



**UNIVERSIDAD ESTATAL DE MILAGRO
FACULTAD CIENCIAS DE LA INGENIERIA**

**TRABAJO DE TITULACIÓN DE GRADO PREVIO A LA
OBTENCIÓN DEL TÍTULO DE INGENIERIA INDUSTRIAL**

PROPUESTA PRÁCTICA DEL EXAMEN COMPLEXIVO

TEMA:

**“MODELAMIENTO MATEMATICO DEL PROCESO INDUSTRIAL DE
PRODUCCION DE LECHE EN POLVO”**

Autor: MELINA ANDREA SORIA RAMIREZ

Acompañante: ING. LUIS BUCHELLI CARPIO

**Milagro, Septiembre del 2017
ECUADOR**

DERECHOS DE AUTOR

Ingeniero.

Fabrizio Guevara Viejó, PhD.

RECTOR

Universidad Estatal de Milagro

Presente.

Yo, **Melina Andrea Soria Ramirez** en calidad de autor y titulares de los derechos morales y patrimoniales de la propuesta práctica de la alternativa de Titulación - Examen Complejivo, modalidad presencial, mediante el presente documento, libre y voluntariamente procedo a hacer entrega de la Cesión de Derecho del Autor de la propuesta practica realizado como requisito previo para la obtención de mi Título de Grado, como aporte a la Temática **“Modelo Matemático del Proceso Industrial de producción de leche en polvo”** del Grupo de Investigación **Calidad** de conformidad con el Art. 114 del Código Orgánico de la Economía Social De Los Conocimientos, Creatividad E Innovación, concedemos a favor de la Universidad Estatal de Milagro una licencia gratuita, intransferible y no exclusiva para el uso no comercial de la obra, con fines estrictamente académicos. Conservamos a mi/nuestro favor todos los derechos de autor sobre la obra, establecidos en la normativa citada.

Así mismo, autorizo a la Universidad Estatal de Milagro para que realice la digitalización y publicación de esta propuesta practica en el repositorio virtual, de conformidad a lo dispuesto en el Art. 144 de la Ley Orgánica de Educación Superior.

El autor declara que la obra objeto de la presente autorización es original en su forma de expresión y no infringe el derecho de autor de terceros, asumiendo la responsabilidad por cualquier reclamación que pudiera presentarse por esta causa y liberando a la Universidad de toda responsabilidad.

Milagro, a los 25 días del mes de Septiembre del 2017

Melina Andrea M

Firma del Estudiante

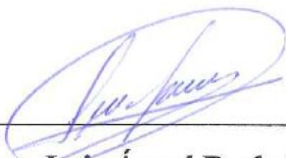
Nombre: Melina Andrea Soria Ramirez

CI: 0927314526

APROBACIÓN DEL ACOMPAÑANTE DE LA PROPUESTA PRÁCTICA

Yo, Luis Buchelli Carpio en mi calidad de acompañante de la propuesta práctica del Examen Complexivo, modalidad presencial, elaborado por la estudiante Melina Andrea Soria Ramirez; cuyo tema es: Modelo Matemático del proceso industrial de producción de leche en polvo, que aporta a la Línea de Investigación Gestión de Calidad previo a la obtención del Grado de Ingeniera Industrial; considero que el mismo reúne los requisitos y méritos necesarios en el campo metodológico y epistemológico, para ser sometido a la evaluación por parte del tribunal calificador que se designe, por lo que lo APRUEBO, a fin de que el trabajo sea habilitado para continuar con el proceso de titulación de la alternativa de Examen Complexivo de la Universidad Estatal de Milagro.

En la ciudad de Milagro, a los 25 días del mes de Septiembre del 2017.



Ing. Luis Ángel Buchelli Carpio
ACOMPAÑANTE
C.I: 0917629933

APROBACIÓN DEL TRIBUNAL CALIFICADOR

El tribunal calificador constituido por:

Presidente LUIS BUCHELLI CARPIO

Vocal 1 DENNY MORENO CASTRO

Vocal 2 CARMEN HERNANDEZ DOMINGUEZ

Luego de realizar la revisión de la propuesta práctica del Examen Complexivo, previo a la obtención del título (o grado académico) de INGENIERA INDUSTRIAL presentado por la señorita MELINA ANDREA SORIA RAMIREZ

Con el título:

MODELO MATEMÁTICO DEL PROCESO INDUSTRIAL DE PRODUCCIÓN DE LECHE EN POLVO




Otorga al presente la propuesta práctica del Examen Complexivo, las siguientes calificaciones:

MEMORIA CIENTÍFICA	[95]
DEFENSA ORAL	[5]
TOTAL	[100]
EQUIVALENTE	[50]

Emite el siguiente veredicto: (aprobado/reprobado) Aprobado

Fecha: 25 de Septiembre del 2017.

Para constancia de lo actuado firman:

	Nombres y Apellidos	Firma
Presidente	LUIS BUCHELLI CARPIO	
Vocal 1	DENNY MORENO CASTRO	
Vocal 2	CARMEN HERNANDEZ DOMINGUEZ	

DEDICATORIA

Dedico de manera especial a Dios por darme sabiduría, salud, fuerza en todo el proceso de mis estudios.

A mis Padres Eloy Soria León y Dorila Ramirez Farías porque gracias a sus consejos y que estuvieron a mi lado siempre brindándome su apoyo emocional y económico por su confianza en mí sabiendo que podía concluir esta meta para poder ser una mejor persona dedico también de manera muy especial a mi esposo Erick Veloz por darme su apoyo y creer en mi aunque hemos pasado momentos difíciles siempre ha estado brindándome su comprensión, cariño y amor.

A mi amado hijo Matias Veloz Soria porque por el eh querido superarme para brindarle una mejor calidad de vida, Posiblemente en este momento el no entienda mis palabras, pero para cuando sea capaz, quiero que se dé cuenta lo que significa para mí, Él es la razón por la cual me esforzare en el presente y el mañana.

Muchas gracias Papa por todo su apoyo y gracias Mama por todo su amor.

AGRADECIMIENTO

Agradezco de manera general a la Universidad Estatal de Milagro que me brindó la oportunidad de ser parte de ella y poder superarme, a mis docentes por los conocimientos que me brindaron día a día con sus enseñanzas.

También agradezco al Ing. Luis Buchelli Carpio por haberme guiado en este proyecto muy importante para mí.

ÍNDICE GENERAL

Derechos del Autor.....	1
Aprobación del Acompañante de la propuesta Practica.....	2
Aprobación del tribunal Calificador.....	3
Dedicatoria.....	4
Agradecimiento.....	5
Resumen.....	7
Abstract.....	8
Introducción.....	10
Marco Teórico.....	15
Desarrollo.....	21
Conclusiones.....	22
Bibliografía.....	24

TEMA:

“MODELAMIENTO MATEMÁTICO DEL PROCESO INDUSTRIAL DE PRODUCCIÓN DE LECHE EN POLVO”

RESUMEN

El presente estudio tiene como objetivo principal analizar el modelo matemático, las variables que intervienen y los diferentes procesos usados en la obtención de la leche en polvo donde el agua que contiene es evaporada, dando como resultado un polvo de color blanco marfil el cual conserva sus propiedades naturales. Para esto la leche líquida es sometida a una deshidratación siendo el retiro del agua hasta que el producto llega a un estado sólido obteniendo características, que ayudan a la formación de gotas homogéneas en la atomización para el secado. Esto facilita una evaporación más uniforme en las partículas, Mejorando la solubilidad del polvo, al momento de su reconstitución por lo cual se usan dos procesos: deshidratador que reduce la cantidad de líquido en un 50% y luego el secado por spray o el secado mediante la técnica denominada roller. La tecnología de secado usualmente utilizada es la técnica de la atomización. No obstante, mediante la técnica roller se puede obtener un porcentaje de grasa libre en el polvo mucho más elevada a la composición química de la leche que se basa en las proteínas en los lípidos, vitaminas y minerales. El objetivo del secado mediante las mencionadas técnicas anteriores, será la búsqueda de una leche con alta proporción de grasa libre donde el único carbohidrato que contiene el producto es la lactosa, está tiene altas proteínas necesarias a diferencia que conserva su vida útil. En nuestro estudio se analizara de manera detallada solamente el proceso mediante el deshidratador o también conocido como evaporador, el cual consiste en vaporizar a temperaturas menores a los 70 °C esto implica un ahorro de energía de calefacción por la concentración de la leche logrando la evaporación del agua inmersa en la misma a mayor temperatura aplicada y mayor tiempo de retención mayor cantidad bacterias eliminadas, enzimas, sin pérdida de nutrientes.

PALABRAS CLAVES: Leche en polvo – proceso de evaporación- modelo matemático.

TITTLE:

“MATHEMATICAL MODELING OF THE INDUSTRIAL PROCESS OF MILK POWDER PRODUCTION”

ABSTRACT

The main objective of this study is to analyze the mathematical model, the variables involved and the different processes used to obtain powdered milk in which the water it contains is evaporated, resulting in an ivory white powder which preserves its Natural properties. For this the liquid milk is subjected to a dehydration being the withdrawal of the water until the product reaches a solid state obtaining characteristics, that help the formation of homogeneous drops in the atomization for the drying. This facilitates a more uniform evaporation in the particles, improving the solubility of the powder, at the moment of its reconstitution by which two processes are used: dehydrator that reduces the quantity of liquid in 50% and then the spray drying or the drying through The technique called roller. The drying technology usually used is the technique of atomization. However, by means of the roller technique a percentage of free fat in the powder can be obtained much higher than the chemical composition of the milk which is based on the proteins in the lipids, vitamins and minerals. The objective of drying by means of the aforementioned techniques will be the search for a milk with a high proportion of free fat where the only carbohydrate contained in the product is lactose, it has high protein needs, unlike that it preserves its useful life. In our study we will analyze in detail only the process by means of the dehydrator or also known as evaporator, which consists of vaporizing at temperatures lower than 70 °C this implies a saving of heating energy by the concentration of the milk achieving the evaporation of the Water immersed in it at higher applied temperature and longer retention time more bacteria eliminated, enzymes, without loss of nutrients.

KEY WORDS: Milk powder - evaporation process - mathematical model.

INTRODUCCION

La industria alimentaria fabrica productos en polvo a partir del secado de los mismos. El secado es una técnica donde mantienen los alimentos. Este procedimiento reduce la inversión necesaria en procesos de refrigeración y en el uso de conservantes. También elabora una disminución de los costes que el transporte dado disminuye el volumen y su manejo es más fácil.

En la industria se puede obtener diversos tipos de alimentos mediante dicha técnica, entre ellos tenemos los lácteos, ovoproductos, verduras, frutas, pescado entre otros. En este estudio nos concentraremos en la obtención de la leche en polvo basándose en el proceso mencionado en líneas anteriores. Las características principales del proceso es la atomización (denominado sistema spray). El proceso necesita en gran parte de la temperatura que es necesaria para su fabricación, suele ser por regla general alta a (180 °C), media o baja (temperatura de pasteurización). Se observara en todo instante la existencia de gérmenes o de impurezas que induzcan a una reducción de la calidad del producto final. El proceso de deshidratación es capaz de reducir hasta el 50 % de los contenidos hídricos existentes en el contenido de la leche inicialmente (Cardona, 2007) , Durante el proceso de atomizado o denominado spray, la leche a secar pasara por unos cilindros que irán rotando y que conservara la superficie a temperaturas superiores a los 100°C. Esta temperatura es la que provoca la evaporación del agua, transformando las proteínas insolubles produciendo una decoloración del producto. El profundo tratamiento térmico al que se ve sometida la leche aumentara las propiedades de absorción del agua, una característica atrayente en el caso es de utilizar la leche en la industria de alimentos preparados.

El equipo empleado dispone, además de unos rodillos rotatorios, de cuchillas giratorias que irán separando los restos de leche en forma de fina capa, que queda pegada a los rodillos. La parte más importante del sistema es el evaporador, como en lo que refiere a la calidad de concentrado que se consigue en el funcionamiento del sistema. Al pasar del tiempo se han utilizado muchos métodos, como la simple caldera abierta, algunos tipos de evaporadores de circulación y los modelos más recientes de alta eficacia. También se han propuesto sistemas especiales como los intercambiadores de calor de superficie para evaporar la leche hasta un alto contenido en sólidos, en este proceso.

El tiempo de secado puede ser verificado cambiando la temperatura, y respetando ciertos límites, pueden conseguir en distintas características del polvo. Si los parámetros del proceso son adecuados, al terminar el secado, la capa de leche que queda pegada a los rodillos debe estar casi seca para ser retirada por las cuchillas, y ser sujeta a un tratamiento semejante que el secado de alimentación por canal. Según la forma de alimentación “roller” puede ser alimentado bien por canal o bien por rociado mediante una boquilla.

La leche se concentra por evaporación al vacío hasta obtener una densidad semejante a la de leche condensada, 50% es agua y 50% son los sólidos lácteos. Al usar estas temperaturas de evaporación el agua en la leche disminuirá y así se conservara la buena calidad .

MARCO TEÓRICO

La leche en polvo es aquella en donde se elimina la mayor parte de su agua de constitución, dejando un valor aproximado del 5%, correspondiendo el restante 95% a las proteínas, lactosa, grasa, sales minerales etc. (Lluís Ribas, 2009)

Se diferencian dos tipos de leche en polvo desde el punto de vista comercial:

- Leche en polvo entera, con un mínimo del 26% de materia grasa en peso.
- Leche en polvo desnatada, con un máximo del 1,5% de grasa en peso.

La primera se mantiene por un período máximo de seis meses, ya siendo tan alto el contenido en grasa, ésta se va imperfeccionando durante el almacenamiento, llegando a percibir el sabor rancio en la leche reconstituida. La leche en polvo desnatada se puede mantener por un período de los tres años (Shamaei, Seiedlou, Aghbashlo, & Valizadeh, 2017)

La leche en polvo es un producto que propone una vida útil y que puede restaurarse al añadir agua, aunque el sabor no será como el que ofrece la leche fresca. El proceso de calor al que se somete la leche hace que tenga un sabor a cocido (Holsinger, Fox, Harper, & Pallansch, 1964)

Las diferentes temperaturas a las que se procesa la leche en polvo son (desde un 80 a 95 °C) Esto hace que se clasifique por su solubilidad, lo que se consigue al deshidratarla a altas temperaturas es menos soluble el agua que se elabora a menor temperatura. Dependiendo esta clasificación, la leche en polvo tiene considerables usos, como por ejemplo, la menos factible es utilizada en panadería, heladería entre otros, mientras que la que es más factible es utilizada para bebidas lácteas, quesos, etc. (Miranda, V. Simpson, 2005)

La leche en polvo propone varias ventajas, esta se conserva durante un periodo de meses en un lugar fresco y seco no necesita de refrigeración, solo se encuentran en envases de aluminio, esto reduce también el espacio de almacenamiento, la leche en polvo es uno de los alimentos que se suministran a los países por vías de desarrollo o donde la leche fresca no sea una opción viable (Kam & Tadé, 2000)

Sobre las propiedades y nutrientes que tiene la leche en polvo, hay que reconocer que se considera un alimento muy completo, pues se separa el agua, conservando sus proteínas, los carbohidratos, las vitaminas, los minerales y las grasas (Sánchez y Pineda de las Infantas, 2003)

Se obtiene a partir del tratamiento de la leche fluida en diferentes tipos de procesos en los cuales se separa el agua que esta contiene. A partir de la aplicación de estos métodos muestra grandes cambios en su estructura y apariencia física, pasando de un estado líquido diluido como agua a un polvo seco (Ing. Rodrigo Llorens, s. f.)

Los procesos que son utilizados hace varios años atrás y hasta la actualidad, son dos, aplicados de manera simultánea y conformando un solo proceso con dos etapas:

- a. Evaporación
- b. Secado por atomización (espray).

En el proceso de la evaporación se distinguen tres etapas:

- Pre calentamiento
- Pasteurización
- Evaporación (Costas Kravaris & Masoud Soroush, 1990)

La leche a ser evaporada llega a una temperatura entre 4 a 8 °C. En el pre calentador siendo así elevada hasta una temperatura de ebullición. Esto implica un ahorro importante de energía de calefacción, Los principales tipos de precalentadores usados son:

Tubos en espiral

Tubos rectos

Intercambiadores de calor a placa (Birchal, Passos, Wildhagen, & Mujumdar, 2005)

En este paso previo a la evaporación, es de exigencia bacteriológica. Siendo así que esta parte del proceso, lleva a mayor temperatura aplicada y mayor tiempo de retención, de esta forma es eliminada la mayor cantidad de bacterias. Se debe tener presente que una temperatura demasiado elevada desmejora la calidad de la leche. Los distintos tipos de pasteurizadores usados son : Indirectos que son Tubos en espiral, Tubos rectos y los Intercambiadores de calor , los directos

son los de Inyección directa de vapor y Atomización sobre atmósfera de vapor controlada (Chen, 1994).

La concentración de evaporación consta en llevar un líquido a unas condiciones de temperatura de presión que le permita realizar la vaporización del solvente. Este procedimiento permite, realizar elementos no volátiles tratados. En la industria láctea es utilizada para eliminar sobre todo, el agua de los (suero lactosado), de las emulsiones o de las soluciones de (leche y coproductos). En la industria alimentaria, por lo general, los líquidos transformados son en su mayoría termolábiles. Para minimizar la alteración de los constituyentes, el proceso de los productos por evaporación se realiza, de manera general, bajo vacío parcial, lo que permite minimizar la temperatura del tratamiento a temperaturas comprendidas entre 45°C y 80°C. La evaporación de efecto simple consta en incluir el líquido a concentrar, calentado a su temperatura, en un recipiente bajo vacío. El vacío corresponde a la presión de vapor saturado a la temperatura de ebullición del producto. En este contexto, todo calor distribuido al producto será en la vaporización de parte del líquido. El cuerpo de evaporación es un intercambiador que es destinado a facilitar al producto de vaporización. (Daniel Alfonso Giraldo , Barbosa Dolly Santos, 2006)

En la industria, los evaporadores representan el líquido que será introducido por la parte superior, deslizándose por la pared de los tubos con un pequeño espesor (con una magnitud de 1mm). Existen otros tipos de evaporadores por el modo de circulación de los fluidos, o por la geometría de las superficies de calentamiento de placas (Brosilow & Joseph, 2002)

Por lo general, se recupera la energía contenida en los evaporadores de vapor para recalentar el producto entrante o calentar un segundo cuerpo. Los evaporadores del último cuerpo van a un condensador, que puede ser de mezcla o de superficie. (Giraldo, 2002)

Los evaporadores son equipos de procesos continuos que trabajan entre 20 a 28 horas, los volúmenes de procesos diarios van desde los 400 a 1000 m³ de leche. En la actualidad están automatizados y sistematizados obtenido un concentrado de leche, con un contenido de sólidos totales de 48 – 50% (Karimi, Jahanmiri, & Azarmi, 2007)

La producción del vacío en los evaporadores asegura la condensación del vapor. La condensación se puede realizar adhiriendo agua al vapor que esto es conocido como (condensador directo) en la superficie de un intercambiador de calor (Yazdanpanah & Langrish, 2013)

Es válido, con el objetivo de limitar la acumulación en el sistema, extrayendo los gases no condensables como (oxígeno y nitrógeno) de los productos tratados. Esta operación se lleva a cabo por medio de una bomba al vacío (Hawlater, Chou, Chua, Ho, & Mujumdar, 2001)

Evaporador de múltiple efecto está establecido por un conjunto de evaporadores de simple efecto en serie. El primer cuerpo será calentado por un vapor vivo mientras que los demás serán calentados con vahos de vapor generados por el cuerpo precedente. El último cuerpo está conectado a un condensador que asegura en el vacío (Watts & Schoenhals, 1968)

En medida necesaria la diferencia de la temperatura es de ± 50 °C entre el vapor de calentamiento y el producto a concentrar, la evaporación de la temperatura, por tanto, la presión, disminuye de un cuerpo a otro. Los límites en la multiplicación del número de efectos son: La temperatura máxima que se puede soportar el producto en el primer efecto este tiene una temperatura de 100°C para la leche, La temperatura en el último efecto, viene limitada por el agua de condensación y el aumento de la viscosidad debida a la disminución de la temperatura que será superior o igual a 40°C, La disminución de la temperatura de un efecto de evaporización esta en los 5°C (Acedo Sanchez, 2002)

Las principales ventajas del proceso de producción de la leche en polvo se prolongar el tiempo de vida útil de dicho producto esto se debe a la reducción de la actividad de agua, disponible para el desarrollo microbiano, formación de antioxidantes naturales (-SH, depende del tratamiento térmico) (Chong & Chen, 1999)

En la industria láctea la disminución del costo del transporte y almacenaje, ya que en la leche fluida tiene 120g de sólidos por kg de leche transportada, y en el polvo con una H° (humedad relativa) de 3% tiene 970 g de sólidos por kg de polvo (Keshani, Daud, Nourouzi, Namvar, & Ghasemi, 2015)

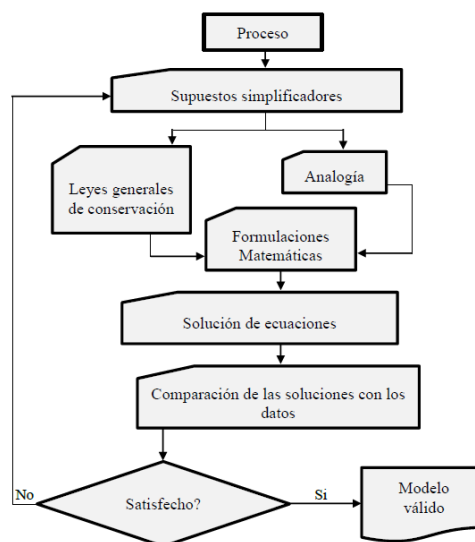
Debido al tratamiento térmico poco agresivo que este proceso tiene, el producto final conserva casi la totalidad de sus propiedades organolépticas y nutricionales contenidos en la leche fluida. Pérdida de un porcentaje de vitamina A, de fácil adición en el producto final, para que este la contenga en cantidad suficiente (Foerster, Liu, Gengenbach, Woo, & Selomulya, 2017)

El líquido analizado en el proceso de evaporación determina la consistencia en la cual es aplicada las altas temperaturas y presión que permiten que el fluido del solvente, en la industria lo implementen de manera para reducir los defectos observados en el agua como los sueros lactosado. La combinación de líquido-vapor será separada en una arqueta de separación al cuerpo de vaporización. Por otro lado, se recoge el vapor secundario llamado también vahos de vapor y por otro líquido concentrado.

DESARROLLO

Un modelo matemático es una función donde se acopla a un proceso en términos matemáticos que permite entender de una manera clara, examina y hace predicciones sobre ellos. Un modelo matemático es de forma general, realista (basado en hipótesis correctas), preciso, exacto. Nunca puede ser una representación precisa de un proceso, ya que sería muy difícil, se tornaría confuso o imposible de explicar el sistema completo con una formulación matemática exacta (Ozilgen, 2011)

Los modelos matemáticos pueden ser clasificados como modelos de los primeros principios y los de caja negra (analógicos). Un modelo análogo puede ser propuesto para un proceso poco conocido, teniendo en cuenta su analogía como un proceso bien conocido, es decir, pueden ser utilizados de manera de modelado en los procesos de transmisión de calor en un producto. Los modelos de primeros principios utilizan un enfoque donde se basan en la conservación de la masa, la energía, cantidad de movimiento, así alternativamente para proponer la forma del modelo matemático. Se pueden incluir muchos tipos. La comparación del modelo matemático con los datos experimentales es el periodo final de la modelación. Si no se puede adquirir dicho acuerdo, todas las etapas del modelado, se repetirán hasta conseguir una representación satisfactoria. En la figura se muestra este procedimiento.



Descripción esquemática de la modelación

El proceso de modelado solicita invariablemente la adopción de diversas simplificaciones para permitir la formulación del modelo y su resolución, que sostiene que 80% del beneficio (en términos de la exactitud del modelo) se logra con el primer 20% de dificultad del modelo (Avalo B, 2008)

El proceso de evaporación debe ser presentado haciendo uso de la modelación matemática con la finalidad de permitir su comprensión y representación (Nuñez A, 2012) por la que se ha ido integrando progresivamente al área de los procesos químicos y alimentarios como una forma de estimación y estudio de situaciones. La principal diferencia de los diferentes modelos matemáticos es el conocimiento heurístico que se ha utilizado para su desarrollo. Las hipótesis de estos modelos serán generalmente relacionadas con el cálculo de propiedades termofísica de un parámetro específico global de transmisión de calor latente de evaporación en efecto (Núñez et al. 2012; Yadav y Jana 2010). La transferencia de calor, será mezclado con los balances de masa y energía, es adecuada para el modelado de los procesos de evaporación, siempre que las propiedades físicas de los líquidos sean conocidas como función de temperaturas y las concentraciones del soluto.

Kaya y Sarac (2007), desarrollaron un modelo matemático para un evaporador de cuatro efectos que utilizó diferentes modos de alimentación de la corriente de vapor y del fluido. Estos modos de operación fueron investigados para acordar su influencia en el ahorro de energía, Como caso de estudio estos valores experimentales de una industria de fabricación de azúcar. Fue proyectado a un sistema de ecuaciones lineales por cada efecto y para cada condición de precalentamiento resolviéndolos, obteniendo como aspecto de finalización que el mejor modo de operación es con un precalentamiento.

Chawankul et al. (2001), estudió el proceso de concentración de jugo de naranja en un evaporador desarrollando modelos matemáticos en función de la temperatura (32-80°C) y contenidos de sólidos (5-40% w/v)

Irahola (2007), presentó una aplicación para formular y resolver modelos matemáticos de sistemas de evaporación. El software desarrollado se denominó: SEXSE (Sistema Experto para Sistemas de Evaporación Multiefecto). La aplicación permite que cualquier usuario, sin ser un experto realiza la simulación.

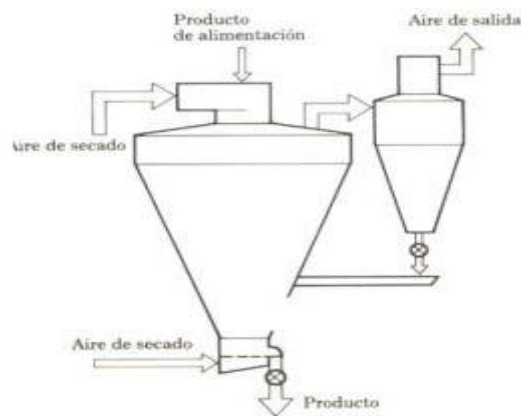
El procesamiento térmico en la industria de pasteurización de leche en polvo se dará mediante el proceso por evaporación el cual consiste en llevar un líquido a unas condiciones de temperatura de presión que permitan la vaporización del solvente eliminando microorganismos patógenos de la leche la cual ayuda a largar la vida útil del producto.

Para estudiar el modelo matemático del evaporador, tomaremos en cuenta el prototipo de deshidratación de la leche que es capaz de reducir hasta un 50 % de los contenidos hídricos existentes en el contenido inicialmente.

De manera actual, el proceso que se utilizara será el de evaporación en este caso solo nos concentraremos y hablaremos de este proceso donde se distinguen tres etapas denominadas:

- Pre calentamiento
- Pasteurización
- Evaporación

Para así la leche a ser evaporada a una temperaturas de 4 a 8 °C



Las ecuaciones tienen como regla general, los balances de materia y energía, que se utilizó en el siguiente concepto también denominado modelo de los primeros principios:

$$(\text{Generación}) = (\text{Flujos de Salida}) - (\text{Flujos de Entrada}) + (\text{Acumulación})$$

El modelo de los primeros principios aclara que este no presenta generación de ningún constituyente debido que no presenta alguna reacción química dentro del evaporador. Siendo así

de esta forma, se podrá conseguir los balances del siguiente concepto también conocido como modelo de caja negra:

$$(\text{Acumulación}) = (\text{Flujos de Entrada}) - (\text{Flujos de Salida})$$

El modelo de caja negra es un mecanismo que sirve para solucionar problemas complejos sacando conclusiones.

MODELO MATEMÁTICO DEL EVAPORADOR

El modelo matemático se ha desarrollado en la Universidad de Massey, Nueva Zelanda, con la finalidad de comprobar la interacción y la controlabilidad del evaporador con los tres principales lazos de control: la temperatura en el efecto del evaporador (T_e), porcentaje de sólidos disueltos en el producto (w_p) el flujo del producto (Q_p) (Winchester y Marsh, 1999). El modelo representa un evaporador de simple efecto con recompresión mecánica de vapor (Mechanical Vapor Recompression - MVR), que consiste en pasar a través de un compresor centrífugo, una fracción del vapor retirado en el efecto e inyectarlo a la coraza del intercambiador de calor (Figura). A consecuencia se alimentan 50.000 L/h de leche (Q_f) que son concentrados en un 12,5% de sólidos disueltos en el alimento (w_f) hasta un 32,1% de sólidos disueltos en el producto (w_p).

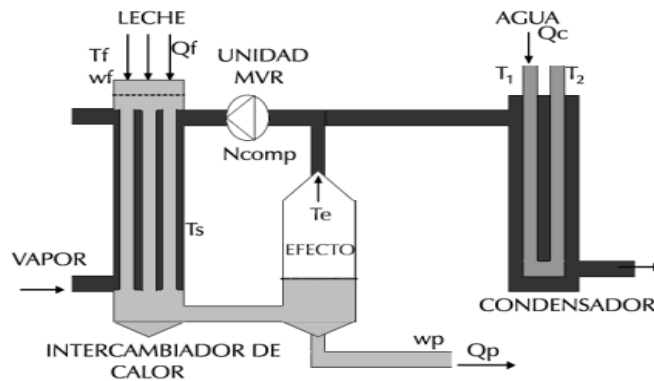


Diagrama de evaporador modelado

Winchester y Marsh, 1999, obtuvieron el modelo matemático del evaporador a partir de los balances de masa y la energía del proceso, de las ecuaciones del compresor y de ecuaciones hidrodinámicas:

$$\frac{dh_d}{dt} = \frac{Q_f(t) - Q_d(t)}{A_d} \quad (1)$$

$$\frac{dw_d}{dt} = \frac{Q_f(t)}{A_d h_d(t)} [w_f(t) - w_d(t)] \quad (2)$$

$$M_e \frac{dT_e}{dt} = q_{feed}(t) + q_{shell}(t) - q_{comp}(t) - q_{cond}(t) - q_{eloss}(t) \quad (3)$$

$$M_s \frac{dT_s}{dt} = W_{comp}(t) + q_{comp}(t) - q_{shell}(t) - q_{sloss}(t) \quad (4)$$

$$q_{feed} = \rho Q_f(t) C_p [T_f(t) - T_e(t)] \quad (5)$$

$$q_{shell} = U_s A_s [T_s(t) - T_e(t)] \quad (6)$$

$$q_{eloss} = U_{el} A_{el} [T_e(t) - T_a] \quad (7)$$

$$q_{sloss} = U_{sl} A_{sl} [T_s(t) - T_a] \quad (8)$$

$$\frac{P_s(t) - P_e(t)}{\rho_{ve}(t)} = a_{comp} N_{comp}(t)^2 + \frac{b_{comp} N_{comp}(t) q_{comp}(t)}{\rho_{ve}(t) \lambda} + \frac{c_{comp} q_{comp}(t)^2}{\rho_{ve}(t)^2 \lambda^2} \quad (9)$$

$$\frac{W_{comp}(t)}{\rho_{ve}(t)} = \frac{d_{comp} N_{comp}(t)^2 q_{comp}(t)}{\rho_{ve}(t) \lambda} + \frac{e_{comp} N_{comp}(t) q_{comp}(t)^2}{\rho_{ve}(t)^2 \lambda^2} + \frac{f_{comp} q_{comp}(t)^3}{\rho_{ve}(t)^3 \lambda^3} \quad (10)$$

$$\tau_{Tc} \frac{dT_2}{dt} = -T_2(t) + T_e(t) - e^{(-\tau_c(t)/\tau_{Tc})} T_e(t - \tau_c(t)) + e^{(-\tau_c(t)/\tau_{Tc})} T_1(t - \tau_c(t)) + \tau_{Tc} e^{(-\tau_c(t)/\tau_{Tc})} \frac{dT_1(t - \tau_c(t))}{dt} \quad (11)$$

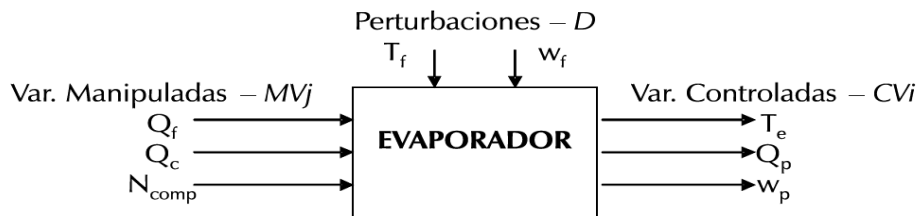
$$\frac{dq_{cond}}{dt} = U_c A_c \frac{dT_e}{dt} - \frac{1}{\tau_{Tc}} q_{cond}(t) + \frac{U_c A_c}{\tau_c(t)} (T_2(t) - T_1) \quad (12)$$

$$\tau_e \frac{dM_{tubes}}{dt} = \frac{q_{shell}(t)}{\lambda} - \frac{q_{shell}(t - \tau_e)}{\lambda} \quad (13)$$

$$\rho Q_p(t) = \rho Q_d(t - \tau_e) - M_{tubes}(t) \quad (14)$$

$$w_p(t) = \frac{\rho Q_d(t - \tau_e) w_d(t - \tau_e)}{[\rho Q_d(t - \tau_e) - M_{tubes}(t)]} \quad (15)$$

Las variables de entrada: flujo de alimento (Q_f), flujo de agua en el condensador (Q_c), velocidad de giro del compresor en la unidad de recompresión mecánica de vapor (N_{comp}) y la temperatura del alimento (T_f) tienen efecto sobre todas las variables de salida. La variable de entrada, porcentaje de sólidos disueltos en el alimento (w_f) sólo tiene efecto sobre la variable de salida porcentaje de sólidos disueltos en el producto (w_p) (Winchester y Marsh, 1999).



NOMENCLATURA

Ad: Área de la sección transversal del plato de distribución [m²]

Q comp (t) = Entalpía latente en el vapor que pasa por el compresor [J/s]

Q cond (t) = Flujo de calor a través de los tubos del condensador [J/s]

Q eloss (t) = Flujo de calor debido a las pérdidas a través de la superficie del efecto del evaporador [J/s]

Q feed (t): Entalpía neta del alimento que entra al evaporador [J/s]

Q sloss (t): Flujo de calor debido a las pérdidas a través de la superficie de la coraza del evaporador [J/s]

Q shell (t): Flujo de calor a través de los tubos del evaporador [J/s]

Q d (t): Flujo de alimento a través del plato de distribución [L/h]

Q f: Flujo del alimento [L/h]

t: Tiempo

Me: Capacidad térmica del efecto incluyendo líquido, vapor y metal [J/K]

Ms: Capacidad térmica de la coraza incluyendo líquido, vapor y metal [J/K]

Wd (t): Porcentaje de sólidos disueltos en el flujo a través del plato de distribución [kg sólidos/kg totales]

Wf: Porcentaje de sólidos disueltos en el alimento [% kg sólidos/kg totales]

CONCLUSIONES

Los modelos matemáticos se dividen en dos modelos principales, los cuales son de los primeros principios que son los de leyes de la termodinámica, leyes de Newton, leyes de caída libre entre otros, los modelos de caja negra son los programas Matlab y LabView que vienen ya en software, en el de los primeros principios se encontró que el evaporador contiene quince ecuaciones estas ecuaciones en la mayor parte son dadas por ecuaciones diferenciales, y cada una de las variables son muy difíciles de encontrar en la vida real.

En cambio los modelos de caja negra son mucho más fáciles de encontrar por medio de las tarjetas electrónicas, pero los cuales cuestan mucho dinero en inversión debido que hay que parar el proceso y de ahí tener un tiempo determinado para encontrar cada una de las variables de entrada como las de salida para que un software genere un modelo matemático a partir de ella.

El modelo matemático de nuestro evaporador consta principalmente de cuatro ecuaciones muy importantes que son dadas por el balance de masa y balance de energía de tal manera que las variables principales son flujo másico de leche que entra, el flujo másico de leche evaporada que sale, el vapor de agua que sale de la deshidratación de la leche adicionalmente hay que conocer la altura con la que se acumula la leche en el tanque o en el evaporador, adicionalmente hay que determina el caudal y la presión del compresor así como también las temperaturas de cada una de ellas.

Se entiende que dentro de estas quince ecuaciones hay muchas variables que no serán tomadas en cuenta debido a que no influyen mucho en el proceso como por ejemplo la temperatura ambiente, la humedad relativa, la presión atmosférica, la radiación solar que no nos interesa mucho en la planta por que no van afectar mucho y no van a perturbar al sistema.

El modelo matemático presentado aquí tiene una validez muy alta pero las variables son muy difíciles de encontrar en la vida real ya que no se da de manera cotidiana estos tipos de problemas, siendo de esta forma el modelo se basara en la producción de la leche en polvo sabiendo que proceso será pasado por medio de un deshidratador de la leche por el cual los evaporadores cumplirán su rol que puede hasta minimizar hasta el 50% de líquido de manera general el tema ira enfocado a dicho modelo.

BIBLIOGRAFIA

1. Acedo Sanchez, J. (2002). *Control avanzado de procesos teoria y practica*. Dáz de Santos.
2. Birchal, V., Passos, M. L., Wildhagen, G., & Mujumdar, A. (2005). Effect of Spray-Dryer Operating Variables on the Whole Milk Powder Quality. *Drying Technology*, 23(3), 611-636. <https://doi.org/10.1081/DRT-200054153>
3. Brosilow, C., & Joseph, B. (2002). *Techniques of model-based control*. Prentice Hall. Recuperado a partir de <https://www.safaribooksonline.com/library/view/techniques-of-model-based/013028078X/>
4. Chen, X. D. (1994). TOWARDS A COMPREHENSIVE MODEL BASED CONTROL OF MILK DRYING PROCESSES. *Drying Technology*, 12(5), 1105-1130. <https://doi.org/10.1080/07373939408960991>
5. Chong, L. V., & Chen, X. D. (1999). A mathematical model of the self-heating of spray-dried food powders containing fat, protein, sugar and moisture, 54(19), 4165-4178. [https://doi.org/10.1016/S0009-2509\(99\)00115-3](https://doi.org/10.1016/S0009-2509(99)00115-3)
6. Costas Kravaris, & Masoud Soroush. (1990). Synthesis of Multivariable Nonlinear Controllers by Input /Output Linearization, 16. Recuperado a partir de https://deepblue.lib.umich.edu/bitstream/handle/2027.42/37413/690360211_ft.pdf;sequence=1
7. Daniel Alfonso Giraldo , Barbosa Dolly Santos, B. C. C. (2006). Estrategia de control predictivo sobre un modelo Estrategia de control predictivo sobre un modelo matematico de un evaporador matematico de un evaporador. *Ingeniería e Investigación*, 26(1), 37-44. Recuperado a partir de <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=64326104>
8. Foerster, M., Liu, C., Gengenbach, T., Woo, M. W., & Selomulya, C. (2017). Reduction of surface fat formation on spray-dried milk powders through emulsion stabilization with λ -carrageenan, 70, 163-180. <https://doi.org/10.1016/j.foodhyd.2017.04.005>
9. Hawlader, M. N. A., Chou, S. K., Chua, K. J., Ho, J. C., & Mujumdar, A. S. (2001). On the steady-state modelling of a two-stage evaporator system. *International Journal of Energy Research*, 25(10), 859-880. <https://doi.org/10.1002/er.725>
10. Holsinger, V. H., Fox, K. K., Harper, M. K., & Pallansch, M. J. (1964). Spatial Distribution of Milk Constituents in Powders Made by Different Drying Techniques, 47(9), 964-969. [https://doi.org/10.3168/jds.S0022-0302\(64\)88820-2](https://doi.org/10.3168/jds.S0022-0302(64)88820-2)
11. Ing. Rodrigo LLorens. (s. f.). LECHE en POLVO. Recuperado 28 de agosto de 2017, a partir de <https://www.coursehero.com/file/14599842/Ing-Rodrigo-LLorens-Leche-en-Polvo/>
12. Kam, K. M., & Tadé, M. O. (2000). *Simulated nonlinear control studies of five-effect evaporator models*. *Computers & Chemical Engineering* (Vol. 23). [https://doi.org/10.1016/S0098-1354\(00\)00291-X](https://doi.org/10.1016/S0098-1354(00)00291-X)

13. Karimi, M., Jahanmiri, A., & Azarmi, M. (2007). Inferential cascade control of multi-effect falling-film evaporator. *Food Control*, 18(9), 1036-1042. <https://doi.org/10.1016/j.foodcont.2006.06.009>
14. Keshani, S., Daud, W. R. W., Nourouzi, M. M., Namvar, F., & Ghasemi, M. (2015). Spray drying: An overview on wall deposition, process and modeling. Elsevier Ltd. <https://doi.org/10.1016/j.jfoodeng.2014.09.004>
15. Lluís Ribas. (2009). Leche en polvo. Producción y formulación. Artículos Técnicos para el Heladero. Recuperado a partir de <http://www.heladeria.com/articulos-heladeria/a/200901/3048-leche-en-polvo-produccion-y-formulacion>
16. Miranda, V. Simpson, R. (2005). Modelling and simulation of an industrial multiple effect... Recuperado 28 de agosto de 2017, a partir de <https://openagricola.nal.usda.gov/Record/IND43651521>
17. Sánchez y Pineda de las Infantas, M. T. (2003). *Procesos de elaboración de alimentos y bebidas*. AMV Ediciones.
18. Shamaei, S., Seiedlou, S. S., Aghbashlo, M., & Valizadeh, H. (2017). Mathematical modeling of drying behavior of single emulsion droplets containing functional oil, 101, 100-109. <https://doi.org/10.1016/j.fbp.2016.10.012>
19. Watts, R. G., & Schoenhals, R. J. (1968). Feedback control optimization of a single fluid heat exchanger or nuclear reactor. *Nuclear Engineering and Design*, 7(1), 40-48. [https://doi.org/10.1016/0029-5493\(68\)90125-8](https://doi.org/10.1016/0029-5493(68)90125-8)
20. Yazdanpanah, N., & Langrish, T. A. G. (2013). Mathematical modelling of the heat and moisture diffusion in a dairy powder particle with crystallisation phase change within the particle matrix, 61(1), 615-626. <https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2013.02.033>