se sustenta la investigación y el diseño del estudio. Finalmente se incorporan algunas definiciones o conceptos sobre temática puntual.

Capítulo 3. Se compone de seis partes: análisis del estudio, población y

muestra, se describe cada una de las variables intervinientes en la investigación, variables independientes y variable dependiente; se presenta el método, técnica y uso del software empleado para el tratamiento de los datos, y la metodología.

Capítulo 4. Este capítulo se presenta la propuesta del modelo basado en el uso de la red neuronal artificial, para ello se plantea una secuencia de pasos a seguir: identificar la variable, recopilación de información, gráfico de entrenamiento de la RNA, consideración al predictor, validación de la RNA con conjunto de prueba.

CAPÍTULO I

1.1 Planteamiento Del Problema

En la actualidad, resulta muy necesario la proyección de las operaciones de producción a un plazo establecido en la industria ecuatoriana, esto cobra relevancia dado que debido a la globalización se compite con empresas a nivel mundial, que gestionan sus productos y servicios en el ámbito local (Berkowitz, 1998, pág. 13).

En nuestra región existen entidades que no tienen planificación de manera correcta, dado como resultado que tomen muchas decisiones sobre la marcha cuando se presenta una demanda, por lo que algunas veces esto ocasiona costos y gastos que se podrían evitar con una correcta planificación de la producción. (FAO, 2021, pág. 22)

Esta incorrecta planificación de la producción conlleva atraso en las fechas de entrega, entrega de producto con baja calidad, etc.; esto se puede corregir usando correcto modelo de pronóstico de producción, que permita realizar una correcta programación en la producción, maximizando los ingresos, optimizando los recursos con los que cuenta la empresa (Nations, 2020, pág. 4).

La ONU para Food and Agriculture Organization (FAO), en su documento señalan algunos problemas que tiene la región referente a la producción de productos alimenticios, y los divide entre oferta y demanda, con lo que se resalta la importancia de que una empresa cuente con un modelo que permita realizar un buen pronóstico reduciendo los costos asociados a la sobre producción y la pérdida asociada a la baja producción que es capturada por la competencia.

En el Ecuador, la industria manufacturera juega un papel fundamental en la economía; Durante 2017 representó 13.29% del PBI de Ecuador, convirtiéndose en la mayor industria de participación no petrolera del país económica nacional (Banco Central del Ecuador, 2017)

Las empresas necesitan poder conocer el comportamiento de la demanda, dado que esto les permite poder preparar el plan de la producción en el presente y poder avizorar a futuro, lo que manifiesta un avance en adaptar correctamente los modelos los cuales permitan manifestar de forma estadística las ventas (Montes Albarracin, 2016, pág. 11).

Un prototipo matemático es un aprendizaje de una variable en tiempo real. El modelado es el acto de desarrollar un prototipo que pueda representar la realidad. Un equipo multidisciplinario formado por matemáticos, estadísticos, ingenieros y más pueden ser incorporados en el desarrollo de estos modelos. Con lo cual se incorporan diferentes puntos de vistas y conocimiento en el desarrollo de esta realidad (Zafra Mejía & Gutiérrez Gil, 2015, pág. 3).

La construcción de modelos matemáticos se ha convertido en una de las herramientas más utilizadas en la actualidad para estudiar problemas de diferentes campos del conocimiento; su objetivo primordial es poder describir, explicar y predecir fenómenos y procesos (Montesinos-López & Hernández-Suárez, 2007), por lo tanto, modelar permite analizar el comportamiento de numerosos fenómenos en forma aproximada (ARAVENA, CAAMANO, & GIMENEZ, 2008, pág. 12). Su aplicación a menudo está limitada por la falta de conocimiento en las personas relacionadas y la falta de información sobre los principios básicos de los modelos matemáticos. (Rodríguez Velázquez & Steegmann Pascual, Modelos Matemáticos, 2013, pág. 6).

Al momento de pronosticar se debe de seguir siete pasos: Identificar el uso del modelo, seleccionar las características del modelo, definir el horizonte del estudio, seleccionar el técnico de predicción, adjuntar la información necesaria para hacer la predicción, obtener la predicción, confirmar y ejecutar el análisis (Render & Heizer, 2007, pág. 9).

Una alternativa es usar RNA para hacer predicciones, la ventaja de usar RNA es encontrar semejanzas lineales y no lineales entre incógnitas de entrada y salida, las cuales se pueden trabajar mejor al tratar con variables multivariadas, eso es todo múltiples variables de entrada (Villada, Muñoz, & García, Aplicación de las Redes Neuronales al Pronóstico de Precios en el Mercado de Valores, 2012, pág. 15)

Por ello surge la pregunta, ¿se puede implementar una red neuronal basado en un modelo matemático que permita pronosticar la producción de una fábrica de cajas de seguridad modelo 39SS?

Propuesta de un modelo matemático aplicado al pronóstico de producción utilizando redes neuronales artificiales aplicadas a una fábrica de cajas de seguridad modelo 39SS

1.2 Delimitación del problema

Espacio

El actual análisis se gestiona en la Región Costa, Provincia del Guayas, ciudad de Guayaquil, en una pequeña empresa.

Tiempo

Los datos obtenidos están dentro del estándar de un estudio científico que comprende 10 años.

Universo

El análisis se refleja en un modelo matemático para la producción, para lo cual se usarán los datos históricos de producción de los últimos seis años

1.3 Formulación del problema

¿De qué forma el entrenamiento de las redes neuronales artificiales ayudara en el desarrollo de un modelo analítico que ayude analizar de forma rápida la producción en una fábrica de cajas de seguridad modelo 39SS?

1.4 Sistematización del problema

✓ ¿Mediante el análisis de los componentes de un modelo matemático se podrá identificar los factores que inciden en la producción de cajas de seguridad modelo 39SS?

✓ ¿Será posible realizar un análisis de la variabilidad de cada uno de los factores que inciden en la producción de cajas de seguridad modelo 39SS?

✓ ¿Será posible entrenar una la red neuronal artificial que permita acoplar adecuadamente las variables independientes que inciden en el proceso en el proceso de producción una pequeña empresa de fábrica de cajas de seguridad modelo 39SS?

1.5 Objetivos

1.5.1 Objetivo General

Proponer un modelo matemático que permita poder pronosticar de manera ágil la producción en una fábrica de cajas de seguridad modelo 39SS, utilizando Redes Neuronales Artificiales

1.5.2 Objetivos Específicos

➤ Identificar los factores que inciden en la producción de cajas de seguridad modelo 39SS.

➤ Realizar un análisis de la variabilidad de cada uno de los factores que inciden en la producción de cajas de seguridad modelo 39SS.

➤ Entrenar una Red Neuronal Artificial para acoplar adecuadamente las variables independientes que inciden en el proceso en el proceso de producción de una pequeña empresa de fabricación de cajas de seguridad modelo 39SS.

1.6 Justificación e importancia

En las condiciones actuales del país la capacidad requerida no se puede de analizar en el largo plazo, pues resulta difícil determinar el comportamiento del mercado en el futuro, con lo que resulta más práctico y realista el poder planificar a mediano plazo, pues se manejan muchas variables que pueden llegar a estar fuera del control de la empresa, con lo que no se puede planificar con un grado de certeza adecuado. Entre estas variables están los riesgos propios del mercado en el futuro y del avance de la tecnología, así como el impacto que provoquen los cambios de legislación derivados de los tratados de libre comercio con otros países (Villada, Muñoz, & García, Aplicación de las Redes Neuronales al Pronóstico de Precios en el Mercado de Valores, 2012).

El presente trabajo de investigación tiene como finalidad entrenar una red neuronal artificial que permita a la empresa pronosticar la producción, reduciendo la incertidumbre.

Además, debido a la rigurosidad del trabajo de investigación, este podrá servir como base para futuros trabajos de otras empresas que deseen replicarlo

Finalmente se presenta una estrategia que permita la construcción de un modelo aplicado a la realidad de la industria, no volviéndose una camisa de fuerza, sino que permite su cambio o actualización según los cambios en la demanda del mercado

1.6.1 Justificación Teórica

En la actualidad la industria de las cajas de seguridad se ha vuelto muy competitiva, por lo que resulta muy importante el poder contar con una herramienta que permita el poder proyectar la producción, tomando en cuenta todos los factores que influyen, logrando de esta manera el poder programar adecuadamente todas las operaciones involucradas en el proceso de producción, evitando inventarios altos y con poco movimiento.

1.6.2 Justificación metodológica

El presente trabajo de investigación se basa en el análisis metodológico de los distintos factores que afectan el pronóstico de producción como son: horas reales trabajadas (Hr), horas de paras no programadas (Hr), horas hombres trabajadas (HH), retrabajo (u). Para ellos se plantea poder identificar cuáles son las que más o menos aportan en la elaboración del modelo matemático.

En el uso de las redes neuronales será importante poder determinar la tipología de la red neuronal artificial a utilizar, es decir la cantidad de capas ocultas, el número de neuronas en la capa oculta, la función de activación o de transferencia, adicionalmente de definirá el número de épocas de la red.

1.6.3 Justificación practica

Se espera poder presentar un modelo matemático; que permita determinar la cantidad de cajas de seguridad modelo 39SS, que se debe producir para de esta manera poder obtener una utilidad máxima, con la capacidad instalada actual.

Se estima que el modelo matemático sea exacto con la producción en la industria y pueda ser reducido para cualquier tipo de producción en la industria manufacturera, de tal manera puede ser ejecutado en varios negocios.

1.7 Hipótesis

1.7.1 Hipótesis General

Es posible entrenar una red neuronal artificial para que permita acoplar adecuadamente las variables dependiente debido que incide en el proceso de fabricación con la finalidad de poder pronosticar la producción en una pequeña empresa de fábrica de cajas de seguridad modelo 39SS

1.7.2 Hipótesis Particular

Es posible poder identificar los factores que inciden en la producción de cajas de seguridad modelo 39SS

Es posible poder discriminar que factores influyen en la variabilidad de un modelo de pronósticos de producción de cajas de seguridad modelo 39SS

Es posible entrenar una red neuronal artificial que permita pronosticar de manera ágil la producción aplicándolo a una fábrica de cajas de seguridad modelo 39SS utilizando Redes Neuronales Artificiales

1.7.3 Conceptualización y operacionalización de variables

Variable independiente: pronóstico de producción

Variable dependiente: pronóstico de producción redes neuronales artificiales

Tabla 1. Operacionalización de variable

Variable	Definición conceptual	Indicadores	Técnica
Redes Neuronales Artificiales	Las redes neuronales artificiales son un paradigma de aprendizaje y procesamiento automático inspirado en la forma en que funciona el sistema nervioso.	Valor de validación (aceptación de resultado obtenido por la red). Valor del error cuadrático medio (error de entrenamiento de la red).	Prueba de ajuste Valor dado por la red
Pronóstico de Producción	El pronóstico es la cantidad de cajas de seguridad modelo 39SS que debe de producir la empresa	Cantidad (el número total de los datos). Valor máximo (el mayor número de los datos). Valor mínimo (el menor número de los datos)	Registro de datos históricos

Elaborado por: El autor

CAPÍTULO II

2.1 Marco Teórico

2.1.1 Modelo matemático

El desarrollo de un modelo matemático es una técnica aritmética para estudiar y analizar problemas de diferentes áreas del conocimiento; El propósito del prototipo matemático es poder interpretar y predecir diferentes patrones de conocimiento. (Montesinos-López & Hernández-Suárez, 2007, pág. 32)

Un principio fundamental del modelado matemático es aportar a la comprensión de los fenómenos del mundo que nos rodea, sin embargo, al comenzar a modelar, es necesario saber seleccionar y definir de manera sistemática las variables. En efecto, debido a que los fenómenos reales en cuestión son tan complejos, su estudio requiere diferentes enfoques y ha dado lugar a diferentes ciencias que han evolucionado a lo largo de los años y siglos hasta alcanzar la cúspide de la expresión actual. El modelado matemático o modelado matemático es el proceso lógico de crear modelos matemáticos para representar fenómenos de la humanidad. (Cervantes Gómez, 2015, pág. 2)

Un modelo matemático se define como un modelo simplificado de un escenario real. Para poder estudiarlo, la modelización matemática comienza por identificar los puntos primitivos o deterministas del sistema y caracterizarlos con expresiones matemáticas. (Bocco, 2010, pág. 34)

Para observar el sistema, el modelo matemático comienza identificando los puntos primitivos o deterministas del sistema y describiéndolos mediante expresiones matemáticas. La iniciativa en acción es descubrir un equilibrio entre la simplicidad y la reproducción del comportamiento que permita comprender probar, predecir y ajustar el costo de los cambios que describe y la respuesta del sistema en su grupo. (Bocco, 2010, pág. 11)

Es importante señalar que el modelo matemático se define de hecho ale tu relación entre ellos. Estas relaciones son independientes de los datos ingresados en modelos matemáticos porque pueden usar modelos matemáticos para diferentes situaciones y en diferentes contextos. . (Aravena, Caamaño, & Giménez, 2008, pág. 22)

Las matemáticas permiten el desarrollo de modelos que permitan una mejor comprensión, simulación y predicción del fenómeno en estudio. Los modelos se pueden construir en términos generales, tales como: expresiones o fórmulas numéricas, gráficas o representaciones geométricas, ecuaciones algebraicas, tablas, programas de computadora y más. Por otro lado, una vez que se propone un modelo, es el resultado de estimaciones realizadas para tener una mejor comprensión del fenómeno, sin embargo, dichas estimaciones no corresponden a la realidad para siempre. (Salett Biembegut & Hein, 1999, pág. 15)

2.1.2 Pronóstico de producción

Los pronósticos de venta se han convertido ahora en la principal fuente de información para estimar la demanda lo más cerca posible de los hechos del mercado. La aleatoriedad inherente a la mayoría de los mercados se puede reproducir con modelos probabilísticos más intensivos en computadoras que en el pasado.

El carácter integral de las resoluciones que tienen en cuenta el problema de la previsión de la demanda para calcular las piezas necesarias es fundamental para diseñar modelos fiables y eficientes. (Sánchez López, Barreras Serrano, Pérez Linares, Figueroa Saavedra, & Olivas Valdez, 2013, pág. 23)

Hay diferentes factores a considerar al elegir un modelo de pronóstico apropiado para aplicar en cada situación, deben tenerse en cuenta las diferencias existentes en el comportamiento de la demanda y la distribución en cada punto de distribución. (Saucedo Castillo, Pérez, Herrera Isla, & Fernández Pérez, 2010, pág. 26)

Los procedimientos utilizados para inferir entre los procedimientos utilizados para la heurística, se encuentran las series de tiempo, la regresión lineal y múltiple y los procedimientos cualitativos (Saucedo Castillo, Pérez, Herrera Isla, & Fernández Pérez, 2010, pág. 17).

La serie de tiempo y la regresión es una técnica estadística o un procedimiento cuantitativo que utiliza datos históricos de demanda para predecir la demanda futura. Los procedimientos cualitativos utilizan el juicio profesional para realizar pronósticos. Son varios los componentes a considerar a la hora de elegir un modelo de pronóstico adecuado a utilizar en cada situación, los cuales deben tener en cuenta las diferencias que existen en el comportamiento de la demanda y la distribución desde todos los puntos de vista de la distribución. (Saucedo Castillo, Pérez, Herrera Isla, & Fernández Pérez, 2010, pág. 19)

Las decisiones sobre la capacidad y la ubicación, así como la selección de los procesos y equipos de producción, son el primer paso para tratar de lograr un equilibrio entre la demanda y la producción a largo plazo. Sin embargo, a corto plazo, la variabilidad de la demanda es mucho mayor y es necesario tomar medidas adicionales para abordar el problema. Eso es exactamente lo que son las tareas de planificación y programación de la producción. (EscobarGómez, Díaz-Núñez, & Taracena-Sanz, 2010, pág. 19)

2.1.3 Redes Neuronales Artificiales.

La inteligencia artificial es una disciplina que se puede analizar desde diferentes ciencias como la filosofía, las matemáticas, la economía, las

neurociencias, la ingeniería informática, etc. Cada uno de los campos mencionados analiza un sistema artificial, lo categoriza y presenta diferentes perspectivas y preguntas. Desde la perspectiva de la ingeniería informática, la inteligencia artificial es todo el hardware y el software organizado de tal manera que imita la forma en que los humanos piensan o actúan.

Alan Turing, quien es considerado el padre de la informática y la inteligencia artificial, creó una prueba que permite clasificar cualquier sistema artificial como inteligente. En una prueba de Turing, si hay dos sistemas, uno operado por un humano y el otro por un sistema artificial y un tercer humano interactuando, vía teclado, con ambos sistemas y no se puede distinguir cuál de los dos sistemas operados por humanos, los sistemas artificiales pueden clasificarse como inteligencia artificial

Los orígenes de la IA se pueden encontrar en el movimiento de la ciencia cibernética de las décadas de los cuarenta y cincuenta. Este movimiento científico giraba en torno a la idea de que el funcionamiento de muchos sistemas, vivos o artificiales, capturados de la mejor manera posible por modelos basados en la transmisión de información en lugar de por Modelos basados en la transferencia de energía.

La cibernética se ha esforzado por estudiar los factores comunes entre el funcionamiento de las máquinas automáticas y el sistema nervioso humano (procesos de control y comunicación en animales y en máquinas).

Este problema se ha abordado en un esfuerzo interdisciplinario, en el que han participado investigadores de campos como las matemáticas, la ingeniería electrónica, la fisiología y la neurociencia, la lógica formal y la ciencia, el aprendizaje informático y la psicología.

Una característica importante de la cibernética es la proliferación de puntos de vista divergentes sobre la relación cerebro-máquina. En la segunda mitad de la década de 1950, comenzaron a surgir dos de estos puntos de vista: la IA basada en el procesamiento de símbolos y la investigación de

redes neuronales.

La IA simbólica se basa en extender el uso de las computadoras desde el dominio de aplicar el cálculo numérico a tareas simbólicas, es decir, procesar entradas que representan palabras, cláusulas u otras entidades conceptuales.

Las estructuras de representación contenidas en tal sistema son manipuladas y transformadas de acuerdo con ciertas reglas y estrategias (algoritmos y heurísticas), y la expresión resultante es la solución de un problema dado. En tal sistema, el procesamiento de la información tiene lugar a nivel simbólico o representacional y no a nivel neurobiológico.

Los sistemas de IA simulan procesos mentales y cognitivos humanos a través de programas ejecutados por una computadora tipo Von Neumann. Entre los investigadores más importantes de la primera fase de este estudio del modelo, se puede citar a John McCarthy.

Al mismo tiempo, en la segunda mitad de la década de 1950, varios investigadores comenzaron a desarrollar otra visión de la construcción de máquinas inteligentes: la de las RNA o sistemas conectados. Esta visión no persigue el modelado de redes neuronales fisiológicas, sino la construcción de máquinas inteligentes utilizando arquitecturas computacionales que tienen algunas similitudes con las redes neuronales del cerebro.

Las redes neuronales artificiales (RNA) o sistemas de interconexión son sistemas de procesamiento de información estructurados y operativos inspirados en las redes neuronales biológicas. Consisten en un conjunto de elementos de procesamiento simples llamados nodos o neuronas que están unidos entre sí por conexiones con valores numéricos mutables llamados pesos. (Bishop, 2017, pág. 23).

La neurona de McCulloch-Pitts (ver Ilustración 1), como ahora se la conoce, tiene un funcionamiento muy simple: si la suma de las entradas

excitatorias supera el umbral de activación de la unidad y no hay ni hay una entrada inhibitoria, la neurona es activado y da una respuesta (indicada por el valor 1); de lo contrario, la neurona no se activa (un valor de 0 indica que no hay respuesta).

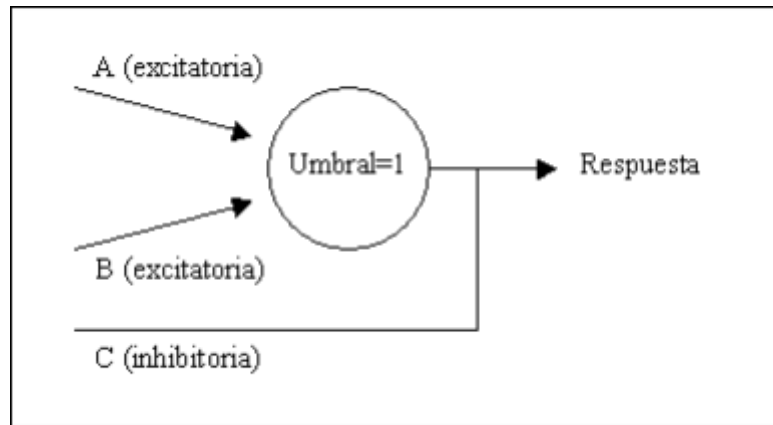


Figura 1. Neurona de McCulloch-Pitts

Fuente: Elaboración propia

El desarrollo del estudio de las redes neuronales desde la década de 1950 hasta la actualidad estuvo condicionado por dos hechos principales: el abandono de esta línea de investigación en la segunda mitad de la década de 1960 debido a las limitaciones observadas en las redes de perceptrones simples y el surgimiento del conectivismo. en la segunda mitad de la década de 1980 como modelo aceptado en IA, entre otros avances, gracias a la aparición de un algoritmo, llamado backpropagation error, o simplemente backpropagation, que permite modificar las conexiones de las arquitecturas en las multicapas de la red.

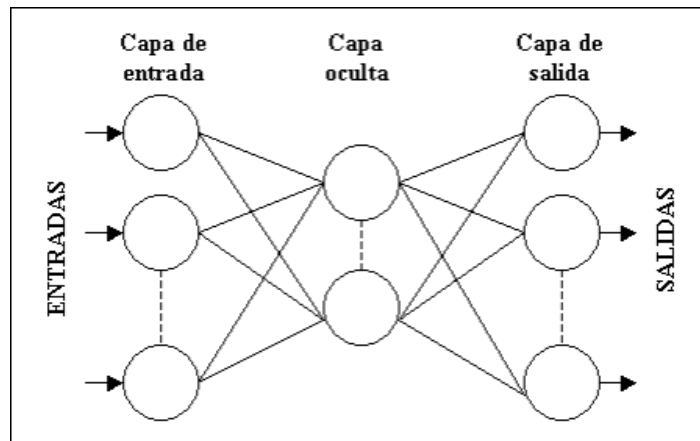


Figura 2. Arquitectura de un Perceptrón multicapa

Fuente: Elaboración propia

Durante el período inicial de la investigación de redes neuronales, desde mediados de la década de 1950 hasta mediados de la década de 1960, un número significativo de científicos, ingenieros y grupos de investigación dedicaron un gran esfuerzo a construir y probar redes neuronales.

Durante este período se realizaron importantes contribuciones científicas. Uno de los sistemas más importantes es el trabajo del equipo de Rosenblatt y Widrow con un sistema de interconexión de una sola capa, o un sistema (RNA tiene solo una capa de interconexión mutable). La red diseñada por Rosenblatt (1958), llamada Perceptron, es uno de esos sistemas (ver ilustración 3).

Aunque hay dos capas de conexión, solo una de ellas incluye conexiones editables. La capa de entrada o capa retinal consta de un conjunto de unidades de entrada binarias unidas por conexiones de valor fijo a unidades de la capa asociativa o predicada. La última capa es una capa de retroalimentación o decisión, con una sola unidad, con salida binaria, con conexiones modificables a los predicados de la capa anterior.

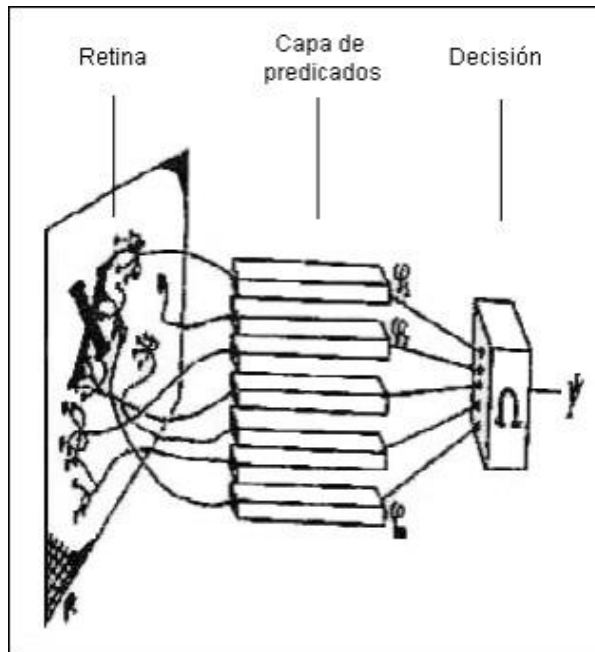


Figura 3. El Perceptrón de Rosenblatt.

Fuente: Elaboración propia

El teorema de convergencia de la regla de aprendizaje del perceptrón desarrollado por Rosenblatt afirma que, si los parámetros o pesos del sistema pueden realizar un determinado clasificador, el sistema eventualmente lo aprenderá en una cantidad finita de pasos, si las conexiones siguen este aprendizaje.

Más específicamente, la regla de aprendizaje de Perceptron es un algoritmo de corrección de errores supervisado e implica el ajuste iterativo de los pesos correspondientes a la diferencia entre la salida actual de la red y la salida deseada, con el objetivo de mitigar el error de la red actual

La actividad que una unidad de procesamiento o neurona artificial realiza en un sistema de este tipo es simple. Normalmente, consiste en sumar los valores de las entradas (inputs) que recibe de otras unidades conectadas a ella, comparar esta cantidad con el valor umbral y, si lo iguala o supera, enviar activación o salida (output) a las unidades a las que esté conectada. Tanto las entradas que la unidad recibe como las salidas que envía dependen a su vez del peso o fuerza de las conexiones. (Rumelhart, 2018, pág. 4).

Las entradas son el estímulo que la neurona artificial recibe del entorno que la rodea, y la salida es la respuesta a tal estímulo (Parisi, 2015, pág. 12).

Las redes neuronales son sistemas dinámicos autoadaptables. Son adaptativos debido a la capacidad de autorregulación de los elementos procedimentales (neuronas) que componen el sistema. Son muy activos, ya que pueden cambiar constantemente para adaptarse a las nuevas condiciones (Hilera, 2017, pág. 8).

Una red neuronal imita ciertos rasgos humanos, como la capacidad de recordar y asociar hechos. Si observamos los problemas que no pueden ser expresados por un algoritmo, veremos que todos tienen una cosa en común: la experiencia. Las personas pueden lidiar con estas situaciones utilizando la experiencia acumulada. Así que, claramente, una forma de abordar el problema es construir sistemas capaces de replicar este espíritu humano. (Matich, 2001, pág. 15)

Una red neuronal no es un modelo artificial y similar al cerebro humano, la relación más perfecta que tenemos de un sistema capaz de recibir información a través de la interacción. Una red es "un nuevo sistema de procesamiento de información, su unidad de procesamiento básica inspirada en la célula básica del sistema nervioso humano: la neurona". (Matich, 2001, pág. 13)

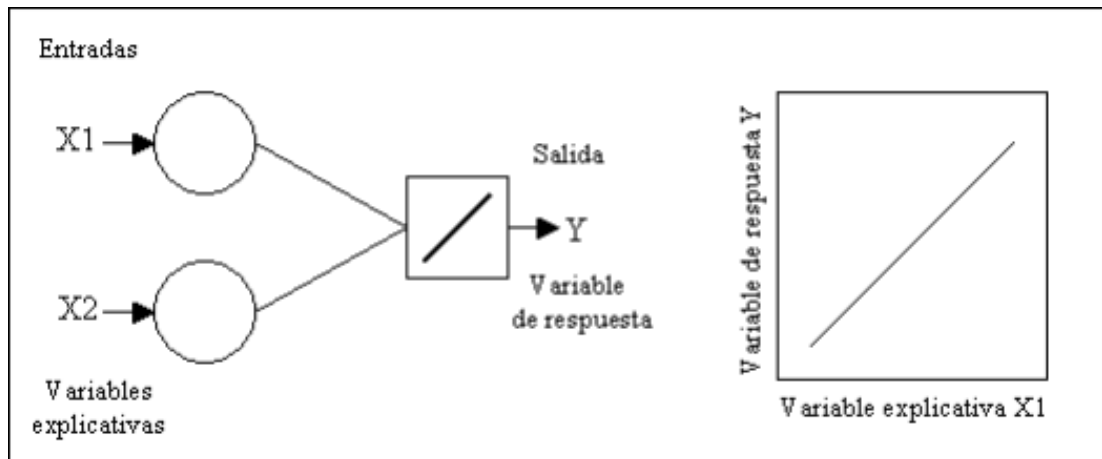


Figura 4. Perceptrón simple con función lineal = Modelo de regresión lineal

Fuente: Elaboración propia

Todo el análisis del cuerpo humano está sistematizado de una forma u otra con ejecución de las neuronas. Son partes del cuerpo humano, pero cuando miles de ellos están interconectados, se vuelven muy poderosos. Lo básico que sucede en una neurona biológica es esto: la neurona es excitada o estimulada por sus inputs (entradas). (Matich, 2001, pág. 7)

Investigaciones posteriores llevaron al descubrimiento que el pensamiento tiene lugar en el cerebro, el cerebro está formado por miles de millones de neuronas interconectadas. Entonces, el secreto de la "inteligencia" radica en estas neuronas interconectadas y sus interacciones. Además, es conocido que los seres humanos tienen la capacidad de aprender, de ahí la red neuronal. (Matich, 2001, pág. 16)

El desarrollo de nuevos modelos algorítmicos para resolver problemas pronósticos de producción, son cada vez más avanzados. Se han logrado grandes avances a través del modelado, obteniendo como resultando los llamados "Sistemas inteligentes".

Estos algoritmos inteligentes incluyen redes neuronales artificiales, computación evolutiva, inteligencia de enjambre, sistemas inmunes artificiales y sistemas difusos, estos algoritmos inteligentes forman parte del campo de

Inteligencia Artificial (IA) (Del Carpio Gallegos, 2005, pág. 19).

(Nojek, 2018, pág. 14) menciona que un proceso que consiste en utilizar datos históricos para determinar acontecimientos futuros. Los pronósticos a menudo son utilizados para poder predecir la demanda del consumidor de productos o servicios, aunque se pueden predecir una amplia gama de sucesos futuros que pudieran de manera potencial influir en el éxito.

Las diversas configuraciones y algoritmos diseñados para la red neuronal artificial están inspirados en las conexiones neuronales del cerebro humano. Tenga en cuenta, sin embargo, que esta inspiración no significa que las ANN imiten el cerebro como les gustaría a algunos optimistas, ya que, entre otras limitaciones, el conocimiento cerebral y comportamiento.

El cerebro es muy simple y pequeño. Por supuesto, los desarrolladores de redes confían en el conocimiento actual y prueban nuevas estructuras que reflejan un comportamiento relevante y útil. (Basogain Olabe, 2019, pág. 13)

Neurona Artificial

Warren McCulloch y Walter Pitts en 1943 realizaron observaciones biológicas, presentando el primer modelo de una neurona artificial. Según Freeman (Freeman Castro & Skapura González, 1993), estos elementos individuales de cálculo que forman la mayoría de los modelos de RNA no suelen denominarse neuronas artificiales, lo más frecuente es darles el nombre de nodos, unidades o elemento de procesamiento o PE por sus siglas en inglés.

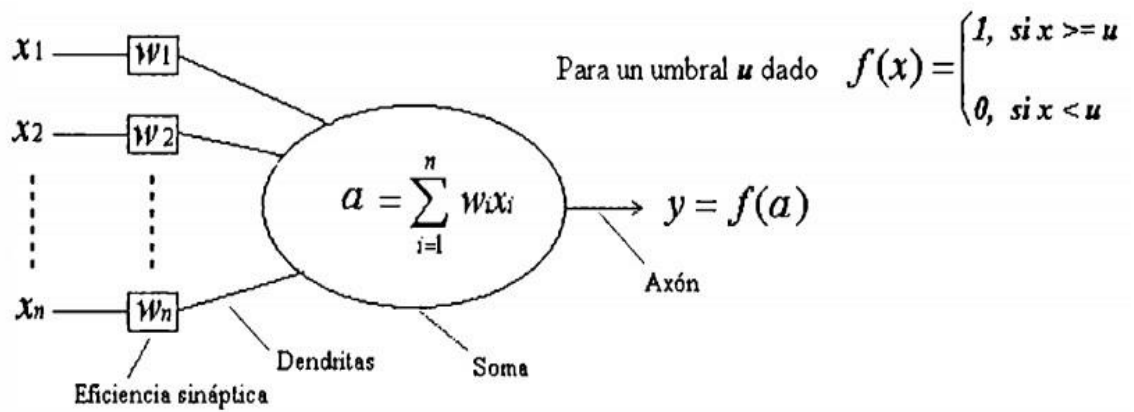


Figura 5. Modelo de neurona artificial de McCulloch y Pitts

Fuente: Elaboración propia

Nota. La imagen representa el modelo básico de una neurona artificial, los valores de entradas, sus pesos y su interacción. Tomado de *Las Redes Neuronales Artificiales – Fundamentos teóricos y aplicaciones prácticas*, Flores y Fernández, 2008, Netbiblo

Como se puede observar en la figura 5, una red neuronal artificial posee un número finito de conexiones de entrada para este caso llamado n- que corresponden a las dendritas para el modelo biológico, por las cuales ingresa cada una de las n componentes de información o vector de entrada.

Cada conexión de entrada tiene asociada una magnitud llamada peso o intensidad -eficiencia sináptica- definida por las componentes del vector de pesos. Estos pesos de conexión w_i pueden ser positivos -excitatorios- o negativos -inhibitorios-

Con frecuencia se añade al conjunto de pesos de la neurona un parámetro adicional, θ_i , que denominaremos umbral, que se resta del potencial postsináptico, por lo que el argumento de la función de activación queda

$$\sum_j w_{ij} x_j - \theta_i$$

De forma equivalente, si hacemos que los índices i y j comiencen por 0 y definiendo $w_{ij} = \theta_i$ y $x_0 = -1$ (constante) podemos obtener el comportamiento de la neurona a través de:

$$y_j(t) = f_i \left(\sum_{j=0}^n w_{ij} * x_j \right)$$

Tan sólo nos quedaría determinar que función de activación tendría la neurona para determinarla por completo. Dichas funciones son las mostradas en la tabla de la figura 2.

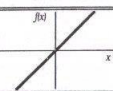
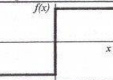
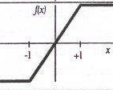
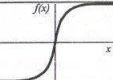
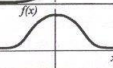
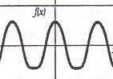
	Función	Rango	Gráfica
Identidad	$y = x$	$[-\infty, +\infty]$	
Escalón	$y = \text{sign}(x)$ $y = H(x)$	$\{-1, +1\}$ $\{0, +1\}$	
Lineal a tramos	$y = \begin{cases} -1, & \text{si } x < -l \\ x, & \text{si } -l \leq x \leq l \\ +1, & \text{si } x > l \end{cases}$	$[-1, +1]$	
Sigmoidea	$y = \frac{1}{1 + e^{-x}}$ $y = \text{tgh}(x)$	$[0, +1]$ $[-1, +1]$	
Gaussiana	$y = Ae^{-Bx^2}$	$[0, +1]$	
Sinusoidal	$y = A \text{sen}(\omega x + \varphi)$	$[-1, +1]$	

Figura 6. Funciones de activación más usuales

Fuente: Tomado de Redes Neuronales: Guía Sencilla de Redes Neuronales Artificiales

Arquitectura de una red neuronal artificial

Las redes feedforward, estas tienen una estructura similar a la que se puede apreciar en la Figura 3. Como vemos esta especie de grafo dirigido se divide en capas, es decir conjuntos de nodos que se encuentran en un mismo nivel de acuerdo a sus conexiones.

Una neurona simple puede conectarse entre sí con más neuronas de similares características dando lugar a estructuras neuronales que se puede clasificar usando ciertos criterios (Serrano, 2017, pág. 20)

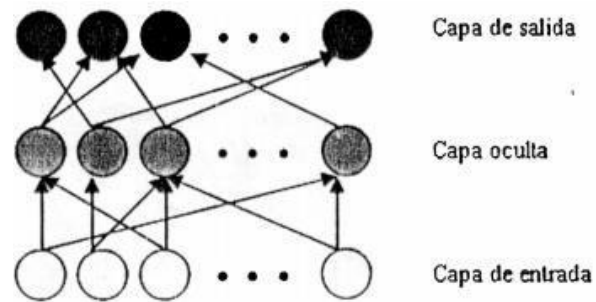


Figura 7. Disposición de las distintas capas de nodos en una red neuronal de ejemplo

Fuente: Tomado de Introducción a la inteligencia artificial: sistemas expertos, redes neuronales artificiales y computación evolutiva, Pino Díez, Gómez Gómez, Abajo Martínez, 2001, Universidad de Oviedo

- Capa de entrada: compuesta por neuronas que reciben datos o señales procedentes del entorno.
- Capa de salida: aquella cuyas neuronas proporcionan la respuesta de la red neuronal.
- Capa oculta: aquella que no tiene una conexión directa con el entorno.

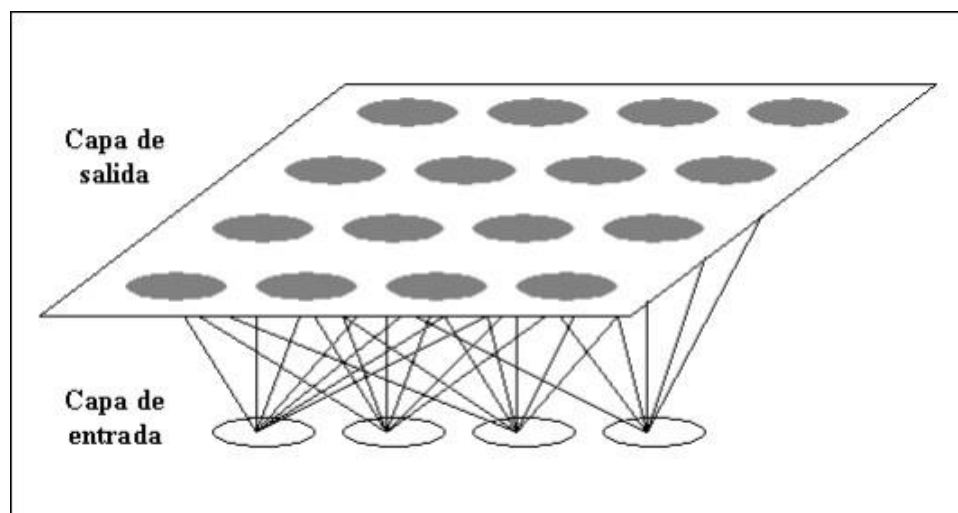


Figura 8. Arquitectura de un mapa autoorganizado.

Fuente: Elaboración propia

Las conexiones entre las neuronas pueden ser excitatorias o inhibitoras, según el signo del peso sináptico asociado a la conexión. Si dicho peso sináptico es negativo, entonces tendremos una conexión inhibitoria, si por el contrario éste es positivo estaremos frente a una conexión excitatoria. Esta distinción no suele usarse demasiado, ya que el peso y su magnitud vendrán determinados en cada instante por el algoritmo de entrenamiento (Kumar, 2019, pág. 12)

Las conexiones pueden clasificarse también en conexiones intracapa y conexiones intercapa. Las primeras se corresponden con las conexiones entre las neuronas de una misma capa y, la segunda se corresponde a las conexiones entre neuronas de distintas capas (Bagnato, 2014, pág. 1)

Cuando hablamos de modo de acción, nos referimos a cómo la red neuronal posee estímulos de la parte exterior y efectúa una respuesta emergente. Se puede considerar que las redes neuronales pertenecen al siguiente análisis:

- **Redes estáticas:** En esta clase de red, una vez determinado el valor de los ingresos, las salidas tienen un valor fijo sin tener relación con las entradas se mantienen siempre por debajo de un determinado nivel (Charytoniuk, 2019, pág. 6)

Esta clase de redes se caracterizan de forma estructuralmente por la ausencia de datos de retroalimentación. Por su modo de operación, estas redes poseen un límite para realizar sus funciones de forma indeterminada con respecto al tiempo en a semejanza con otras redes.

Entrenamiento de las redes neuronales artificiales

El objetivo de la formación de RNA es obtener una aplicación dada, dado un conjunto de entradas, para producir el conjunto mínimo deseado o consistente de salidas.

El proceso de aprendizaje implica aplicación de diferentes sistemas o vectores de entrada para que el peso de la asociación se ajuste de acuerdo al procedimiento especificado. Durante el entrenamiento, el peso se acumula gradualmente según el principio de que cada entrada produce el vector de salida requerido.

Los algoritmos de adiestramiento pueden pertenecer a dos grupos: Supervisado y No Supervisado.

Entrenamiento Supervisado: esta clase de algoritmos son necesarios para hacer coincidir el tiempo de entrada del vector de intervalo y su vector de salida. Los ejercicios incluyen mostrar las entradas en la red, analizar los resultados, compararlo con el resultado deseado y el margen de error o la varianza resultante usando la parte posterior de la red y cambiando el peso de acuerdo con el algoritmo de deseable y minimizar el error. El vector bidireccional se aplica de manera sistemática en el ciclo (Guridi, 2019, pág. 3)

Consiste en entrenar la red a partir de un conjunto de datos o patrones de entrenamiento compuesto por patrones de entrada y salida. El objetivo del algoritmo de aprendizaje es ajustar los pesos de la red de manera tal que la salida generada por la RNA sea lo más cercanamente posible a la verdadera salida dada una cierta entrada.

Es decir, la red neuronal trata de encontrar un modelo al proceso desconocido que generó la salida y este aprendizaje se llama supervisado, pues se conoce el patrón de salida el cual hace el papel de supervisor de la red (Saucedo, 2016, pág. 43)

El entrenamiento es un proceso de optimización donde se ajustan los parámetros internos del modelo neuronal (pesos y umbrales) para adaptarse a los datos de entrenamiento (Haykim, 2019, pág. 11)

Inicialmente los pesos sinápticos se establecen como nulos o en forma aleatoria y luego, en un proceso de entrenamiento, se van ajustando los mismos hasta encontrar una respuesta aceptable para la tarea deseada. Normalmente el ajuste de los pesos sinápticos se realiza siguiendo alguna regla de aprendizaje que va midiendo el rendimiento actual de la red (Hartemink, 2013, pág. 6)

Es posible identificar dos métodos de aprendizaje principales: aprendizaje supervisado y aprendizaje no supervisado. En el aprendizaje supervisado se le presenta a la RNA un conjunto de patrones junto con la salida deseada u objetivo. La red iterativamente va ajustando sus pesos hasta aproximarse a la salida deseada. Los pesos se van modificando de manera proporcional al error que se produce entre la salida real de la red y la salida esperada. (Yann, 2014, pág. 23)

Esta forma de aprendizaje también es denominado aprendizaje por corrección de errores. Como una medida del desempeño del sistema, se puede pensar en términos del error cuadrático medio (por ejemplo, el valor esperado de la suma de los errores al cuadrado) definido como una función de los parámetros libres del modelo neuronal. (Cybenko, 2017, pág. 12)

Esta función puede verse como una superficie de error multidimensional, con los parámetros libres como coordenadas. Cualquier configuración del modelo neuronal es representada como un punto en esa superficie. Para que el modelo mejore su desempeño a lo largo de las iteraciones de entrenamiento, ese punto debe descender sucesivamente hacia un punto mínimo de la superficie de error, el cual puede ser local o global. (Madhu, 2016, pág. 22).

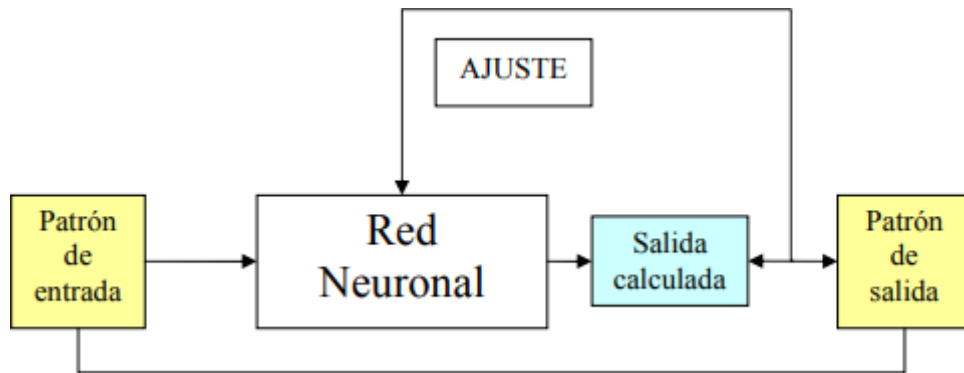


Figura 9. Esquema de funcionamiento de un proceso de aprendizaje supervisado

Fuente: Elaboración propia

- **No linealidad:** Tienen capacidad para simular y predecir procesos no lineales.
- **Generalización:** Poseen capacidad de aprendizaje y, de ahí, también de auto organizarse y generalizar, es decir, de hallar resultados satisfactorios para inputs no tenidos en cuenta en la fase de entrenamiento (aprendizaje).
- **Adaptabilidad:** Pueden adaptar los pesos sinápticos ante cambios en el entorno, permitiendo la representación de procesos y sistemas dinámicos muy complejos. Son apropiadas para funcionamiento en tiempo real.
- **Tolerancia a fallos:** Son capaces de aprender a reconocer patrones con ruido, distorsionados o incompletos, ya que pueden redistribuir la operación sobre su estructura en paralelo.
- Fácil inserción dentro de la tecnología existente. Se pueden obtener chips especializados para redes neuronales que mejoran su capacidad en ciertas tareas.
- **Confiabilidad:** Permiten valorar el grado de confianza en la respuesta dada.

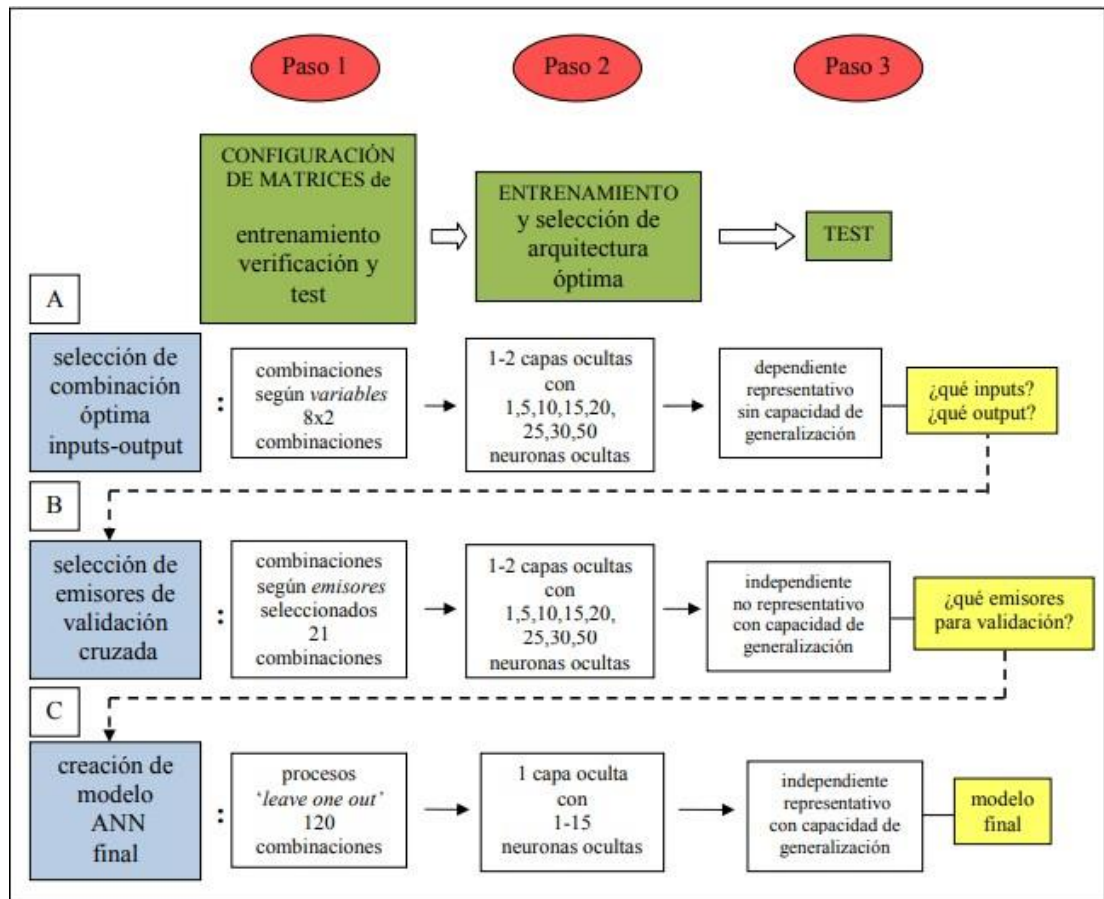


Figura 10. Esquema resumen de los procesos implementados en Matlab para el estudio de hl

Fuente: Elaboración propia

Entrenamiento no Supervisado: Tiene lugar cuando no se dispone de datos “etiquetados” para el entrenamiento. Sólo conocemos los datos de entrada, pero no existen datos de salida que correspondan a un determinado input. Por tanto, sólo podemos describir la estructura de los datos, para intentar encontrar algún tipo de organización que simplifique el análisis. Por ello, tienen un carácter exploratorio (Escobedo, 2014, pág. 14).

En el aprendizaje no supervisado o auto-organizativo se le presenta a la RNA un conjunto de patrones, pero sin la salida deseada. En este caso, no hay un conjunto de ejemplos de los cuales aprender. A través de la regla de aprendizaje definida en la arquitectura, la RNA debe reconocer en los patrones que se le presentan regularidades, extraer rasgos, estimar densidades de probabilidad o agruparlos según su similitud (Castano, 2018, pág. 34)

Después de la fase de entrenamiento, es importante saber cómo responde la RNA al con datos que nunca antes había visto, gracias a la fase de prueba. Si la red no devuelve un resultado razonable para este conjunto de datos de prueba, entonces el entrenamiento no está completo.

Esta etapa es de suma importancia para garantizar que la red no solo recuerde el conjunto de entrenamiento. Una vez que el sistema ha sido entrenado y probado, en la mayoría de los modelos el aprendizaje se detiene, los pesos y las estructuras permanecen fijos y la red neuronal está lista para procesar la información, brindando respuesta para el modelo o para el vector de entrada.

Aprender a entrenar una RNA implica principalmente determinar los valores de los pesos y sesgos para maximizar la probabilidad de la clase correcta y minimizar la probabilidad de las clases incorrectas. Hay varias formas de aprender estos parámetros, el enfoque más común se llama aprendizaje supervisado, donde se etiquetan todas las muestras de entrenamiento. Por ejemplo, en la clasificación de imágenes multicapa, cada imagen se asocia con la categoría exacta a la que pertenece.

Una forma de evaluar la calidad de un conjunto particular de parámetros de red en función de cómo la clase predicha por la red se aproxima a la clase real para cada ejemplo de entrenamiento.

Esta aproximación se cuantifica mediante una función de coste o una función de error. Por lo tanto, el objetivo del entrenamiento RNA es encontrar un conjunto de parámetros para minimizar el error medio general o el costo en un conjunto de entrenamiento.

Cabe señalar que, en el aprendizaje supervisado, los ejemplos de aprendizaje especifican directamente qué debe hacer la capa de salida de la red en cada punto "x", es decir, debe producir un valor cercano a "y". Sin embargo, los datos de entrenamiento no especifican directamente el comportamiento de otras capas de red.

El algoritmo de aprendizaje debe decidir cómo usar estas clases para producir el resultado deseado, es decir, implementar la mejor aproximación de f . Dado que los datos de entrenamiento no muestran el resultado deseado para las clases intermedias, estas clases se denominan ocultas.

2.2 Marco Conceptual

Los siguientes conceptos son tomados del libro “Funciones elementales para construir modelos matemáticos” (Bocco, 2010) y “Redes Neuronales: Conceptos Básicos y Aplicaciones (Matich, 2001):

- **Algoritmo:** es un conjunto de reglas definidas que permite solucionar un problema, de una determinada manera, mediante operaciones sistemáticas (no necesariamente ordenadas) y finitas. Estas instrucciones, definidas y ordenadas en función de los datos, resuelven el problema o la tarea. (Olah, 2017, pág. 11)
- **Aprendizaje supervisado:** es una técnica para deducir una función a partir de datos de entrenamiento. Los datos de entrenamiento consisten de pares de objetos: una componente del par son los datos de entrada y el otro, los resultados deseados (Nebauer, 2017, pág. 9)
- **BackPropagation:** es un tipo de red de aprendizaje supervisado, que emplea un ciclo propagación – adaptación de dos fases. Una vez que se ha aplicado un patrón a la entrada de la red como estímulo, este se propaga desde la primera capa a través de las capas superiores de la red, hasta generar una salida. (Nacelle, 2018, pág. 4)
- **Capa de entrada:** compuesta por neuronas que reciben datos o señales procedentes del entorno. (Moreno, 2014, pág. 7)
- **Capa de salida:** aquella cuyas neuronas proporcionan la respuesta de la red neuronal. (Santana, 2019, pág. 5)
- **Capa oculta:** aquella que no tiene una conexión directa con el entorno.

- **Función de activación:** es una función que transmite la información generada por la combinación lineal de los pesos y las entradas, es decir son la manera de transmitir la información por las conexiones de salida (Jozefowicz, 2014, pág. 32)
- **Modelo matemático:** es la representación simplificada de la realidad, mediante el uso de funciones que describen su comportamiento, o de ecuaciones que representan sus relaciones (Grosse, 2017, pág. 9)
- **Neurona excitada:** La excitabilidad neuronal, el impulso o la neurogénesis es la capacidad de las neuronas para cambiar su potencial eléctrico y transmitir ese cambio a través de sus axones.
- **Neurona:** es la unidad básica del sistema nervioso y en particular del cerebro. Cada neurona es una unidad de procesamiento simple que recibe y combina señales de y hacia otras neuronas.
- **Peso sináptico:** define la fuerza de una conexión sináptica entre dos neuronas, la neurona presináptica i y la neurona postsináptica j . Los pesos sinápticos pueden tomar valores positivos, negativos o cero.
- **Pronóstico de producción:** consiste en predecir eventos futuros asociados al producto o servicio que ofrecemos. En este caso pensamos a futuro para estimar cuánto vamos a vender, lo que nos permitirá desarrollar proyecciones de ventas.
- **Pronóstico:** el pronóstico es una estimación del comportamiento de variables estadísticas en eventos futuros.
- **Red neuronal:** es un modelo simple que simula cómo el cerebro humano procesa la información.
- **Redes neuronales artificiales:** son redes interconectadas masivamente en paralelo de elementos simples y con organización jerárquica, las cuales intentan interactuar con los objetos del mundo real del mismo modo que lo hace el sistema nervioso biológico.

Este tipo de estudio es una característica de las investigaciones actuales, debido que hablan sobre temas de investigación y hacen aportes interesantes tanto en el proceso como en la investigación.

(Render & Heizer, 2007, pág. 12) en su trabajo de investigación “Aplicación de redes neuronales artificiales para predicción de variables en ingeniería del riego: evapotranspiración de referencia y pérdidas de carga localizadas en emisores integrados” muestra la aplicación del ligamento cruzado anterior (ANN) para mostrar dos cambios importantes en el sistema de riego: la medición de la evapotranspiración y la pérdida de peso causada por los emisores.

Del mismo modo, no se ha desarrollado el modelo ANN para la pérdida de cabeza causada por la inserción de un implante en un tubo de irrigación local, que aún no se ha logrado utilizando una red de neuronas. A diferencia del modelo estadístico existente, el tipo ANN propuesto para las predicciones locales de muerte de cabeza tiene un indicador de rendimiento que se refiere a la colocación de pruebas independientes, lo que permite probar su potencial real de agregación. Estas innovaciones incluyen evaluar la baja humedad, así como utilizar los datos meteorológicos de la segunda estación auxiliar con un indicativo continental similar al de la estación de prueba a través de una RNA.

Vidaurre (2012) en su trabajo de investigación “Aplicación de las redes neuronales artificiales para el pronóstico de la demanda de agua potable en la empresa EPSEL S.A. de la ciudad de Lambayeque” muestra que el uso de sistemas informáticos basados en la inteligencia humana, como las redes neuronales, reduce el nivel de error y la predicción de las ansias de beber agua. Predecir la cantidad de agua potable requerida actualmente es muy importante para las empresas del departamento de saneamiento. (Vidaurre Siadén, 2012, pág. 45)

Zapata (2019) en su proyecto de investigación denominado “Aplicación de las redes neuronales para determinar los pronósticos mensuales de la inflación para el año 2018” muestra que el propósito principal de usar el sistema es crear una red neuronal, para determinar el pronóstico de crecimiento mensual para 2018 usando información de enero de 2008 a diciembre de 2017.

Desarrollado para crear un modelo o red neuronal usando sistema matemático MATLAB con los programas matemáticos SPSS y EVIEWS; Este último se utiliza para el procesamiento de los datos, que incluye un análisis de la no linealidad del sistema y su variabilidad en el sistema de terminación; necesarios para aumentar la velocidad de convergencia de los algoritmos de aprendizaje de redes.

En este caso, la red de nervios inspirados del sistema biológico parece resolver varios problemas, especialmente aquellos en los que el sistema tradicional presenta algunas dificultades, como los sistemas no rígidos. Uno de esos problemas en los que estos dispositivos muestran un alto rendimiento es la supervisión del rendimiento, especialmente para la previsión (Zapata Laureano, 2019, pág. 15)

Bajaña (2019) en su trabajo de investigación “Pronóstico de producción hidroeléctrica del Ecuador usando redes neuronales” confirma la producción hidroeléctrica de Ecuador para 2015 mediante redes neuronales artificiales. Para este pronóstico compara datos históricos del período comprendido entre 2000 y 2015, utilizando estos últimos para diversos análisis de pronóstico, los cuales son analizados en métricas de desempeño y tiempo comparado ARIMA, las neuronas controladas utilizadas para neurotransmisores con la función de estimular el sigmoide y las curvas de aprendizaje fallidas. (Bajaña Martínez, 2019, pág. 27).

Llumitasig (2021) en su estudio “Simulación de pronósticos de ventas en la empresa IMPACTEX mediante redes neuronales”, ejecuta una simulación del pronóstico de venta utilizando Redes Neuronales Artificiales. Para ello usa el software libre Python, y además un histórico de datos de ventas de los años 2008-2019. Realizó un análisis ABC con la finalidad de determinar los productos con mayor demanda (Llumitasig Galarza, 2021, pág. 32).

CAPÍTULO III

MARCO METODOLÓGICO

3.1 Tipo de Investigación

Investigación Exploratoria.

El estudio actual es exploratorio, ya que se acerca a un tema poco investigado, por lo que mediante la recopilación de datos es posible descubrir el patrón que ayudará al apoyo teórico y práctico. Lo cual permitirá el desarrollo de propuestas de modelos matemáticos para lograr los objetivos de este estudio.

Investigación Documental.

Este estudio es documental porque ha sido compilado utilizando una variedad de fuentes como libros, artículos, artículos de investigación y otros documentos que respaldan los diversos temas tratados en la investigación.

Investigación de Campo.

Se utilizará trabajo de campo para desarrollar la investigación, la cual debe realizarse directamente en el sitio del evento (pequeña empresa) para conocer el estado del entorno problema, el investigador participará directamente en el estudio cómo se encuentra cada variable de investigación desarrollado para poder evaluar su interpretación, luego consultar con un grupo de personas y fuentes de la pequeña empresa.

Investigación Aplicada.

Este estudio es aplicable ya que pretende generar conocimiento que sea directamente a los problemas del sector manufacturero. Se espera que se desarrolle un modelo matemático para ayudar a mejorar la previsión del

rendimiento. Es posible hacer un pronóstico de ganancias basado en la influencia de varias variables independientes.

Investigación Cuantitativa.

El estudio es de carácter cuantitativo debido a que se recopilan y analizan datos digitales, es decir, datos de producción mensuales. Con este método, se identifican tendencias o comportamientos de producción para que se puedan hacer predicciones, se verifiquen las relaciones y se puedan obtener resultados generales de producción. Se espera que ayude a aumentar los niveles de producción, permitiendo así que las pequeñas empresas tomen mejores decisiones.

3.2 Diseño De La Investigación

El objetivo de este estudio es proponer un modelo matemático apropiado que permita una predicción rápida de la producción en una pequeña empresa que fábrica cajas de seguridad modelo 39SS utilizando una red neuronal artificial.

3.3 Población y Muestra

Para este estudio utilizaremos todos los datos, es decir, el 100 % de los datos provienen de la producción de cajas de seguridad modelo 39SS fabricados por una pequeña empresa en los últimos 6 años; Los datos recopilados son para la producción mensual.

3.4 Variables de investigación

3.4.1 Variable dependiente:

La variable dependiente a tener en cuenta es Cantidad de Producción Real CPR (u) que se deriva de la información proporcionada por la pequeña empresa y corresponde a unidades reales producidos de cajas de seguridad modelo 39SS

Tabla 2 . Variable dependiente CPR

Variable dependiente	Cantidad de Producción Real
Unidad de medida	Unidades

Elaborado por: El autor.

3.4.2 Variable independiente:

Como primera aproximación se analizarán 4 posibles variables independientes, y analizando las variables excluidas se espera que su grado, peso o contribución al aprendizaje del modelo matemático sea tal que las variables con poca o ninguna contribución al modelo no sean tenidas en cuenta o eliminado.

a) Cantidad de Producción Programada CPP (u).

La producción planificada se refiere a la cantidad de cajas de seguridad modelo 39SS que la pequeña empresa espera producir, es decir valor teórico, valor esperado o valor planificado.

Tabla 3. Variable independiente CPP

Variable independiente	Cantidad de Producción Planificada
Unidad de medida	Unidades

Elaborado por: El autor.

b) Horas Laborales Planificadas HLP (hr).

Las horas de trabajo planificadas corresponden a las horas planificadas o teóricas que las personas deben trabajar cada mes para igualar la producción y se cree que se puede hacer independientemente de los imprevistos para lograr la meta. Las empresas lo llaman las Horas Hombre.

Tabla 4. Variable independiente HLP

Variable independiente	Horas Laborales Planificadas
Unidad de medida	Hora

Elaborado por: El autor.

c) Paradas No Programadas PNP (hr).

El tiempo de inactividad no planificado es el tiempo perdido por una máquina que no funciona debido a una avería, falla o daño, es decir, la máquina se repara y sale de la línea de producción. Este tiempo afecta a la producción por lo que cuanto menor sea el valor, será más óptimo.

Tabla 5. Variable independiente PNP

Variable independiente	Paradas No Programadas
Unidad de medida	Hora

Elaborado por: El autor.

3.5 Método, Técnica y Uso de Software de Tratamiento y Análisis de Datos

3.5.1 Métodos de pronósticos

Métodos generales de diseño de pronósticos.

Tabla 6. Método general de diseño de pronóstico

Ítem	Pasos	Descripción
1	Identificar el horizonte temporal	Corto, mediano y largo plazo
2	Observar los hechos	Identificar las variables a predecir y sus dependencias
3	Seleccionar una técnica	Seleccionar la técnica que más se ajusta al tipo de problema presentado

4	Aplicar técnicas seleccionada	Implementar el pronóstico con la técnica seleccionada
---	-------------------------------	---

Elaborado por: El autor.

3.5.2 Técnica

RNA (Redes Neuronales artificiales)

3.5.3 Herramienta

Software IBM SPSS Statistics Versión 24

3.5.4 Fuente

Los datos utilizados provienen de la pequeña empresa que brindan un repositorio de datos real que es muy útil en nuestro trabajo

3.6 Metodología

Para el presente trabajo de investigación se utilizó la metodología propuesta por Kaastra y Boyd (1996), empleada para el diseño de pronóstico usando RNA (Kaastra & Boyd, 1996).

Esta metodología está compuesta por 8 pasos

1. Selección de la variable
2. Recolección de datos
3. Preprocesamiento de datos
4. Definición de conjunto de entrenamiento, validación y prueba
 - 4.1 Conjunto de entrenamiento.
 - 4.2 Conjunto de validación
 - 4.3 Conjunto de prueba
5. Selección de la arquitectura
 - 5.1 Número de neuronas de entradas
 - 5.2 Número de capas ocultas
 - 5.3 Número neuronas en la capa oculta

- 5.4 Número de neuronas en la capa de salida
- 5.5 Función de transferencia
- 6. Criterio de evaluación
- 7. Entrenamiento de la red neuronal
- 8. Implementación del modelo de redes neuronales artificiales.

CAPITULO IV

PROPUESTA

4.1. Selección de la Variable

Establecer cuáles son las variables de entrada que resultan importantes para el pronóstico es un vital para el modelo. En este caso, el interés en la predicción involucra emplear como entradas datos técnicos en lugar de fundamentales por las características mismas de la investigación.

- Variable a Predecir. Cantidad de producción real de la demanda de cajas de seguridad modelo 39SS
- Tipo de Variable. Cuantitativa.
- Unidad de medida: Unidad

4.2. Recolección de Datos

Los datos utilizados en la presente investigación fueron dados por la empresa, y consisten en mediciones mensual de: cantidad de producción planificada, horas laborales planificadas, paras no programadas, y cantidad de producción real. Por lo tanto, los datos temporales de la producción de cajas de seguridad modelo 39SS, que se presenta a la red, corresponde a los datos del periodo comprendido entre enero de 2016 hasta diciembre de 2020, lo que hace un total de 60 meses, hay que recalcar que no todas las semanas la empresa producía el producto por lo que se tiene datos de 48 meses, adicionalmente con la pandemia covid-19 la pequeña empresa vio reducida su producción drásticamente

Los datos fueron ordenados y clasificados en una hoja de cálculo en Excel, de forma tal que fuera fácil su exportación hasta el software seleccionado para el diseño de la implementación de la red neuronal, el software seleccionado para la aplicación de la red neuronal artificial es el SPSS.

El proceso que consiste en utilizar datos históricos para determinar acontecimientos futuros. Los pronósticos a menudo son utilizados para poder predecir la demanda del consumidor de productos o servicios, aunque se pueden predecir una amplia gama de sucesos futuros que pudieran de manera potencial influir en el éxito (Quintero, 2019, pág. 23)

Pronosticar es el arte y la ciencia de predecir los eventos futuros, puede involucrar el manejo de datos históricos para proyectarlos al futuro, mediante algún tipo de modelo matemático, puede ser una predicción del futuro subjetiva, intuitiva o bien una combinación de ambas (Roman, 2014, pág. 25)

Para aprender una red neuronal, es necesario enseñarle la fuente o el material del que aprender. Por lo tanto, la red se puede considerar como un estudiante, donde es necesario tener un profesor para enseñar primero el contenido y luego evaluarlo a través de una prueba o prueba para ver lo que han aprendido.

4.3. Preprocesamiento de Datos

La evaluación de datos se refiere al hecho de analizar la información que va a ser como variable de entrada y de salida para la red neuronal artificial, se debe de tener en cuenta que no existan valores atípicos que puedan influenciar de forma negativa en el entrenamiento de la red neuronal.

Se debe de recordar que la red neuronal artificial en su entrenamiento, buscará patrones para lograr su óptimo entrenamiento.

El aprendizaje de redes neuronales también implica especificar los parámetros que controlan el comportamiento del propio proceso de aprendizaje, los hiperparámetros.

Ejemplos de ellos son tasa de aprendizaje, número de veces, número de grupos, entre muchos otros. Es común explorar el espacio de estos parámetros para obtener el mejor efecto en términos de precisión y tiempo de entrenamiento.

A menudo no está claro qué valores se deben elegir, por lo que para resolver este problema necesita un conjunto de ejemplos de confirmación que el algoritmo de aprendizaje no ha observado antes. De hecho, el uso de un conjunto de pruebas ayuda al modelo a recordar los datos y, de manera optimista, hacer lo que realmente puede hacer.

En el presente trabajo, no fue necesaria la etapa de la interacción de datos dado que los datos utilizados estaban libres de ruido.

4.4. Definición de Conjunto de Entrenamiento, Validación y Prueba

A1. Conjunto de Entrenamiento.

Son el conjunto de datos que son utilizados para que la red neuronal artificial aprenda los patrones presentes en los datos, con ello la red puede obtener los valores de los pesos sinápticos.

Como se muestra en la tabla 7, para el presente trabajo se utilizó 32 datos, lo que corresponde al 66,7% de los datos totales.

A2. Conjunto de Prueba o validación.

Este grupo de datos serán utilizados para evaluar o validar los hiper parámetros de nuestro modelo, aquí se ajustan los hiper parámetros, como, por ejemplo: la tasa de aprendizaje, numero de capas, número de neurona por capas, etc.

Como se muestra en la tabla 7, para el presente trabajo se utilizó 10 datos, lo que corresponde al 20,8% de los datos totales

A3. Conjunto de Reserva o test.

Este conjunto de datos sirve para evaluar la generalización del modelo de aprendizaje; es decir queremos saber que tan bien funciona nuestro modelo con datos que nunca ha visto o utilizado, es decir, resulta una evaluación independiente que ayuda a entender que tan bien puede funcionar nuestro modelo en la vida real

Como se muestra en la tabla 7, para el presente trabajo se utilizó 6 datos, lo que corresponde al 12,5% de los datos totales

Tabla 7. Resumen de procesamiento de casos

		Porcentaje	
Muestra	Entrenamiento	32	66,7%
	Pruebas	10	20,8%
	Reserva	6	12,5%
Válido		48	100,0%
Excluido		0	
Total		48	

Elaborado por: El autor.

4.5. Selección de la Arquitectura de Redes Neuronales

Arquitectura de la red neuronal hace mención al número de capas neuronales, al número de neuronas en cada una de ellas, tipo de conexión entre neuronas o capas, al tipo de neuronas presentes, forma en la que son entrenadas.

Para la presente investigación se trabajó con una red neuronal de tipo "feed forward": la cual está organizada en capas, donde todas las neuronas de una capa se conectan con todas las neuronas de la capa siguiente, la información es pasada desde la capa de entrada hasta la capa de salida, y para el entrenamiento de la red se utilizó el algoritmo de back-propagation.

B.1. Número de neuronas en la capa de entrada

Corresponde a las variables utilizadas en la planificación de la producción: cantidad de producción planificada, horas laborales planificadas, paras no programadas; por lo tanto tenemos 3 neuronas de entrada, además como se puede observar en la tabla 8 son 3: CCP, HLP, PNP.

B.2. Número de Capas Ocultas.

Las capas ocultas en una red neuronal artificial contienen unidades no observables como neuronas, pesos de ponderación. Los valores que toman estas unidades ocultas dependen del tipo de función de transferencia que se utilice; la forma exacta de esta función está determinada en parte por tipo de red.

Para el presente trabajo de investigación como se puede observar en la tabla 7, se ha decidido por una sola capa oculta, dado que para este tipo de caso resulta ser suficiente para lograr una buena generalización de la red neuronal artificial.

B.3. Número de Neuronas Ocultas.

Para el presente trabajo se decidió dejar de forma automática que el software calcule el número de neuronas en la capa oculta; esta opción permite que se construya una red con una capa oculta y que se calcule el "mejor" número de neuronas en la capa oculta. Como se puede observar en la tabla 7, el número de neuronas en la capa oculta determinadas por el software es de 1.

B.4. Número de Neuronas de Salida.

El número de neuronas de la capa de salida está determinado por el número de variables dependiente del modelo o por lo que se quiere predecir. Para el presente trabajo como se muestra en la tabla 8, se tiene una sola neurona en la capa de salida, que corresponde a la cantidad de unidades de producción real que se debe de la caja de seguridad modelo 39SS

B.5. Función de activación.

Se puede decir que la función de activación es la encargada de devolver un valor de salida a partir de un valor de entrada, generalmente el conjunto de valores de salida está en un rango determinado como $(0,1)$ o $(-1,1)$. Se trabaja con funciones cuyas derivadas sean simples, de forma tal que se minimice el coste computacional.

Se usará una función de activación no lineal; dado que esta permite un acotamiento de los datos de salida.

B.6. Función de activación en la capa oculta

Para el presente trabajo como se muestra en la tabla 8 la función de activación que se usó en la capa oculta fue la tangente hiperbólica

La función tangente hiperbólica es utilizada para transformar los valores de la capa de entrada a una escala de $(-1,1)$, los valores altos tienden de manera asintótica a 1 y los valores muy bajos tienden de manera asintótica a -1.

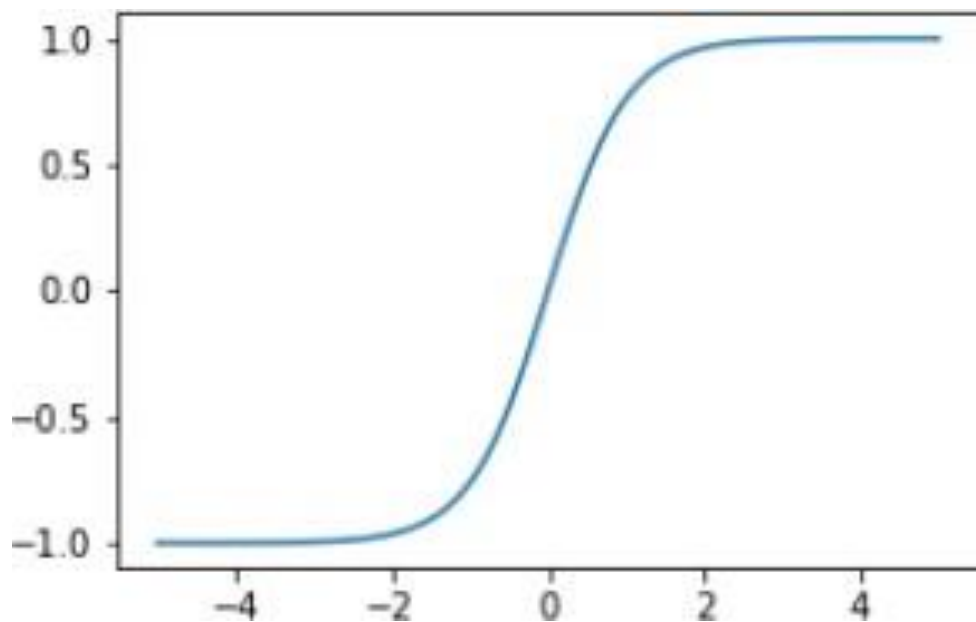


Figura 11. Función Tangente Hiperbólica

Fuente: Elaboración propia

B.7. Función de activación en la capa de salida

Para el presente trabajo como se muestra en la tabla 8 la función de activación que se usó en la capa de salida fue la identidad.

La función de identidad, nos indica que la variable dependiente tiene una relación directa y proporcional con la variable independiente.

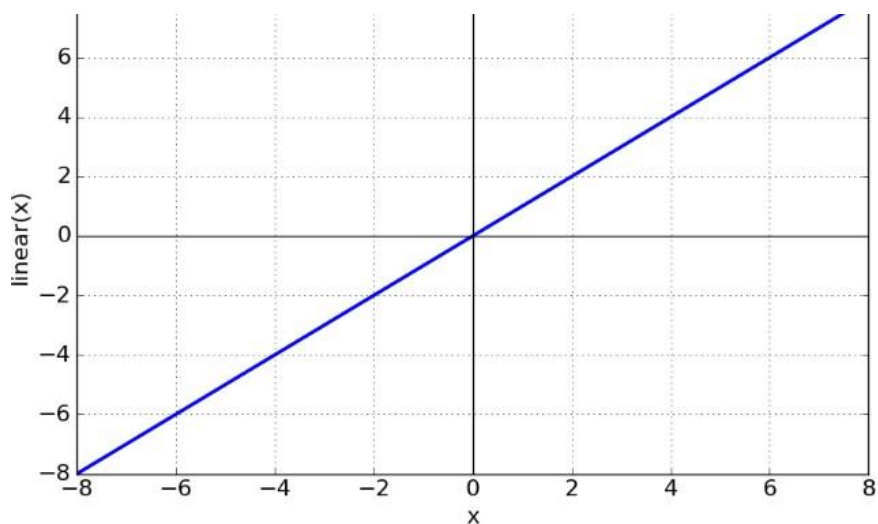


Figura 12. Función lineal o Identidad

Fuente: Elaboración propia

Tabla 8. Información de red

Capa de entrada		1	CPP
	Covariables	2	HLP
		3	PNP
		Número de unidades	3
	Método de cambio de escala para las covariables		Estandarizados
Capas ocultas	Número de capas ocultas		1
	Número de unidades en la capa oculta 1 ^a		1
	Función de activación		Tangente hiperbólica
Capa de salida	Variables dependientes	1	CPR
	Número de unidades		1
	Método de cambio de escala para las dependientes de escala		Estandarizados
	Función de activación		Identidad
	Función de error		Suma de cuadrados

Elaborado por: El autor.

4.6. Topología de la Red

La topología de la red neuronal artificial es la organización y disposición de las neuronas formando las capas. Los parámetros fundamentales de la red son: número de capas, número de neuronas por capa, grado de conectividad y tipo de conexión entre neuronas.

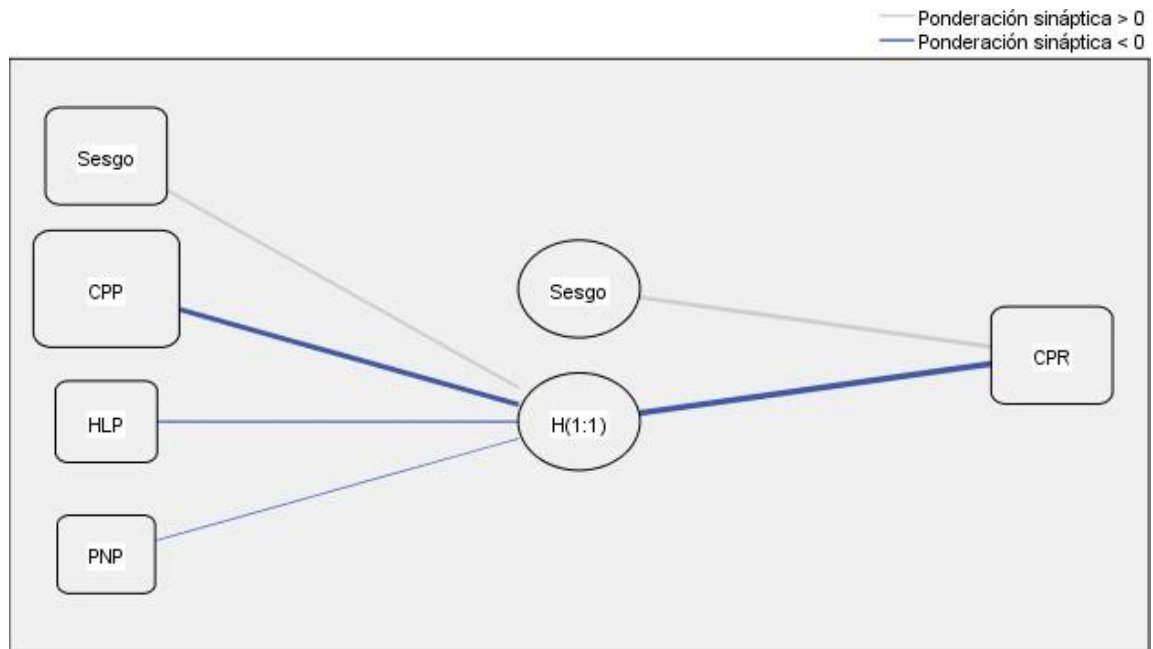


Figura 13. Topología de la red

Fuente: Elaboración propia

En la figura 13 se muestra el diagrama o topología de la red neuronal utilizada, se indica que la función de activación en la capa oculta es la tangente hiperbólica, y la función de activación en la capa de salida es la Identidad.

4.7. Criterios de Evaluación

El criterio utilizado para medir la eficiencia de la red, es la suma de cuadrado de los errores o residuos SCE, este tipo de función de error lo que hace es calcular la suma de los errores al cuadrado de la función de predicción.

Otro criterio utilizado es el error relativo, este se calcula dividiendo el error absoluto entre el valor exacto:

Como se puede observar en la tabla 9, en la etapa de entrenamiento de la red la suma de cuadrado de los errores es de 0,221; en la en la etapa de pruebas de la red la suma de cuadrado de los errores es de 0,050

Como se puede observar en la tabla 9, en la etapa de entrenamiento de la red el error relativo es de 0,014; en la en la etapa de pruebas de la red el error relativo es de 0,236

Como se puede observar en la tabla 9, en la etapa de reserva de la red el error relativo es de 0,008.

Tabla 9. Resumen del modelo

Entrenamie nto	Error de suma de cuadrados	0,221
	Error relativo	0,014
	Regla de parada utilizada	1 paso(s) consecutivo(s) sin disminución del error ^a
	Tiempo de entretamiento	0:00:00,00
Pruebas	Error de suma de cuadrados	0,050
	Error relativo	0,236
Reserva	Error relativo	0,008

Elaborado por: El autor.

4.8. Entrenamiento de la Red Neuronal

Tipo de entrenamiento.

Para el presente trabajo se utilizó por lote. El entrenamiento por Lote se lo utiliza dado que la cantidad de datos es relativamente pequeña, se utiliza este

porque minimiza directamente el error total; además actualiza las ponderaciones de los pesos sinápticos sólo tras pasar todos los registros de datos de entrenamiento; por lo tanto, se puede decir que, el entrenamiento por lotes utiliza la información de todos los registros del conjunto de datos de entrenamiento.

Algoritmo de optimización.

Éste es el método que se utiliza para estimar las ponderaciones de los pesos sinápticos. Para el presente trabajo de investigación se utilizó el Gradiente conjugado escalado; los supuestos que justifican el uso de este método se aplican únicamente a los tipos de entrenamiento por lotes.

4.9. Ponderaciones sinápticas.

La ponderación o pesos sinápticos representan la intensidad de interacción entre cada neurona presináptica y la neurona postsináptica, es decir muestras las estimaciones de coeficiente que muestran la relación entre las unidades de una capa determinada con las unidades de la capa siguiente. Estas ponderaciones se basan en la muestra de entrenamiento incluso si el conjunto de datos activo se divide en datos de entrenamiento, comprobación y reservados.

Tabla 10. Estimaciones de parámetro

Predictor		Pronosticado	
		Capa oculta 1 H(1:1)	Capa de salida CPR
Capa de entrada	(Sesgo)	,055	
	CPP	-,396	
	HLP	-,033	
	PNP	-,005	

Capa oculta 1	(Sesgo)		,101
	H(1:1)		-2,569

Elaborado por: El autor.

En la tabla 10 se puede observar el resumen de los valores de los distintos pesos sinápticos, el valor de sesgo o bias de la capa de entrada a cada una de las neuronas de la capa oculta, el valor de los pesos sinápticos de cada una de las neuronas de la capa de entrada a cada una de las neuronas de la capa oculta; el sesgo o bias de la capa oculta a la capa de salida, el peso sináptico de la neurona de la capa oculta a la capa de salida.

4.10. Gráfico de pronosticados por observados

Para objetivos continuos, se muestra un diagrama de dispersión en intervalos de los valores pronosticados en el eje vertical por los valores reales en el eje horizontal.

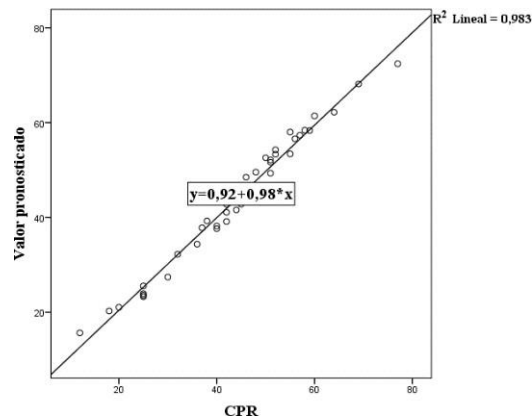


Figura 14. Pronosticados por observados

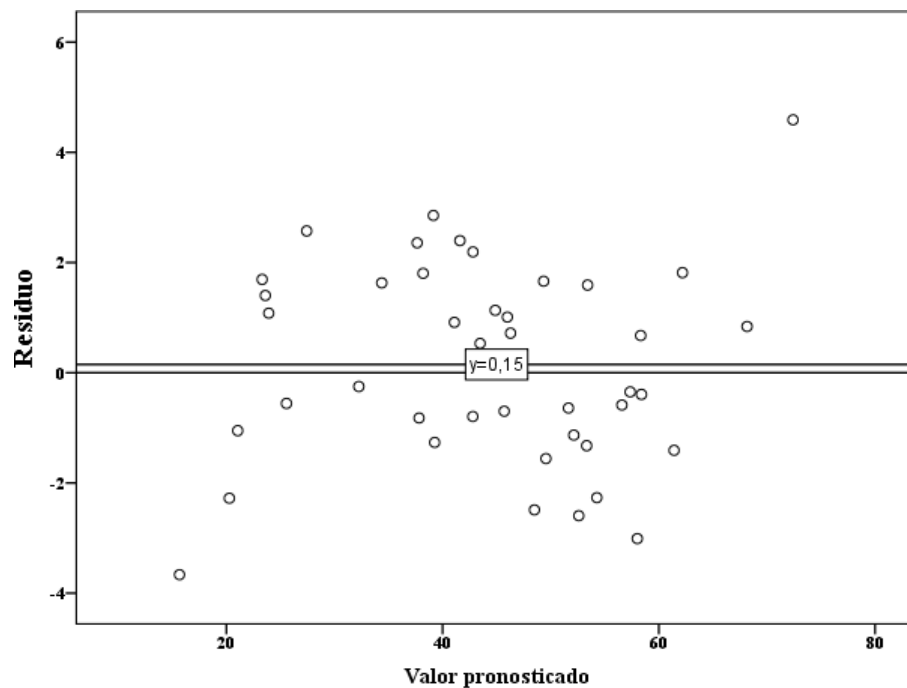
Fuente: Elaboración propia

En la figura 14 se puede apreciar, que el coeficiente de correlación es bastante elevado ($R^2=0,983$) y muy cercano a 1, lo cual indica que existe una muy alta correlación entre los valores reales y los pronósticos.

Se puede observar la ecuación de la recta y los puntos o datos que están muy cerca o sobre la recta, con lo cual se demuestra de forma gráfica y matemática que existe una correlación entre los datos reales que son la cantidad de producción real y los valores pronosticados por la red neuronal

4.11. Gráfico de residuos por pronosticado

Se utiliza la gráfica de residuos por pronósticos para verificar el supuesto de que los residuos están distribuidos aleatoriamente y tienen una varianza constante. Por lo tanto, lo ideal es que los puntos o datos se ubiquen aleatoriamente a ambos lados del 0, con patrones no detectables en los puntos.



Variable dependiente: CPR

Figura 15. Residuos por pronosticado

Fuente: Elaboración propia

A partir del examen de gráfico de residuos por pronosticado de la figura. 15, se comprueba que los puntos están distribuidos razonablemente bien por lo que se puede decir que no hay ninguna relación sistemática entre los residuos y los valores pronosticados de la cantidad de producto a producir.

4.12. Importancia del predictor

Resulta normal centrar los esfuerzos de modelado en las variables independientes o campos predictores más importantes, con la finalidad de valorar la omisión de aquellos con menor relevancia o que aporten muy poco a la red.

La gráfica de importancia de las variables independientes o predictores ayuda a identificar de forma visual la importancia relativa de cada uno de los predictores en la estimación del modelo. Como los valores de los predictores son relativos, la suma de los valores de todos los predictores de la visualización es 1.0.

La importancia del predictor no está relacionada con la precisión del modelo. Sólo está relacionada con la importancia de cada predictor a la hora de realizar una predicción, no con si la predicción es o no precisa.

Tabla 11. Importancia de las variables independientes

	Importancia	Importancia normalizada
CPP	0,907	100,0%
HLP	0,081	8,9%
PNP	0,012	1,3%

Elaborado por: El autor

La tabla 11 muestra de forma numérica, la importancia de las variables independientes en el modelo de la red neuronal artificial

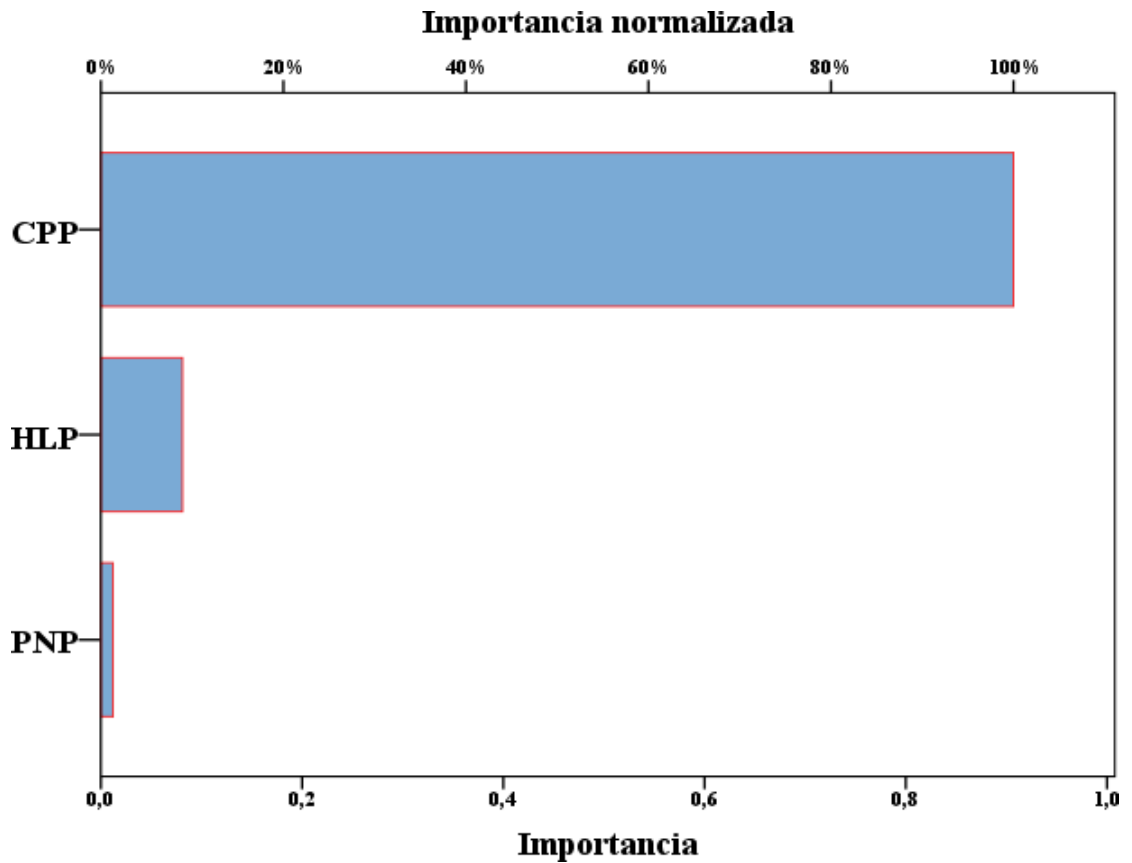


Figura 16. Gráfico de importancia de variable independiente

Fuente: Elaboración propia

La figura 16 muestra de forma gráfica la importancia de las variables independientes en el modelo de la red neuronal artificial

Como se puede observar tanto en la tabla 10 y en la figura 8, la variable independiente que más aporta al modelo es la cantidad de producción programada, seguida de las horas laborales planificadas, y finalmente las paras no planificadas.

Dado que el aporte de las paras no programadas es muy poco se podría pensar en eliminarlas del modelo, pero se consideró incluirlas dado que para toda pequeña empresa debe ser importante un programa de mantenimiento preventivo que ayude a eliminar o reducir las paras no programadas.

4.13. Validación de la red con conjunto de prueba

La evaluación de la red neuronal se la realiza al comparar los datos reales: la cantidad de producción real CPR con los datos arrojados por la red neuronal: cantidad de producción real dado por la red CPR_RNA.

Tabla 12. Cantidad de Producción real CPR-Real y Cantidad de Producción Real dado por la red neuronal CPR-RNA

Item	CPR-Real	CPR-RNA	Item	CPR-Real	CPR-RNA	Item	CPR-Real	CPR-RNA
1	47	45,99	17	42	41,08	33	51	51,64
2	44	45,6	18	57	57,35	34	42	42,79
3	60	61,41	19	55	58,01	35	40	38,2
4	50	52,59	20	46	48,49	36	30	27,43
5	51	49,34	21	45	42,81	37	32	32,25
6	45	45,7	22	69	68,16	38	36	34,37
7	40	37,64	23	51	52,13	39	55	53,41
8	42	39,15	24	64	62,18	40	18	20,28
9	46	44,87	25	19	20,39	41	25	23,31
10	44	43,47	26	25	25,56	42	58	58,39
11	44	41,6	27	50	49,06	43	18	19,8
12	25	23,6	28	12	15,66	44	52	53,32
13	48	49,56	29	25	23,92	45	37	37,93
14	37	37,82	30	52	54,27	46	59	58,32
15	38	39,27	31	20	21,05	47	47	46,28
16	56	56,58	32	77	72,41	48	56	55,63

En la tabla 11 se muestran los 48 datos para la Cantidad de Producción real CPR y Cantidad de Producción Real dado por la red neuronal CPR_RNA

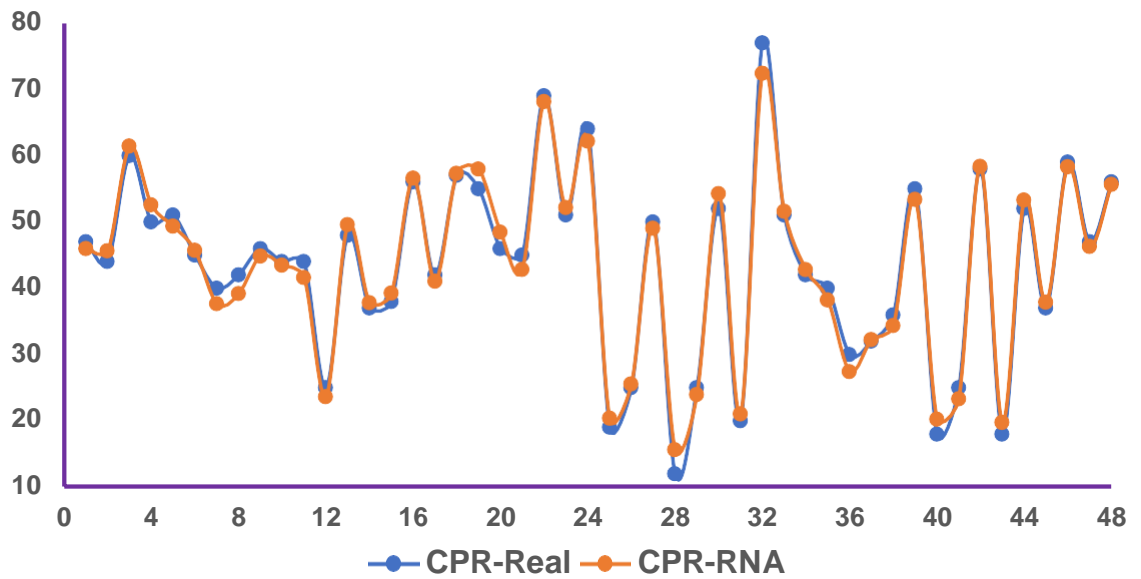


Figura 17. Comparación entre CPR_RNA - CPR

Fuente: Elaboración propia

Como se observa en la figura 17, se realiza la comparación visual entre los valores reales obtenidos de la planta de producción es decir Capacidad de Producción Real CPR-Real, con lo valores obtenidos mediante el uso del modelo matemático propuesto por medio de la regresión multivariado CPR-RNA.

Se puede observar que el modelo presenta una muy buena aproximación, un buen ajuste, por lo que se puede decir que el modelo sirve para predecir.

CONCLUSIONES

Se determinó a través del modelo matemático propuesto cuáles son los factores que inciden en proceso del pronóstico la presente investigación fueron las cuales fueron: la cantidad de producción planificada, horas laborales planificada, paras no programadas y la cantidad de producción real.

Se analizó la importancia de cada una de las variables independientes y como incide en el modelo matemático de la red neuronal, eso se muestra en la tabla 11, donde se puede observar que la variable de mayor incidencia es la cantidad de producción planificada

Se realizó la formulación de valores analíticos, para ellos se debe tener en cuenta los valores de los pesos o estimaciones de parámetros mostrados en la tabla 10, teniendo en cuenta la función tangente hiperbólica, el número de capas ocultas que es 1, el número de neuronas en la capa oculta que es 1, todo ello mostrado en la tabla 8 que es la Información de red

Mediante la tabla 11 y la figura 15 se concluye que la RNA es un muy buen aproximador para la predicción del pronóstico de producción de la pequeña empresa, como se observa en la figura 14, pronósticos por observados, las redes neuronales artificiales permiten predecir la producción con una relación significativa R^2 de 0,983,

Las RNA son de gran valor como un método predictivo eficiente y factible que se puede aplicar en la planificación de la alta dirección y puede ayudar en la toma de decisiones

RECOMENDACIONES

Se recomienda la implementación de la red neuronal artificial obtenida en esta tesis para la pequeña empresa, con el propósito de que pueda servir como un insumo a partir del cual se pueda predecir el pronóstico de la producción de las cajas de seguridad, de acuerdo a los diferentes factores que inciden en la misma, por lo que el modelo servirá como herramienta de mejora en sus procesos.

Se considerarán mejoras al modelo propuesto en el futuro, con un enfoque en la obtención de modelos preliminares más precisos. Por otro lado, se recomienda realizar un análisis más detallado y referirse a los procesos individuales.

Esto nos permite evaluar el rendimiento del modelo de RNA en el mismo sentido que se describe en el Capítulo 2. Puede considerar analizar la variación de los resultados según el número de iteraciones de entrenamiento. Del mismo modo, el procedimiento para elegir la arquitectura óptima puede considerar estrategias de mejora y proponer nuevos criterios en función de los errores del conjunto de prueba y validación junto con el número de neuronas correspondiente. También parece lógico recurrir a técnicas de optimización basadas en algoritmos genéticos, por ejemplo, para elegir esta arquitectura.

BIBLIOGRAFÍA

1. ARAVENA, M., CAAMANO, C., & GIMENEZ, J. (2008). Modelos matemáticos a través de proyectos. *Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa*, 11(1), 49-92. Obtenido de <http://www.scielo.org.mx/pdf/relime/v11n1/v11n1a3.pdf>
2. Aravena, M., Caamaño, C., & Giménez, J. (2008). Modelos matemáticos a través de proyectos. *Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa*, 11(1). Obtenido de http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1665-24362008000100003&lng=es&nrm=iso&tlng=es
3. Bagnato. (2014). Sets de entrenamiento, test y validación.
4. Bajaña Martínez, E. A. (2019). *Pronóstico de producción hidroeléctrica del Ecuador usando redes neuronales*. Universidad de Guayaquil. Obtenido de <http://repositorio.ug.edu.ec/handle/redug/45756>
5. Banco Central del Ecuador. (2017). *Cuentas Nacionales*. Quito: Banco Central del Ecuador.
6. Basogain Olabe, X. (2019). *Redes neuronales Artificiales y sus Aplicaciones*. España: Escuela Superior de Ingeniería de Bilbao. Obtenido de https://ocw.ehu.es/pluginfile.php/40137/mod_resource/content/1/redes_neuro/contenidos/pdf/libro-del-curso.pdf
7. Berkowitz, D. E. (1998). INDUSTRIA ALIMENTARIA. En *ENCICLOPEDIA DE SALUD Y SEGURIDAD EN EL TRABAJO* (págs. 67 - 67.35). Madrid: Chantal Dufresne, BA. Obtenido de <https://www.insst.es/documents/94886/161971/Cap%C3%ADtulo+67.+Industria+alimentaria>
8. Bishop. (2017). Neural networks for pattern recognition.
9. Bocco, M. (2010). *Funciones elementales para construir modelos matemáticos* (Primera ed.). Buenos Aires: Instituto Nacional de Educación Tecnológica. Obtenido de <http://www.bnm.me.gov.ar/giga1/documentos/EL001843.pdf>
10. Castano. (2018). Networked Systems: Techniques and Applications.
11. Cervantes Gómez, L. (2015). *Modelización matemática: Principios y Aplicaciones* (Primera ed.). México: Benemerita Universidad Autónoma de Puebla.
12. Charytoniuk. (2019). Neural-network-based demand forecasting in a deregulated environment.
13. Cybenko. (2017). Approximation by superpositions of sigmoidal functions.
14. Del Carpio Gallegos, J. (2005). Las redes neuronales artificiales en las finanzas. *Industrial Data*, 8(2). Obtenido de <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=81680205>
15. EscobarGómez, E. N., Díaz-Núñez, J. J., & Taracena-Sanz, L. F. (2010). Modelo para el ajuste de pronósticos agregados utilizando lógica difusa. *Ingeniería. Investigación y*

- Tecnología*, 11(3), 289-302. Obtenido de <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=40415987005>
16. Escobedo. (2014). Pronóstico de demanda por medio de redes neuronales artificiales.
 17. FAO. (07 de Octubre de 2021). FAO. (Situación Alimentaria Mundial) Recuperado el 08 de Octubre de 2021, de <http://www.fao.org/worldfoodsituation/csdb/es/>
 18. FAO y CEPAL. (2020). *Sistemas alimentarios y COVID-19 en América Latina y el Caribe*. Santiago de Chile: FAO. doi:<https://doi.org/10.4060/ca8677es>
 19. Freeman Castro, J. A., & Skapura González, D. M. (1993). *Redes neuronales; algoritmos, aplicaciones y técnicas de programación*. España: Addison-Wesley. Obtenido de <https://dialnet.unirioja.es/servlet/libro?codigo=372546>
 20. Grosse. (2017). Exploding and vanishing gradients.
 21. Guridi. (2019). Modelos de redes neuronales recurrentes en clasificación de patentes.
 22. Hartemink. (2013). Reverse engineering gene regulatory networks.
 23. Haykim. (2019). Neural Networks and Learning Machines.
 24. Hilera. (2017). Redes neuronales artificiales: fundamentos, modelos y aplicaciones.
 25. Jozefowicz. (2014). exploration of recurrent network architectures.
 26. Kaastra, L., & Boyd, M. (1996). Designing a neural network for forecasting financial and economic time series. *Neurocomputing*, 10(3), 215-236. doi:[https://doi.org/10.1016/0925-2312\(95\)00039-9](https://doi.org/10.1016/0925-2312(95)00039-9)
 27. Kumar. (2019). The Journal of Management Awareness.
 28. Llumitasig Galarza, M. C. (2021). *Simulación de pronósticos de ventas en la empresa IMPACTEX mediante redes neuronales*. Universidad Técnica de Ambato. Obtenido de <https://repositorio.uta.edu.ec/bitstream/123456789/33778/1/t1892mma.pdf>
 29. López Rodríguez, S. M., & Zapata Zuluaga, T. (2018). *Técnicas de pronósticos en revisión sistémica de literatura para empresas de confecciones*. Bogotá: Universidad Cooperativa de Colombia. Obtenido de <http://repository.ucc.edu.co/handle/ucc/12151>
 30. Madhu. (2016). Incorporating time-delays in S-System model for reverse engineering.
 31. Martí Perez, P. (2009). *Aplicación de redes neuronales artificiales para predicción de variables en ingeniería del riego: evapotranspiración de referencia y pérdidas de carga localizadas en emisores integrados*. Valencia: Universidad Politécnica de Valencia. Obtenido de <https://riunet.upv.es/bitstream/handle/10251/64909/-MART%C3%8D%20-%20Aplicaci%C3%B3n%20de%20redes%20neuronales%20artificiales%20para%20predicci%C3%B3n%20de%20variables%20en%20ingenier%C3%ADa%20de... pdf?sequence=1>
 32. Matich, D. J. (2001). *Redes Neuronales: Conceptos Básicos y Aplicaciones*. Rosario: Universidad Tecnológica Nacional. Obtenido de

- https://www.frro.utn.edu.ar/repositorio/catedras/quimica/5_anio/orientadora1/monograis/matich-redesneuronales.pdf
33. Méndez Giraldu, G. A., & Lopez Santana, E. R. (2014). Metodología para el pronóstico de la demanda en ambientes multiproducto y de alta variabilidad. *Tecnura: Tecnología y Cultura Afirmando el Conocimiento*, 18(40), 89-102. Obtenido de <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=4778508>
 34. Montes Albarracin, A. I. (2016). *Uso de redes neuronales artificiales para el pronóstico de demanda de hielo industrial en Hielos Santa Lucía S.R.L.* Tacna: Escuela Profesional de Ingeniería en Informática y Sistemas.
 35. Montesinos-López, O. A., & Hernández-Suárez, C. M. (2007). Modelos matemáticos para enfermedades infecciosas. *Salud Pública de México*, 49(3), 218-226. Obtenido de <http://www.scielo.org.mx/pdf/spm/v49n3/07.pdf>
 36. Morales Tabares, Z. E., Cabrera Campos, A., Vázquez Silva, E., & Caballero Mota, Y. (3 de julio de 2016). MPREDSTOCK : Modelo multivariado de predicción del stock de piezas de repuesto para equipos médicos. *Revista Cubana de Ciencias Informáticas*, 10(3), 143-159 . Obtenido de <https://www.redalyc.org/pdf/3783/378346436007.pdf>
 37. Moreno. (2014). Solving sequence problems with lstm in keras.
 38. Nacelle. (2018). Las redes neuronales de la biología en algoritmos de clasificación.
 39. Nations, O. a. (2020). *OCDE-FAO Perspectivas Agrícolas*. OCDE-FAO. doi:<https://doi.org/10.1787/a0848ac0-es>
 40. Nebauer. (2017). Evaluation of convolutional neural networks.
 41. Nojek. (2018). Comparación de predicción basada en redes neuronales versus método estadístico.
 42. Olah. (2017). Understanding lstm networks.
 43. Parisi. (2015). Modelos predictivos de redes neuronales en índices bursátiles.
 44. Perez, R. A., Mosquera Sanchez, S. A., & Bravo, J. J. (2012). Aplicación de modelos de pronósticos en productos de consumo masivo. *Bioteología en el Sector Agropecuario y Agroindustrial: BSAA*, 10(2), 117-125. Obtenido de <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=6117643>
 45. Quintero. (2019). Predicción de proteínas con redes neuronales: Redes feedforward vs. redes recurrentes.
 46. Ramos, A., Sánchez, P., Ferrer, J. M., Barquín, J., & Linares, P. (2010). *Modelos matemáticos de optimización*. Madrid: Universidad Pontificia Comillas. Obtenido de https://d1wqtxts1xzle7.cloudfront.net/34357606/modelado_en_gams-with-cover-page-v2.pdf?Expires=1633687201&Signature=EzhFiG-skxPtDHclAwciQ08Qgji~w3TqbHmhGJKqarFyW1SAIdIZH5DDJXiHRLC8v2Tdb-zncNZYV4WfKu0LVXNlkmLiT6NoocHcf21rjOhupk0bIXvhHdDbsWtw~Me7oBaSZ0g4ocy
 47. Render, B., & Heizer, J. (2007). *Administración de la producción*. México: PEARSON EDUCACIÓN.

48. Rodríguez Velázquez, J. A., & Steegmann Pascual, C. (Agosto de 2012). *Modelos Matemáticos*. Obtenido de https://recursos.salonesvirtuales.com/wp-content/uploads/bloques/2012/08/Modelos_matematicos.pdf
49. Rodríguez Velázquez, J. A., & Steegmann Pascual, C. (24 de Junio de 2013). *Modelos Matemáticos*. Recuperado el 8 de Octubre de 2021, de https://recursos.salonesvirtuales.com/wp-content/uploads/bloques/2012/08/Modelos_matematicos.pdf
50. Roman. (2014). Redes recurrentes para el análisis de datos .
51. Ruiz Pozo, R. G., Soria Torres, L. O., & Vidarte Ureta, A. T. (2020). *Optimización de la producción de petróleo en el Campo Limoncocha mediante el análisis de pruebas de restauración de presión*. Quito: Universidad Central del Ecuador. Obtenido de <http://www.dspace.uce.edu.ec/handle/25000/21549>
52. Rumelhart. (2018). Parallel distributed processing .
53. Salett Biembegut, M., & Hein, N. (1999). Modelación matemática: Estrategia para enseñar y aprenderr matemáticas. *Educación Matemática*, 11(1), 119-134. Obtenido de <http://www.revista-educacion-matematica.org.mx/descargas/Vol11/1/10Salett.pdf>
54. Sánchez López, E., Barreras Serrano, A., Pérez Linares, C., Figueroa Saavedra, F., & Olivas Valdez, J. A. (2013). Aplicacion de un modelo arima para pronosticar la producción de leche de bovino en Baja California, México. *Tropical and Subtropical Agroecosystems*, 16(3), 315-324. Obtenido de <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=93929595004>
55. Sánchez Sánchez, D. A. (2018). *Modelo ARIMA para el pronóstico de la produccion de cacao en el Prú 2012 - 2018*. Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas. Trujillo: Universidad Nacional de Trujillo.
doi:<http://190.223.54.254/bitstream/handle/UNITRU/11563/SÁNCHEZ%20SÁNCHEZ%2c%20David%20Alexander.pdf?sequence=1&isAllowed=y>
56. Santana. (2019). Estudios de predicción en series temporales de datos meteorológicos utilizando redes neuronales recurrentes.
57. Saucedo. (2016). Funciones de activación RNA.
58. Saucedo Castillo, O., Pérez, L. V., Herrera Isla, L., & Fernández Pérez, L. (2010). Sistema de pronóstico climático del tizón tardío (phytophthora infestans) en el cultivo de la papa en la provincia de Villa Clara. *REDVET. Revista Electrónica de Veterinaria*, 11(3B), 1-12. Obtenido de <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=63613140038>
59. Serrano. (2017). Escuela Técnica Superior de Ingeniería, Curso de Doctorado.
60. Superintendencia de Compañías, Valores y Seguros. (2018). *Panorama de las MIPYMES y Grandes Empresas en el Ecuador 2013-2017*. Quito: Superintendencia de Compañías, Valores y Seguros.
61. Vidaurre Siadén, Y. (2012). *Aplicación de las redes neuronales artificiales para el pronóstico de la demanda de agua potable en la empresa EPSEL S.A. de la ciudad de Lambayeque*. Chiclayo: Universidad Católica Santo Toribio de Mogrovejo. Obtenido de

https://tesis.usat.edu.pe/bitstream/20.500.12423/525/1/TL_Vidaurre_Siaden_Yasmin.pdf

62. Villada, F., Muñoz, N., & García, E. (2012). Aplicación de las Redes Neuronales al Pronóstico de Precios en el Mercado de Valores. *Información tecnológica*, 23(4), 11 - 20. Obtenido de https://scielo.conicyt.cl/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0718-07642012000400003
63. Villada, F., Muñoz, N., & García-Quintero, E. (2016). Redes Neuronales Artificiales aplicadas a la Predicción del Precio del Oro. *Información tecnológica*, 27(5). doi:<http://dx.doi.org/10.4067/S0718-07642016000500016>
64. Yann. (2014). Advances in Neural Information Processing Systems.
65. Zafra Mejía, C. A., & Gutiérrez Gil, V. H. (2015). Análisis de la producción de lixiviado y biogás bajo condiciones de extracción activa. *Ingenium Revista De La Facultad De ingeniería*, 16(31), 9-23. doi:<https://doi.org/10.21500/01247492.1365>
66. Zapata Laureano, J. (2019). *Aplicación de las redes neuronales para determinar los pronósticos mensuales de la inflación para el año 2018*. Piura: Universidad Nacional de Piura. Obtenido de <https://repositorio.unp.edu.pe/bitstream/handle/UNP/2014/EST-ZAP-LAU-2019.pdf?sequence=1&isAllowed=y>