



UNIVERSIDAD ESTATAL DE MILAGRO

REPÚBLICA DEL ECUADOR

UNIVERSIDAD ESTATAL DE MILAGRO

VICERRECTORADO DE INVESTIGACIÓN Y POSGRADO

**PROYECTO DE INVESTIGACIÓN Y DESARROLLO PREVIO A LA OBTENCIÓN
DEL TÍTULO DE:**

**MAGÍSTER EN EDUCACIÓN DE BACHILLERATO CON MENCIÓN
EN PEDAGOGÍA DE LA MATEMÁTICA**

TEMA:

**DISEÑO E IMPLEMENTACIÓN DE UNA GUÍA DIDÁCTICA GAMIFICADA Y SU
INCIDENCIA EN EL APRENDIZAJE DE ECUACIONES Y FUNCIONES
CUADRÁTICAS EN ESTUDIANTES DE PRIMERO DE BACHILLERATO
GENERAL UNIFICADO EN LA ESPECIALIDAD DE ELECTROMECAÁNICA
AUTOMOTRIZ DE LA UNIDAD EDUCATIVA FISCOMISIONAL TÉCNICO
SALESIANO DE LA CIUDAD DE CUENCA.**

Autores:

**JOSUE DANIEL ALVAREZ SACOTO
ZULEMA DE LOS ANGELES COYAGO QUITO**

Directora:

Alexandra Gabriela Valenzuela Cobos
0951832013

Milagro, 2026

Derechos de autor

Sr. Dr.

Fabrizio Guevara Viejó

Rector de la Universidad Estatal de Milagro

Presente.

Yo, **Josué Daniel Álvarez Sacoto** en calidad de autor y titular de los derechos morales y patrimoniales de este informe de investigación, mediante el presente documento, libre y voluntariamente cedo los derechos de Autor de este proyecto de desarrollo, que fue realizada como requisito previo para la obtención de mi Grado, de **Magíster en Educación de Bachillerato con mención en Pedagogía de la Matemática**, como aporte a la Línea de Investigación **Educación, Cultura, Tecnología e Innovación para la Sociedad de la Universidad Estatal de Milagro**, de conformidad con el Art. 114 del Código Orgánico de la Economía Social de los Conocimientos, Creatividad e Innovación, concedo a favor de la Universidad Estatal de Milagro una licencia gratuita, intransferible y no exclusiva para el uso no comercial de la obra, con fines estrictamente académicos. Conservo a mi favor todos los derechos de autor sobre la obra, establecidos en la normativa citada.

Así mismo, autorizo a la Universidad Estatal de Milagro para que realice la digitalización y publicación de este Proyecto de Investigación en el repositorio virtual, de conformidad a lo dispuesto en el Art. 144 de la Ley Orgánica de Educación Superior.

El autor declara que la obra objeto de la presente autorización es original en su forma de expresión y no infringe el derecho de autor de terceros, asumiendo la responsabilidad por cualquier reclamación que pudiera presentarse por esta causa y liberando a la Universidad de toda responsabilidad.

Milagro, 5 de agosto de 2026



Obtén el documento en PDF
Escaneando el código QR
**JOSUEDANIEL ALVAREZ
SACOTO**

Josué Daniel Álvarez Sacoto

0105063945

Derechos de autor

Sr. Dr.

Fabrizio Guevara Viejó

Rector de la Universidad Estatal de Milagro

Presente.

Yo, **Zulema de los Angeles Coyago Quito** en calidad de autora y titular de los derechos morales y patrimoniales de este informe de investigación, mediante el presente documento, libre y voluntariamente cedo los derechos de Autor de este proyecto de desarrollo, que fue realizada como requisito previo para la obtención de mi Grado, de **Magíster en Educación de Bachillerato con mención en Pedagogía de la Matemática**, como aporte a la Línea de Investigación **Educación, Cultura, Tecnología e Innovación para la Sociedad de la Universidad Estatal de Milagro**. de conformidad con el Art. 114 del Código Orgánico de la Economía Social de los Conocimientos, Creatividad e Innovación, concedo a favor de la Universidad Estatal de Milagro una licencia gratuita, intransferible y no exclusiva para el uso no comercial de la obra, con fines estrictamente académicos. Conservo a mi favor todos los derechos de autor sobre la obra, establecidos en la normativa citada.

Así mismo, autorizo a la Universidad Estatal de Milagro para que realice la digitalización y publicación de este Proyecto de Investigación en el repositorio virtual, de conformidad a lo dispuesto en el Art. 144 de la Ley Orgánica de Educación Superior.

El autor declara que la obra objeto de la presente autorización es original en su forma de expresión y no infringe el derecho de autor de terceros, asumiendo la responsabilidad por cualquier reclamación que pudiera presentarse por esta causa y liberando a la Universidad de toda responsabilidad.

Milagro, 5 de agosto de 2026



Validar documento en: [FirmaEZ](#)
Firmado digitalmente por:
ZULEMA DE LOS ANGELES COYAGO QUITO

Zulema de los Angeles Coyago Quito

0106054448

Aprobación del Director del Trabajo de Titulación

Yo, **Alexandra Gabriela Valenzuela Cobos** en mi calidad de director del trabajo de titulación, elaborado por **Josué Daniel Álvarez Sacoto y Zulema de los Angeles Coyago Quito** cuyo tema es **DISEÑO E IMPLEMENTACIÓN DE UNA GUÍA DIDÁCTICA GAMIFICADA Y SU INCIDENCIA EN EL APRENDIZAJE DE ECUACIONES Y FUNCIONES CUADRÁTICAS EN ESTUDIANTES DE PRIMERO DE BACHILLERATO GENERAL UNIFICADO EN LA ESPECIALIDAD DE ELECTROMECAÁNICA AUTOMOTRIZ DE LA UNIDAD EDUCATIVA FISCOMISIONAL TÉCNICO SALESIANO DE LA CIUDAD DE CUENCA..**, que aporta a la Línea de Investigación **Educación, Cultura, Tecnología e Innovación para la Sociedad de la Universidad Estatal de Milagro**, previo a la obtención del Grado **Magíster en Educación de Bachillerato con mención en Pedagogía de la Matemática**. Trabajo de titulación que consiste en una propuesta innovadora que contiene, como mínimo, una investigación exploratoria y diagnóstica, base conceptual, conclusiones y fuentes de consulta, considero que el mismo reúne los requisitos y méritos necesarios para ser sometido a la evaluación por parte del tribunal calificador que se designe, por lo que lo **APRUEBO**, a fin de que el trabajo sea habilitado para continuar con el proceso de titulación de la alternativa de Informe de Investigación de la Universidad Estatal de Milagro.

Milagro, 5 de agosto de 2026



Alexandra Gabriela Valenzuela Cobos

0951832013

FACULTAD DE POSGRADO

ACTA DE SUSTENTACIÓN

MAESTRÍA EN EDUCACIÓN DE BACHILLERATO

En la Facultad de Posgrado de la Universidad Estatal de Milagro, a los dos días del mes de septiembre del dos mil veintiseis, siendo las 10:25 horas, de forma VIRTUAL comparece el/la maestrante, ING. ALVAREZ SACOTO JOSUE DANIEL, a defender el Trabajo de Titulación denominado " DISEÑO E IMPLEMENTACIÓN DE UNA GUÍA DIDÁCTICA GAMIFICADA Y SU INCIDENCIA EN EL APRENDIZAJE DE ECUACIONES Y FUNCIONES CUADRÁTICAS EN ESTUDIANTES DE PRIMERO DE BACHILLERATO GENERAL UNIFICADO EN LA ESPECIALIDAD DE ELECTROMECÁNICA AUTOMOTRIZ DE LA UNIDAD EDUCATIVA FISCOMISIONAL TÉCNICO SALESIANO DE LA CIUDAD DE CUENCA.", ante el Tribunal de Calificación integrado por: Ing. VALAREZO CHAMBA BRYAN STALIN, Presidente(a), Mgtr., ZALDUMBIDE LOPEZ VERONICA JANETH en calidad de Vocal; y, LINDAO REYES GIOCONDA DEL ROCIO que actúa como Secretaria/a.

Una vez defendido el trabajo de titulación; examinado por los integrantes del Tribunal de Calificación, escuchada la defensa y las preguntas formuladas sobre el contenido del mismo al maestrante compareciente, durante el tiempo reglamentario, obtuvo las siguientes calificaciones:

TRABAJO DE TITULACIÓN	50.66
DEFENSA ORAL	35.00
PROMEDIO	85.66
EQUIVALENTE	MUY BUENO

Para constancia de lo actuado firman en unidad de acto el Tribunal de Calificación, siendo las 11:25 horas.



BRYAN STALIN
VALAREZO CHAMBA

ING. VALAREZO CHAMBA BRYAN STALIN
PRESIDENTE/A DEL TRIBUNAL



VERONICA JANETH
ZALDUMBIDE LOPEZ

MGTR., ZALDUMBIDE LOPEZ VERONICA JANETH
VOCAL



GIOCONDA DEL ROCIO
LINDAO REYES

LINDAO REYES GIOCONDA DEL ROCIO
SECRETARIO/A DEL TRIBUNAL



JOSUEDANIEL
ALVAREZ SACOTO

ALVAREZ SACOTO JOSUE DANIEL
MAESTRANTE

FACULTAD DE POSGRADO
ACTA DE SUSTENTACIÓN
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN DE BACHILLERATO

En la Facultad de Posgrado de la Universidad Estatal de Milagro, a los dos días del mes de septiembre del dos mil veintiseis, siendo las 10:25 horas, de forma VIRTUAL comparece el/la maestrante, LCEMF COYAGO QUITO ZULEMA DE LOS ANGELES, a defender el Trabajo de Titulación denominado "DISEÑO E IMPLEMENTACIÓN DE UNA GUÍA DIDÁCTICA GAMIFICADA Y SU INCIDENCIA EN EL APRENDIZAJE DE ECUACIONES Y FUNCIONES CUADRÁTICAS EN ESTUDIANTES DE PRIMERO DE BACHILLERATO GENERAL UNIFICADO EN LA ESPECIALIDAD DE ELECTROMECÁNICA AUTOMOTRIZ DE LA UNIDAD EDUCATIVA FISCOMISIONAL TÉCNICO SALESIANO DE LA CIUDAD DE CUENCA.", ante el Tribunal de Calificación integrado por: Ing. VALAREZO CHAMBA BRYAN STALIN, Presidente(a), Mgr., ZALDUMBIDE LOPEZ VERONICA JANETH en calidad de Vocal; y, LINDAO REYES GIOCONDA DEL ROCIO que actúa como Secretario/a.

Una vez defendido el trabajo de titulación; examinado por los integrantes del Tribunal de Calificación, escuchada la defensa y las preguntas formuladas sobre el contenido del mismo al maestrante compareciente, durante el tiempo reglamentario, obtuvo las siguientes calificaciones:

TRABAJO DE TITULACIÓN	50.66
DEFENSA ORAL	32.67
PROMEDIO	83.33
EQUIVALENTE	BUENO

Para constancia de lo actuado firman en unidad de acto el Tribunal de Calificación, siendo las 11:25 horas.



Firmado digitalmente por:
BRYAN STALIN
VALAREZO CHAMBA

ING. VALAREZO CHAMBA BRYAN STALIN
PRESIDENTE/A DEL TRIBUNAL



Firmado digitalmente por:
VERONICA JANETH
ZALDUMBIDE LOPEZ

MGTR., ZALDUMBIDE LOPEZ VERONICA JANETH
VOCAL



Firmado digitalmente por:
GIOCONDA DEL ROCIO
LINDAO REYES

LINDAO REYES GIOCONDA DEL ROCIO
SECRETARIO/A DEL TRIBUNAL



Firmado digitalmente por:
ZULEMA DE LOS AN
COYAGO QUITO

COYAGO QUITO ZULEMA DE LOS ANGELES
MAESTRANTE

DEDICATORIA

Este trabajo está dedicado, en primer lugar, a Dios, por ser mi guía constante, mi luz y la fortaleza que me sostiene en cada paso.

De manera muy especial, a mi querida familia, el pilar más grande de mi vida:

A mi esposo Xavier, por su amor incondicional, su infinita paciencia y su apoyo constante; gracias por ser mi compañero de vida y mi refugio

A mis amadas hijas Andrea, Aline y Carito, que son mi mayor alegría y la razón principal por la que busco superarme día a día

A mi madre Ruth, por su amor abnegado, sus oraciones y sus enseñanzas.

A mi amado padre Claudio, cuya memoria y ejemplo siguen siendo mi inspiración para seguir adelante

A mi hermano René, por su cariño, su complicidad y por confiar siempre en mis capacidades.

A todos ustedes, gracias por creer en mí incluso cuando yo dudaba, por impulsarme a crecer y por brindarme un amor que todo lo puede.

Asimismo, a mi querido amigo Christian T., por estar siempre presente con su apoyo incondicional, su escucha sincera y esa amistad leal que es un verdadero regalo en los momentos en que más lo necesito.

Zulema de los Angeles Coyago Quito.

DEDICATORIA

A Dios, por ser mi guía y fortaleza en cada etapa de este camino académico. Su amor, sabiduría y bendiciones me permitieron superar cada desafío y mantener la esperanza para alcanzar esta importante meta.

A mi familia, por su apoyo incondicional, comprensión y confianza durante todo este proceso. Su cariño, sus palabras de aliento y los sacrificios realizados fueron la motivación que me impulsó a continuar aun en los momentos de mayor dificultad.

A mis padres, quienes con su ejemplo de esfuerzo, honestidad y perseverancia me enseñaron que el conocimiento y la educación son herramientas fundamentales para construir un mejor futuro. Este logro también les pertenece, porque ha sido posible gracias a los valores que sembraron en mí.

A mis docentes y a todas las personas que contribuyeron a mi formación profesional, por compartir sus conocimientos, experiencias y orientaciones, las cuales enriquecieron mi crecimiento académico y humano.

Finalmente, dedico este trabajo a mis estudiantes y a la comunidad educativa, con la esperanza de que esta investigación aporte al fortalecimiento de los procesos de enseñanza y aprendizaje de la Matemática, promoviendo estrategias innovadoras que despierten el interés, la motivación y el desarrollo del pensamiento crítico en los jóvenes.

Josue Daniel Alvarez Sacoto

AGRADECIMIENTOS

Agradecemos en primer lugar a Dios, por guiarnos y permitirnos alcanzar esta importante meta académica. A la Universidad Estatal de Milagro (UNEMI), de manera especial al Vicerrectorado de Investigación y Posgrado, por brindarnos la oportunidad de formar parte del programa de Magíster en Educación de Bachillerato con mención en Pedagogía de la Matemática y por ser el marco institucional que promovió el desarrollo de este trabajo dentro de la línea de investigación Educación, Cultura, Tecnología e Innovación para la Sociedad. Nuestro sincero agradecimiento al Director del Trabajo de Titulación Mgter. Alexandra Valenzuela, por su valiosa orientación, asesoría técnica y acompañamiento constante durante la estructuración y culminación de este informe de investigación. De igual forma, expresamos nuestra gratitud a las autoridades, docentes y estudiantes del Primero de Bachillerato General Unificado en la especialidad de Electromecánica Automotriz de la Unidad Educativa Fiscomisional Técnico Salesiano de la ciudad de Cuenca, por sus facilidades, apertura y participación activa durante el diseño e implementación de la guía didáctica gamificada "Álgebra en Juego". Finalmente, reconocemos el apoyo incondicional de nuestras familias y seres queridos, cuyo respaldo, paciencia y motivación constante fueron pilares fundamentales para el cumplimiento de este propósito.

Josué Daniel Álvarez Sacoto

Zulema de los Angeles Coyago Quito

RESUMEN

El presente proyecto de desarrollo e investigación aborda la problemática del bajo rendimiento académico y la desmotivación en el aprendizaje de ecuaciones y funciones cuadráticas dentro de la Unidad Educativa Fiscomisional Técnico Salesiano en Cuenca, Ecuador. Para mitigar esta situación, el estudio propuso diseñar e implementar una guía didáctica gamificada, titulada "Álgebra en Juego", estructurada bajo el modelo instruccional ADDIE.

Metodológicamente, se adoptó un enfoque mixto con un diseño de enfoque de métodos mixtos, aplicado a un aula de 34 estudiantes de primero de bachillerato técnico en Electromecánica Automotriz, evaluando la incidencia de la propuesta mediante un pre-test y un post-test. Los resultados del diagnóstico inicial demostraron marcadas limitaciones procedimentales y conceptuales previas, reflejadas en un 70% de reprobación general. Sin embargo, tras la ejecución de la guía basada en misiones lúdicas, dinámicas de recompensas y el soporte del software interactivo GeoGebra, el post-test reveló una inversión radical del panorama con una tasa de aprobación del 94% y la consolidación de un 36% de excelencia académica.

Finalmente, se concluye que la gamificación educativa constituye una alternativa pedagógica altamente eficaz para dinamizar la enseñanza de contenidos abstractos de la matemática, logrando reducir sustancialmente la ansiedad de los educandos, potenciar su autonomía y fomentar una comprensión analítico-visual profunda que sustituye con solvencia al tradicional aprendizaje memorístico de fórmulas.

PALABRAS CLAVES

Gamificación, métodos mixtos, dinamizar.

ABSTRACT

This research and development project address the problem of low academic performance in learning quadratic equations at “Unidad Educativa Técnico Salesiano” located in Cuenca, Ecuador. To mitigate this situation, the development of an educational digital game entitled “Algebra en Juego” (Algebra in Play) was proposed, following the ADDIE instructional design model.

Methodologically, the study implemented a mixed-methods approach, integrating quantitative and qualitative techniques. It was applied to a class of 34 first-year high school students in the “Electromecánica Automotriz” specialization, evaluating the impact of the proposal through a pre-test and a post-test. The results of the initial diagnosis revealed marked procedural and conceptual limitations, reflected in a 70% overall failure rate. However, after the implementation of the guide based on playful missions, reward dynamics, and the support of the interactive software GeoGebra, the post-test revealed a radical improvement in the overall results, with a 94% pass rate and the achievement of 36% academic excellence. Finally, it concluded that educational gamification constitutes a highly effective pedagogical alternative for enhancing the teaching of abstract mathematical content, substantially reducing students' anxiety, strengthening their autonomy, and fostering a deep analytical-visual understanding that effectively replaces the traditional memorization-based learning of mathematical formulas.

KEYWORD:

Gamification, mixed-methods, vitalize.

ÍNDICE

Introducción	1
CAPÍTULO I	4
1. El problema de la investigación	4
1.1. Planteamiento del problema	4
1.2. Delimitación del problema	5
1.6. Objetivo general	6
1.7. Objetivos específicos	6
1.9. Justificación	9
CAPÍTULO II:	13
2. Marco teórico referencial	13
2.1. Antecedentes	13
2.3. Caso de investigación	27
2.4. Modelo instruccional ADDIE	30
CAPÍTULO III:	32
3. Diseño metodológico	32
3.1. La población	32
3.3. Diseño	34
3.4. Desarrollo	36
3.5. Implementación	43
CAPÍTULO IV:	45
4. Análisis e interpretación de resultados	45
CAPÍTULO V:	60
5. Conclusiones y Recomendaciones	60
5.1. Conclusiones	60
5.2. Recomendaciones	61
Referencias bibliográficas	64
Anexos	68

Introducción

ANTECEDENTES

En los últimos años, el sistema educativo ha enfrentado el desafío de mejorar los procesos de enseñanza–aprendizaje en el área de matemática, especialmente en contenidos que históricamente presentan altos índices de dificultad para los estudiantes, como las ecuaciones y funciones cuadráticas. Diversos estudios evidencian que los estudiantes de bachillerato suelen mostrar limitaciones en la comprensión de los elementos de una ecuación cuadrática y su función, en la selección de métodos de resolución y en la interpretación de sus soluciones. Estas dificultades generan desmotivación, baja participación y escaso rendimiento académico, factores que afectan directamente el desarrollo del pensamiento lógico y algebraico.

Dentro de este escenario, las metodologías tradicionales centradas principalmente en clases expositivas y ejercicios repetitivos han demostrado ser insuficientes para despertar el interés de los estudiantes y promover aprendizajes significativos. En respuesta a esta problemática, surgen enfoques pedagógicos innovadores como la gamificación, entendida como la incorporación de elementos y dinámicas de juego en contextos educativos no lúdicos. Investigaciones recientes señalan que la gamificación favorece la motivación intrínseca, incrementa el compromiso del estudiante y facilita la comprensión de contenidos abstractos al brindar experiencias más activas, participativas y vinculadas con entornos digitales familiares para los jóvenes.

A nivel nacional y local, instituciones educativas han comenzado a implementar recursos gamificados como plataformas interactivas, misiones, insignias, retos y narrativas lúdicas para mejorar el aprendizaje en asignaturas complejas. Sin embargo, aún existe una limitada producción de guías didácticas gamificadas específicas para temas algebraicos, y particularmente para el estudio de ecuaciones cuadráticas y su función en el nivel de Primero

de Bachillerato General Unificado. Se espera que la gamificación comprometa los estudiantes con su aprendizaje, sin que este se considere aburrido y obligatorio (Kapp, 2012).

Los temas se los podrá ver de acuerdo con la aplicación de la gamificación, ya que podrá ser bonificado al desbloquear niveles del programa o simplemente al avanzar. El usuario también puede autoevaluarse objetivamente de acuerdo con su esfuerzo, o por su posición que se generará en ranking general. Asimismo, estos programas notifican a cada estudiante si una de las respuestas que ha contestado ha sido correcta o incorrecta (Díaz y Valdés, 2020).

IMPORTANCIA Y ACTUALIDAD DEL TEMA.

En el contexto de la Unidad Educativa Fiscomisional Técnico Salesiano de la ciudad de Cuenca, se han identificado dificultades recurrentes en los estudiantes al resolver ecuaciones cuadráticas mediante métodos como factorización, fórmula general o completación de cuadrados. Además, se observa una disminución en el interés por la asignatura y una dependencia marcada de procedimientos mecánicos sin comprensión conceptual. Ante esta realidad, se vuelve necesario diseñar e implementar una propuesta pedagógica innovadora que integre metodologías activas, recursos digitales y elementos motivacionales.

APORTE PRÁCTICO DE LA INVESTIGACIÓN.

El diseño e implementación de una guía didáctica gamificada se presenta como una alternativa pertinente y fundamentada para mejorar el aprendizaje de las ecuaciones cuadráticas y su función. Este tipo de propuesta no solo permite dinamizar el proceso educativo, sino que también favorece el desarrollo progresivo de habilidades matemáticas mediante retos, retroalimentación inmediata y actividades de exploración que potencian el pensamiento crítico y la autonomía del estudiante.

ORIGINALIDAD Y NOVEDAD DE LA INVESTIGACIÓN.

Se busca agregar la motivación intrínseca en las aulas, de esta manera, el estudiante podrá tener la capacidad de tomar iniciativa respecto a los objetivos de aprendizaje e implicarse cognitivamente en una tarea y objetar un alto rendimiento académico. Esto es posible al encontrar actividades dinámicas con temas de álgebra, siguiendo una secuencia de aprendizaje óptimo de acuerdo con el orden en que se enseña tradicionalmente, este proyecto es una combinación de lo tradicional con conceptos de la gamificación (Vera, Torres & Martínez, 2014).

TIPO DE METODOLOGÍA

Para un estudio de esta naturaleza, el enfoque más afín es el mixto, utilizando un diseño cuasi-experimental (o pre-experimental, dependiendo si se puede usar un grupo control) combinado con la Investigación-Acción Educativa (IAE) para la creación de la guía.

CAPÍTULO I

1. El problema de la investigación

1.1. Planteamiento del problema

En la educación media ecuatoriana, la asignatura de Matemática continúa siendo una de las áreas con mayor índice de dificultad y rezago académico. Dentro de este campo, el estudio de las ecuaciones cuadráticas representa un contenido clave para el desarrollo del razonamiento algebraico; sin embargo, numerosos estudiantes presentan dificultades persistentes para comprender su estructura, interpretar sus elementos y aplicar correctamente los métodos de resolución. Estas falencias no solo afectan su rendimiento académico, sino que también limitan su capacidad para enfrentar contenidos matemáticos más avanzados.

En el caso específico de los estudiantes de Primero de Bachillerato General Unificado de la Unidad Educativa Fiscomisional Técnico Salesiano de la ciudad de Cuenca, se evidencia que muchos estudiantes experimentan problemas al resolver ecuaciones cuadráticas mediante procedimientos como factorización, fórmula general y completación de cuadrados. La falta de comprensión conceptual se refleja en errores recurrentes, desinterés, baja participación y una actitud negativa hacia la asignatura. Este panorama sugiere que las estrategias didácticas tradicionales basadas en explicaciones magistrales y ejercicios repetitivos no están generando aprendizajes significativos ni fomentando la motivación necesaria para un desempeño adecuado.

Paralelamente, el entorno educativo actual demanda propuestas innovadoras que incorporen recursos digitales, metodologías activas y dinámicas motivacionales capaces de involucrar al estudiante en su propio proceso de aprendizaje. Una de estas alternativas es la gamificación, reconocida por su potencial para incrementar la motivación, promover la participación activa, potenciar el aprendizaje autónomo y transformar actividades académicas en experiencias más atractivas y significativas.

No obstante, en el contexto institucional analizado, no existe una guía didáctica gamificada diseñada específicamente para el aprendizaje de ecuaciones cuadráticas y sus funciones, lo que limita el aprovechamiento pedagógico de este enfoque.

La ausencia de propuestas didácticas innovadoras orientadas al aprendizaje de las ecuaciones cuadráticas y sus funciones dentro de la institución, así como la necesidad de mejorar el desempeño y la motivación de los estudiantes, justifican la pertinencia del presente estudio. El problema planteado, por tanto, demanda una intervención pedagógica concreta que permita transformar el proceso de enseñanza–aprendizaje mediante recursos gamificados que respondan a las necesidades actuales de los estudiantes.

1.2. Delimitación del problema

Está dirigida a estudiantes de Primero de Bachillerato General Unificado en la especialidad de Electromecánica Automotriz de la Unidad Educativa Fiscomisional Técnico Salesiano de la ciudad de Cuenca, en donde se evidencia que los estudiantes presentan dificultades persistentes para comprender la estructura, interpretar los elementos y aplicar correctamente los métodos de resolución de las ecuaciones cuadráticas y las características de su función.

1.3. Formulación del problema

¿De qué manera el diseño e implementación de una guía didáctica gamificada incide en el aprendizaje de las ecuaciones cuadráticas en los estudiantes de Primero de Bachillerato General Unificado, en la especialidad de Electromecánica Automotriz, de la Unidad Educativa Fiscomisional Técnico Salesiano de la ciudad de Cuenca?

1.4. Preguntas de investigación

- ¿Qué dificultades específicas presentan los estudiantes al trabajar con ecuaciones cuadráticas?

- ¿Qué elementos gamificados son adecuados para potenciar la comprensión y motivación en este contenido?
- ¿Cómo influye la aplicación de una guía gamificada en el rendimiento académico y en la actitud de los estudiantes hacia la asignatura?

1.5. Determinación del tema

Debido a las dificultades presentadas de conceptos algebraicos y métodos de resolución, es necesario diseñar e implementar una guía didáctica gamificada que permita a los estudiantes una mejor comprensión de la estructura algebraica de la ecuación cuadrática, su gráfica y alternativas en su resolución.

1.6. Objetivo general

Diseñar e implementar una guía didáctica gamificada para mejorar el aprendizaje de ecuaciones cuadráticas en estudiantes de primero de Bachillerato General Unificado de la especialidad de Electromecánica Automotriz de la Unidad Educativa Fiscomisional Técnico Salesiano de la ciudad de Cuenca.

1.7. Objetivos específicos

- Diagnosticar el nivel de conocimientos previos de los estudiantes sobre ecuaciones cuadráticas y las características de su función.
- Diseñar una guía didáctica basada en estrategias de gamificación para la enseñanza de ecuaciones cuadráticas y su función.
- Implementar la guía didáctica gamificada en el proceso de enseñanza-aprendizaje con estudiantes de primero de Bachillerato General Unificado en la especialidad de Electromecánica Automotriz.
- Evaluar el aprendizaje de los estudiantes tras la aplicación de la guía didáctica gamificada.

- Analizar los resultados obtenidos para determinar la efectividad de la guía en el aprendizaje de ecuaciones cuadráticas y su función.

1.8. Declaración de las variables (operacionalización)

- **Variable Independiente (VI):** Guía didáctica gamificada ("Álgebra en Juego").

Definición Conceptual: Es una propuesta pedagógica, tecnológica y didáctica diseñada bajo el modelo instruccional ADDIE que integra mecánicas, dinámicas y componentes lúdicos (retos, niveles, recompensas, retroalimentación inmediata, narrativa contextualizada y rankings) para dinamizar el proceso de enseñanza de las ecuaciones cuadráticas y sus funciones mediante el uso de herramientas digitales interactivos (como GeoGebra o Desmos).

- **Variable Dependiente (VD):** Aprendizaje de las ecuaciones cuadráticas y su función.

Definición Conceptual: Es la adquisición integrada de competencias cognitivas, procedimentales y conceptuales que permiten al estudiante reconocer, modelar, resolver ecuaciones y graficar funciones de segundo grado de la forma $ax^2 + bx + c = 0$, coordinando flexiblemente sus diferentes registros de representación semiótica (algebraico, gráfico, numérico y verbal).

Tabla 1

Cuadro de operacionalización de variables

Variable	Definición Operacional	Dimensiones	Indicadores	Instrumentos / Ítems
Variable Independiente (VI):	Se operativiza mediante la planificación y ejecución de	Dimensión Tecnológica / Interactiva	- Uso de herramientas digitales	Ficha de observación de las

Guía didáctica gamificada ("Álgebra en Juego")	las actividades lúdico-digitales programadas en las sesiones de tutoría aplicando el modelo ADDIE, utilizando software educativo y dinámicas de juego.	(GeoGebra/Desmos)	sesiones de clase.
		- Frecuencia de acceso a la plataforma lúdica.	Registros de actividad digital de la guía.
		- Utilización de retroalimentación inmediata en el software.	
		- Cumplimiento de misiones y retos matemáticos.	
Dimensión Lúdico-Motivacional		- Obtención de insignias, recompensas y desbloqueo de niveles.	Encuesta cualitativa sobre percepción de la gamificación aplicada.
		- Ubicación e interés reflejado en el ranking lúdico.	
		- Secuencia de aprendizaje óptimo desarrollada.	Portafolio docente / Guía didáctica.
Dimensión Instruccional (Modelo ADDIE)		- Completitud de las 8 tutorías planificadas.	Lista de cotejo del diseño instruccional.
		- Coherencia de las guías con el currículo oficial.	
Variable Dependiente (VD):	Se operativiza a través de las puntuaciones obtenidas por los estudiantes en las evaluaciones estandarizadas	- Identificación de la forma general de la ecuación $(ax^2 + bx + c = 0)$	Reactivos del Pre-test / Post-test:
			- Ítem 1 (Forma gráfica)

Aprendizaje de las ecuaciones cuadráticas	de diagnóstico (Pre-test) y de salida (Post-test), las cuales miden capacidades matemáticas tanto analíticas como visuales.	- Reconocimiento de los coeficientes a, b, y c. - Reconocimiento de la forma de la parábola. - Resolución por el método de Factorización.	- Ítem 10 (Estructura general) Reactivos del Pre-test / Post-test:
Dimensión Procedimental (Saber Hacer)		- Resolución aplicando la Fórmula General.	- Ítem 3 (Uso de fórmula general)
		- Operaciones con signos y raíces cuadradas. - Determinación del Dominio y Rango a partir del gráfico.	- Ítem 9 (Resolución por factorización)
Dimensión Gráfica / Representación (Coordinación Semiótica)		- Identificación del Vértice y sentido de la curva. - Identificación de intercepto en el eje de las abscisas (x) y ordenadas (y).	

1.9. Justificación

El estudio y resolución de ecuaciones y funciones cuadráticas constituye un eje fundamental del currículo de Matemática en Primero de Bachillerato, pues permite desarrollar habilidades de razonamiento algebraico, pensamiento lógico y capacidad para resolver problemas. Sin embargo, en la Unidad Educativa Fiscomisional Técnico Salesiano de la ciudad de Cuenca, se ha identificado que los estudiantes presentan dificultades

recurrentes relacionadas con la interpretación de los elementos de una ecuación y su función cuadrática, la selección adecuada de métodos de solución y la comprensión del significado de sus resultados. Estas limitaciones generan bajo rendimiento, desmotivación y una actitud negativa hacia la asignatura.

Porque las metodologías tradicionales utilizadas con frecuencia no logran captar el interés de los estudiantes ni promover una comprensión significativa del contenido.

Asimismo, la falta de recursos didácticos innovadores limita las posibilidades de que los estudiantes participen activamente en su propio proceso de aprendizaje. La gamificación, al incorporar elementos de juego como retos, niveles, recompensas y retroalimentación inmediata, se presenta como una alternativa metodológica capaz de transformar el ambiente de aprendizaje y responder a las necesidades motivacionales y cognitivas de los jóvenes.

Por tanto, es necesario diseñar e implementar una guía didáctica gamificada que integre actividades estructuradas, dinámicas lúdicas y recursos interactivos específicamente orientados al aprendizaje de las ecuaciones cuadráticas. Esta propuesta no solo permitirá reforzar los conocimientos, sino también estimular la motivación intrínseca, incrementar la participación y promover un aprendizaje más activo y significativo.

Para mejorar el aprendizaje de las ecuaciones cuadráticas mediante una estrategia que haga más atractivo y comprensible el contenido matemático. También busca:

- Fortalecer el interés y compromiso de los estudiantes con la asignatura.
- Potenciar habilidades algebraicas mediante actividades graduales, retadoras y contextualizadas.
- Transformar el ambiente educativo en un espacio dinámico que favorezca la autonomía y la colaboración.

- Evaluar la incidencia real de la gamificación en el rendimiento académico y en la actitud de los estudiantes.

Finalmente, este estudio es pertinente porque contribuye al campo educativo con una propuesta práctica y replicable, que puede servir como modelo para otras instituciones que enfrentan problemáticas similares en la enseñanza de contenidos algebraicos. Una guía gamificada bien diseñada no solo beneficia el aprendizaje inmediato, sino que también promueve una cultura pedagógica más innovadora y adaptada a los estilos de aprendizaje de las nuevas generaciones.

1.10. Alcance y limitaciones

- **Alcance Poblacional y Geográfico:** La investigación se limita estrictamente a los estudiantes de Primero de Bachillerato General Unificado (BGU), específicamente de la especialidad técnica en Electromecánica Automotriz de la Unidad Educativa Fiscomisional Técnico Salesiano, ubicada en la ciudad de Cuenca, provincia del Azuay. El grupo experimental seleccionado comprende un paralelo de 34 estudiantes matriculados en el período lectivo correspondiente 2025-2026.
- **Alcance Temático / Curricular:** El estudio no abarca la totalidad del programa de álgebra del nivel. Se enfoca de manera específica y profunda en la enseñanza-aprendizaje de las **ecuaciones y funciones cuadráticas de segundo grado de la forma $ax^2 + bx + c = 0$** , abarcando sus métodos de resolución (factorización, fórmula general) y, de forma prioritaria, el análisis funcional y geométrico de la parábola (vértice, dominio, rango y cortes en los ejes cartesianos), fundamentado en la Teoría de los Registros de Representación Semiótica.
- **Alcance Tecnológico-Didáctico:** El proyecto contempla el diseño completo, la validación por juicio de expertos y la implementación de la **Guía Didáctica**

Gamificada denominada "Álgebra en Juego". Tecnológicamente, la propuesta delimita su operatividad al uso de herramientas de software de geometría dinámica libre (como GeoGebra o Desmos) articulados con dinámicas, componentes y mecánicas lúdicas de gamificación (retos, misiones, rankings y recompensas).

- **Limitación de Generalización de Resultados :** Debido a que la investigación se aplica bajo un enfoque cuasi-experimental en un grupo específico y selecto (34 estudiantes de la especialidad de Electromecánica Automotriz en un solo establecimiento técnico de Cuenca), los resultados obtenidos y la efectividad de la guía gamificada no pueden ser generalizados de forma universal para todos los estudiantes de Primero de Bachillerato General Unificado a nivel nacional o en colegios con bachilleratos en ciencias puras.

CAPÍTULO II:

2. Marco teórico referencial

2.1. Antecedentes

2.1.1 Antecedentes históricos

La evolución histórica de los métodos de solución de ecuaciones cuadráticas en las civilizaciones antiguas, sirve como base didáctica para la visualización geométrica del concepto:

- Babilonia (2000 a.C. - 600 a.C.): Primera civilización con registros concretos (tablillas de arcilla como la *BM 13901*) en la resolución de problemas de segundo grado utilizando de manera innata el método de completar cuadrados, limitándose a soluciones con raíces positivas.
- Egipto (3200 a.C. - 31 a.C.): Con un enfoque puramente práctico orientado a la agrimensura y arquitectura, solo abordaron las ecuaciones cuadráticas más básicas de la forma $ax^2 = c$
- Grecia: Introdujo la rigurosidad deductiva demostrando geoméricamente el álgebra (álgebra geométrica). Los Pitagóricos y Euclides (en el *Libro II de los Elementos*) resolvieron ecuaciones cuadráticas de forma geométrica interpretando los términos como áreas de rectángulos y cuadrados.
- Hindúes: Brahmagupta (598-670) sistematizó un método algebraico para resolver la forma $ax^2 + bx + c = 0$. Fue pionero en la aceptación formal del cero, los números negativos y las soluciones con raíces negativas o irracionales.
- Árabes: Al-Khwarizmi (780-850), considerado el padre del álgebra, clasificó las ecuaciones en formas canónicas empleando los métodos de *Al-jabr* (transposición) y *Al-muqabala* (reducción de términos semejantes). Validó sus

soluciones de forma retórica basándose en demostraciones geométricas de completar áreas (mosaicos). (Castro, 2023).

2.1.2 Antecedentes referenciales

Metodología STEAM (Nueva escuela Mexicana)

La metodología STEAM (*Science, Technology, Engineering, Arts, and Mathematics*) se utilizó para estructurar, orientar y sistematizar las actividades de enseñanza-aprendizaje a través de proyectos integrados. Sus aspectos más relevantes son:

2.1.2.1. Enfoque Integrado y Transversal

- **Conexión de disciplinas:** En lugar de abordar los contenidos de manera aislada, la metodología busca afianzar conexiones para resolver problemas cotidianos complejos.
- **Aprendizaje activo:** Se centra en la experimentación directa, el trabajo colaborativo, la toma de decisiones y la autonomía del estudiante.

2.1.2.2. Estructuración de la Intervención Pedagógica (Estrategias por Semanas)

La intervención basada en STEAM se dividió en **seis semanas**, utilizando el contenido curricular de "Medición y cálculo en diferentes contextos" y el pensamiento algebraico:

Tabla 2

Estrategias método STEAM

Semana	Estrategia STEAM Implementada	Propósito y Actividades PDF
1 ^a	Generalización de patrones	Los estudiantes experimentaron con sucesiones numéricas y relaciones entre figuras u objetos para comprender la construcción de expresiones algebraicas.

2 ^a Semana	Graficación de ecuaciones	Análisis visual del comportamiento de ecuaciones lineales y cuadráticas en el plano cartesiano.
3 ^a Semana	Cálculo de volumen de prismas y pirámides	Relación de fórmulas geométricas con estructuras reales de la comunidad, utilizando recursos multimedia.
4 ^a Semana	Teorema de Pitágoras	Medición y cálculo aplicado a estructuras del hogar o la comunidad mediante la comprensión del triángulo rectángulo.
5 ^a Semana	Razones trigonométricas	Comprensión de las relaciones entre ángulos y longitudes en estructuras locales, usando tablas y calculadoras.
6 ^a Semana	Encuentra relaciones de volumen	Comparación de volúmenes de esferas, conos y cilindros aplicados a objetos del entorno (como balones o postes).

2.1.2.3. El Rol del Pensamiento Crítico en STEAM

- **Práctica reflexiva:** La metodología promueve que los estudiantes analicen el origen de los resultados y cuestionen sus propios razonamientos, yendo más allá de la aplicación mecánica de fórmulas.
- **Indagación y deducción:** Estimula la formulación de preguntas, la búsqueda de evidencias y el uso del razonamiento deductivo para que los alumnos autogestionen sus estrategias de resolución de problemas.
- **Debate y colaboración:** La discusión colectiva en los proyectos STEAM ayuda a contrastar perspectivas y superar sesgos cognitivos o preconcepciones matemáticas.

2.1.2.4. Resultados de la Implementación

- Se logró una **comprensión conceptual profunda** del álgebra y la geometría, superando las dificultades iniciales con el algoritmo de la multiplicación.
- Los alumnos mostraron una **mayor motivación** al diseñar físicamente prismas a partir de las fórmulas y al comprobar la utilidad de las matemáticas en problemas cotidianos de su propia comunidad. (MÁG Villegas, 2023).

2.2. Contenido teórico que fundamenta la investigación

2.2.1. Ejes

Se analizan investigaciones previas divididas en tres ejes temáticos:

- Enseñanza de las ecuaciones cuadráticas: Se identifican las limitaciones de la enseñanza tradicional (mecánica y repetitiva). Se destacan propuestas alternativas que incorporan herramientas tecnológicas como *GeoGebra*, Ayudas Hipermediales Dinámicas (AHD) apoyadas en las TIC, o el uso de recursos manipulativos concretos como el *Puzzle Algebraico* para favorecer el aprendizaje conceptual y procedimental.
- Aprendizaje de las ecuaciones cuadráticas: Se resalta la influencia del trabajo colaborativo y el uso de un método holístico o de la lúdica para mitigar el temor o la estigmatización que tradicionalmente experimentan los estudiantes ante el álgebra.
- Aprendizaje en la resolución de problemas: Se concibe la resolución de problemas como el eje organizador del currículo matemático. Se referencian los modelos clásicos de fases para resolver problemas (comprender el problema, concebir un plan, ejecutarlo y examinar la solución).

2.2.2. Teoría de las Situaciones Didácticas - TSD

Fundamentado en los planteamientos de Guy Brousseau, el marco teórico sostiene que el conocimiento matemático no se transmite, sino que el estudiante lo construye adaptándose a un medio diseñado por el docente. Se distinguen los siguientes conceptos clave:

- Situación didáctica: El proceso integral donde el docente proporciona los recursos y el medio para el aprendizaje.
- Situación a-didáctica: El momento clave en el que el estudiante interactúa de forma autónoma con el problema matemático, asumiendo su resolución sin la intervención directa o instruccional del maestro.
- Fases de la TSD:
 1. Acción: El estudiante actúa directamente sobre el medio matemático.
 2. Formulación: Intercambio de información y comunicación de estrategias.
 3. Validación: El estudiante somete a prueba y argumenta la veracidad de su solución ante sus pares.
 4. *Institucionalización*: El docente formaliza y consolida el concepto construido colectivamente.

2.2.3. Las ecuaciones cuadráticas: concepto y características

Las ecuaciones cuadráticas corresponden a expresiones algebraicas de la forma general

$$ax^2 + bx + c = 0$$

y constituyen uno de los contenidos fundamentales en el currículo de matemáticas de Educación Media. Según Larson y Hostetler (2014), este tipo de ecuaciones permiten

modelar fenómenos naturales, físicos y económicos, además de ser la base para el estudio de funciones avanzadas. La posibilidad de presentar dos soluciones reales, una solución real doble o dos soluciones complejas convierte a las ecuaciones cuadráticas en un tópico clave para desarrollar habilidades algebraicas de razonamiento y análisis.

2.2.4. Importancia del estudio de ecuaciones cuadráticas en el aprendizaje matemático

De acuerdo con el Ministerio de Educación (2016), la enseñanza de ecuaciones cuadráticas promueve competencias como el razonamiento lógico, la resolución de problemas y la interpretación de situaciones matemáticas del entorno. Por ello, su dominio es relevante no solo en el ámbito académico, sino también en la formación integral de los estudiantes.

El álgebra ocupa un lugar central en la matemática escolar, ya que contribuye al desarrollo del razonamiento algebraico, entendido como la capacidad de generalizar, expresar relaciones mediante símbolos y operar con ellos. Dentro de este campo, la ecuación cuadrática es uno de los contenidos más relevantes, no solo por su presencia en los programas de estudio, sino también por su relación con otros temas matemáticos y con diversas disciplinas, como la física, la ingeniería y el diseño.

Las ecuaciones cuadráticas son fundamentales porque permiten modelar y resolver situaciones de la vida real, por ejemplo, problemas de áreas, trayectorias de objetos o fenómenos físicos. Esta relevancia curricular y aplicada justifica que su enseñanza no se limite a la ejecución de algoritmos, sino que se oriente hacia una comprensión profunda del concepto y de sus múltiples relaciones matemáticas. Hernández-Yáñez, García-García y Campo-Meneses (2023)

2.2.5. Métodos de resolución de ecuaciones cuadráticas

La literatura identifica diversos procedimientos para resolver ecuaciones cuadráticas. Stewart (2016) indica que los métodos más utilizados en educación media son:

- **Factorización:** Recomendable cuando la ecuación puede escribirse como el producto de dos binomios. Favorece la comprensión del concepto de raíces de una función.

- **Completación de cuadrados:** Método algebraico que transforma la ecuación original en una identidad cuadrática perfecta. Es clave para comprender la deducción de la fórmula general.

- **Fórmula general:**

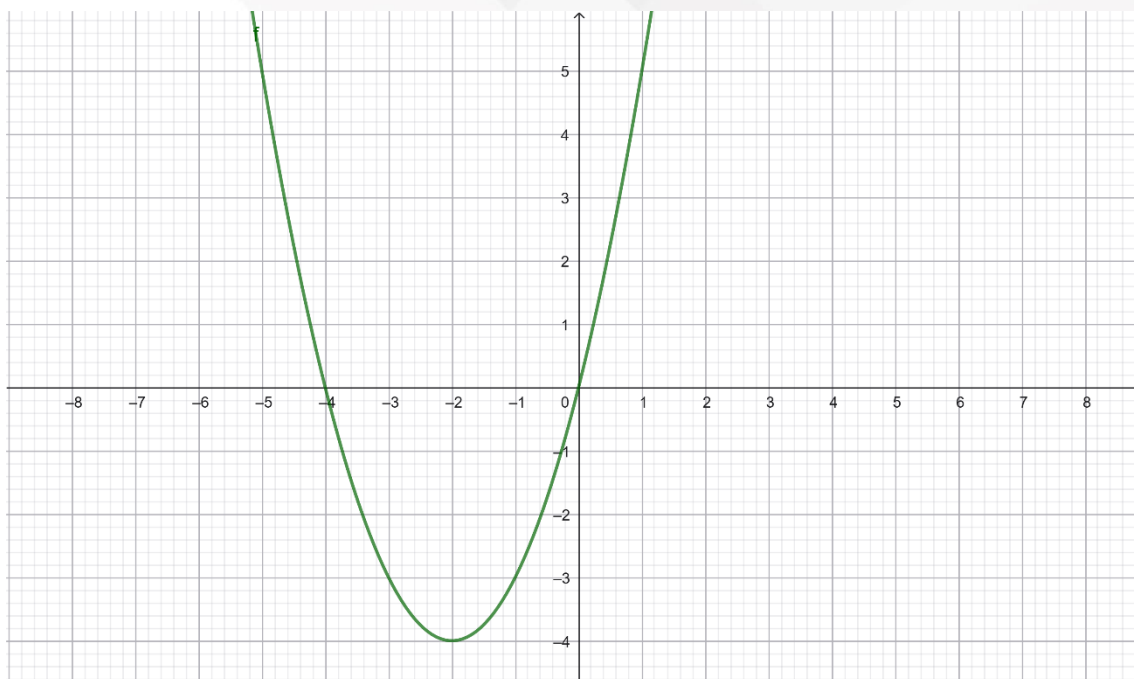
$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Este procedimiento es universal y permite resolver cualquier ecuación cuadrática (Larson & Hostetler, 2014).

- **Método gráfico:** Se basa en la representación de la función cuadrática y la interpretación de sus interceptos con el eje x. Favorece la visualización y la interpretación conceptual del problema.

Fig. 1

Gráfica de una función cuadrática. $f(x) = x^2 + 4x$ cuando $f(x)=0$



Según Contreras (2018), la enseñanza equilibrada de estos métodos contribuye a un aprendizaje flexible, evitando que el estudiante dependa exclusivamente de procedimientos mecánicos.

El sustento teórico de esta propuesta se encuentra en la Teoría de los Registros de Representación Semiótica (TRRS) desarrollada por Raymond Duval. Esta teoría sostiene que la comprensión de los objetos matemáticos depende de la capacidad de los estudiantes para coordinar diferentes representaciones de un mismo concepto, tales como expresiones algebraicas, gráficas, tablas numéricas y situaciones contextuales. Los resultados obtenidos muestran que el uso de herramientas tecnológicas favorece la articulación de estos registros de representación, permitiendo que los estudiantes relacionen la función cuadrática con múltiples formas de representación y desarrollen una comprensión más profunda del concepto.

Posteriormente, el documento presenta los resultados de un proyecto denominado “El análisis de contenido matemático como herramienta para la construcción de modelos pedagógicos: El caso de la función cuadrática”, desarrollado por Gómez y Carulla. En esta

investigación se realizó un análisis de la manera en que la función cuadrática es enseñada en la educación secundaria. Para ello, los participantes entrevistaron docentes, analizaron documentos oficiales, revisaron libros de texto y reflexionaron sobre sus propias experiencias de enseñanza.

Los hallazgos revelan que la enseñanza tradicional de la función cuadrática suele centrarse principalmente en la ecuación cuadrática y los procedimientos algebraicos para resolverla, dejando en segundo plano la comprensión funcional del concepto. Se observa que el análisis simbólico se limita frecuentemente a la forma estándar de la función, mientras que el análisis gráfico se enfoca únicamente en identificar elementos de la parábola, sin establecer relaciones significativas con otras representaciones. Asimismo, el sistema de representación numérico es utilizado únicamente como un puente entre las representaciones algebraicas y gráficas, y las aplicaciones contextualizadas suelen aparecer solo como motivación inicial o como actividad final, sin integrarse de manera profunda al proceso de aprendizaje.

Presenta una investigación basada en la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD), cuyo objetivo es analizar cómo se aborda la función cuadrática en libros de texto utilizados en la formación de estudiantes de economía. Para ello, se utiliza la noción de praxeología, que permite identificar las organizaciones matemáticas presentes en los materiales educativos mediante el análisis de tareas, técnicas y fundamentos teóricos.

En esta investigación se identifican tareas relacionadas con la función cuadrática y se evalúa el grado de completitud de la organización matemática propuesta. Además, se consideran investigaciones previas sobre las dificultades de aprendizaje asociadas a este contenido para establecer criterios de valoración.

En este enfoque, los estudiantes participan en secuencias didácticas diseñadas específicamente para analizar fenómenos que pueden representarse mediante funciones cuadráticas. Estas actividades permiten que los alumnos comprendan los aspectos

variacionales de la función y desarrollen habilidades para interpretar situaciones reales utilizando herramientas matemáticas.

La investigación se aplicó a estudiantes de los primeros años de bachillerato, aproximadamente entre los 15 y 16 años de edad, y se fortaleció mediante la metodología de experimentos de diseño, la cual permite ajustar y perfeccionar las estrategias didácticas a partir de la observación continua del aprendizaje de los estudiantes. El marco teórico que respalda esta propuesta es la Socioepistemología, corriente que enfatiza la construcción social del conocimiento matemático y la importancia de las prácticas humanas en la generación y comprensión de conceptos matemáticos.

2.2.6. Trinomios cuadrados perfectos

El concepto de trinomio cuadrado perfecto constituye una base indispensable para el método de completar el cuadrado. Un trinomio cuadrado perfecto es una expresión algebraica que puede escribirse como el cuadrado de un binomio.

El reconocimiento de estos patrones favorece el desarrollo del pensamiento algebraico y permite establecer relaciones entre diferentes formas de representación simbólica.

La identificación de estructuras algebraicas es una habilidad que contribuye significativamente a la comprensión de procesos matemáticos más avanzados.

2.2.7. Dificultades comunes en el aprendizaje de ecuaciones cuadráticas

Diversos estudios han evidenciado dificultades recurrentes en los estudiantes al aprender a resolver ecuaciones cuadráticas. Cordero y Flores (2017) señalan que los errores más frecuentes se relacionan con operaciones algebraicas, confusión de signos, dificultades en la factorización y uso incorrecto de la fórmula general. Estos obstáculos suelen originarse en una enseñanza centrada en la mecanización, sin un énfasis suficiente en la comprensión conceptual.

- FORMULA CUADRATICA

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

- SUSTITUIR LOS VALORES $a=2$, $b=3$, $c=1$

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \cdot 2 \cdot 1}}{2 \cdot 2}$$

- SIMPLIFICAR

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{9-8}}{4} = \frac{-3 \pm \sqrt{1}}{4}$$

- SEPARAR LAS DOS OPCIONES

$$x = \frac{-3+1}{4} \quad y \quad x = \frac{-3-1}{4}$$

- RESOLVER

$$x = -\frac{1}{2} \quad y \quad x = -1$$

Según los autores, estas dificultades no se reducen a errores operativos, sino que están ligadas a problemas de comprensión conceptual. Entre las principales dificultades se mencionan:

- Falta de significado del concepto de ecuación cuadrática;
- Dificultad para reconocer el papel de la incógnita como elemento central;
- Uso inadecuado de métodos de resolución;
- Tendencia a aplicar procedimientos mecánicos sin comprender su fundamento;
- Intentos de factorizar ecuaciones que no son factorizables;
- Dependencia excesiva de la fórmula general como único método de resolución.

Estas dificultades muestran la necesidad de desarrollar en los estudiantes conocimientos conceptuales y procedimentales de manera integrada, de forma que comprendan no solo *cómo* resolver una ecuación cuadrática, sino también qué representa, por qué se resuelve de cierta manera y cómo se relaciona con otros conceptos.

Este punto es muy importante porque permite sostener que el problema del aprendizaje de las ecuaciones cuadráticas no es exclusivamente de cálculo, sino de

comprensión matemática, representación, interpretación y conexión entre ideas. Hernández-Yáñez, García-García y Campo-Meneses (2023)

2.2.8. FUNCIÓN CUADRÁTICA

El Problema Central y Dificultades de los Estudiantes

- **Concepción errónea de altura:** Muchos estudiantes asocian intuitivamente el máximo con "el valor más alto" o la parte más alta de una gráfica, y el mínimo con "el valor más bajo" o la parte más baja. Sin embargo, la definición correcta se refiere al punto donde la función toma el mayor o menor valor posible del rango para un determinado valor de x en el dominio.
- **Dependencia exclusiva del Cálculo:** Existe la creencia arraigada de que los extremos de una función solo se pueden encontrar si la derivada es igual a cero (criterio de la segunda derivada). El documento resalta que existen otros métodos algebraicos y gráficos para identificarlos (como el uso de las coordenadas del vértice).
- **Obstáculos en la conversión:** Los estudiantes presentan serias dificultades para traducir o realizar conversiones entre el registro de la lengua natural (enunciados verbales), el registro gráfico cartesiano y el registro simbólico algebraico.
- **Enseñanza monorregistro:** Tradicionalmente se privilegia una enseñanza basada en un solo registro (operativa, rutinaria y descontextualizada), lo que limita la comprensión conceptual e impide que el estudiante reconozca el mismo objeto matemático en sus diferentes representaciones.

Teoría de Raymond Duval

- **Coordinación de registros:** Basado en la Teoría Semiótica y Cognitiva de Duval, se postula que para alcanzar una verdadera comprensión de un objeto matemático es

indispensable articular o coordinar simultáneamente al menos dos registros de representación.

- **Transformaciones fundamentales:** La actividad matemática requiere de dos tipos de transformaciones cognitivas:
 - **Tratamiento:** Operaciones internas que se realizan dentro de un mismo registro (ej. transformar una expresión algebraica polinómica a su forma canónica).
 - **Conversión:** Transformaciones externas que consisten en cambiar de un registro de representación a otro (ej. pasar del enunciado verbal en lengua natural a una gráfica o tabla).
- **Importancia de la Lengua Natural:** Se promueve el registro de la lengua natural como el punto de partida que facilita la justificación de procesos y la discriminación de variables lingüísticas (marcas que permiten segmentar y entender el problema).

Aspectos Disciplinarios de la Función Cuadrática

- **Formas de representación:** Para facilitar el análisis del máximo o mínimo, el documento señala que la función cuadrática se puede expresar a través de diferentes representaciones algebraicas:
 - **Forma polinómica:** $y = ax^2 + bx + c$
 - **Forma canónica:** $f(x) = a(x - h)^2 + k$. Esta última es especialmente útil porque permite identificar directamente las coordenadas del vértice (h, k).
- **Determinación del extremo:** El comportamiento del parámetro " a " define la naturaleza del extremo:

- Si $a > 0$, la parábola abre hacia arriba y el vértice representa un **punto mínimo**.
- Si $a < 0$, la parábola abre hacia abajo y el vértice representa un **punto máximo**.
- Por último, la implementación de situaciones didácticas estructuradas de forma "multirregistro" (utilizando lenguaje natural, gráficos cartesianos, expresiones algebraicas y tablas) demostró ser efectiva para que los estudiantes de grado undécimo superaran el aprendizaje puramente mecánico.
- A través de este enfoque didáctico y de la metodología de Investigación Acción Participativa (I.A.P.), los estudiantes lograron un acercamiento exitoso a la comprensión inicial de los conceptos de máximo y mínimo, aprendiendo a identificar variables y a calcular el vértice coordinando diferentes registros de representación. (Rojas, 2020).

2.2.9. Uso de tecnologías digitales en la enseñanza de ecuaciones cuadráticas

El papel de la tecnología como mediadora del aprendizaje ha cobrado gran importancia en los últimos años. Herramientas como GeoGebra o Desmos permiten manipular parámetros de la función cuadrática y observar de manera inmediata los cambios en su representación gráfica. Según Hohenwarter y Lavicza (2017), estos recursos fortalecen el razonamiento visual y promueven el aprendizaje autónomo mediante la exploración interactiva.

Las plataformas digitales también permiten retroalimentación inmediata, lo cual es fundamental para corregir errores y afianzar el aprendizaje procedimental y conceptual (Richardson, 2019).

2.2.10. Desarrollo del pensamiento algebraico en torno a las ecuaciones cuadráticas

El estudio de ecuaciones cuadráticas potencia habilidades esenciales del pensamiento algebraico, como la abstracción, la generalización y la simbolización. Kaput (2008) enfatiza que el pensamiento algebraico no solo implica operar con símbolos, sino comprender relaciones, patrones y funciones, aspectos totalmente presentes en la resolución de ecuaciones cuadráticas.

De este modo, el aprendizaje de este contenido contribuye directamente a la formación matemática integral del estudiante y a su preparación para niveles superiores como precálculo y cálculo.

El aprendizaje de la función cuadrática representa una transición significativa entre los conceptos algebraicos elementales y los modelos matemáticos más complejos. A través de ella, los estudiantes pueden comprender relaciones de variación no lineal, analizar comportamientos de crecimiento y decrecimiento, identificar máximos y mínimos, así como interpretar fenómenos de optimización presentes en situaciones reales.

Diversos autores coinciden en señalar que la comprensión de la función cuadrática no debe limitarse al manejo de procedimientos algebraicos, sino que debe incluir la interpretación de sus propiedades, el análisis de sus representaciones y la aplicación de modelos matemáticos a contextos reales.

2.3. Caso de investigación

"Procesos aplicados por los estudiantes en la resolución de problemas matemáticos: estudio de caso sobre la función cuadrática"

2.3.1 Metodología de la Investigación

La metodología aplicada en este estudio se estructuró bajo los siguientes parámetros:

- **Enfoque y Tipo de Investigación:** Es de tipo descriptivo-cuantitativo.

- **Diseño:** Se enmarca en un diseño cuantitativo no experimental y de tipo transeccional descriptivo. Es no experimental porque se observó el fenómeno en su contexto de origen sin intervenir en las clases de funciones de los estudiantes; y transeccional porque los datos se recolectaron en un único momento temporal.
- **Población y Muestra:** La población consistió en dos cursos de primer año de bachillerato (estudiantes de 15 a 17 años) de una institución privada en el norte de Quito, Ecuador. A través de un muestreo no probabilístico intencionado, se seleccionó una muestra final de 38 estudiantes.
- **Instrumentos de Recolección de Datos:** Se utilizaron dos herramientas principales:
 - **Cuestionario:** Compuesto por cuatro situaciones problemáticas contextualizadas cuya resolución requería el uso de funciones cuadráticas. Su fin fue evaluar la capacidad de reflexión y la aplicación de estrategias por parte del alumnado.
 - **Entrevista semiestructurada:** Conformada por trece preguntas dirigidas a indagar y complementar los procesos cognitivos, estrategias y técnicas declarados por los estudiantes que no quedaron explícitos de forma escrita.

2.3.2. Puntos Más Importantes de la Investigación

Fundamentación Teórica: La investigación se basa en la teoría del aprendizaje significativo de David Ausubel. Bajo esta perspectiva, se contrasta el *aprendizaje significativo* (relación reflexiva y crítica de nuevos conocimientos con conceptos previos) frente al *aprendizaje mecánico* (memorización sin sentido de fórmulas o algoritmos).

Diferenciación entre Estrategia y Técnica: Los autores aclaran que una estrategia implica un proceso reflexivo y consciente de toma de decisiones frente a un problema, mientras que la técnica se reduce a un conjunto de pasos o fórmulas aplicadas mecánicamente. La falta de estrategia conduce directamente a la ejecución de técnicas memorizadas.

Bajo Uso de Conocimientos Previos: Se identificó que la utilización de conocimientos previos por parte de los estudiantes se situó en un nivel "medio bajo" (solo el 30% en promedio de presencia del indicador). Los alumnos admitieron en las entrevistas que comienzan a resolver los problemas leyendo directamente y aplicando fórmulas de inmediato, sin evocar saberes previos.

Dificultad para Diseñar Estrategias: Aunque una gran mayoría de los alumnos (79%) logró organizar los datos de los enunciados antes de comenzar, el promedio general del indicador sobre "aplicación de estrategias" fue medio bajo (39%). Los estudiantes mostraron incapacidad para trazar y justificar un procedimiento estructurado que diera sentido al problema.

Predominio del Aprendizaje Mecánico: El indicador sobre aplicación memorística de técnicas de resolución fue extremadamente alto (80%). Un 92% de la muestra simplemente escribió la fórmula del vértice y substituyó los valores de forma directa, dándole una prioridad casi exclusiva al uso de fórmulas sin comprender su trasfondo.

Ausencia de Interpretación: Un 82% de los estudiantes no logró interpretar el significado de los resultados numéricos que obtuvieron y un 71% limitó sus respuestas puramente a un número frío y aislado sin contexto.

El estudio concluye que los estudiantes de bachillerato tienden predominantemente a adquirir un **aprendizaje mecánico y memorístico** de las matemáticas. Aunque mecánicamente pueden aplicar pasos algebraicos (como factorizar o substituir en fórmulas) para llegar a un resultado numérico, no reflexionan ni comprenden el significado de dichos resultados dentro de un problema de la vida real. Los autores recomiendan que los profesores implementen estrategias didácticas enfocadas en rescatar los conocimientos previos para favorecer un aprendizaje realmente significativo. (Arias-Rueda J.H., C.A & Hernandez, 2020).

2.4. Modelo instruccional ADDIE

¿Qué es el Modelo ADDIE?

- **Definición e interactividad:** Es definido como un proceso de diseño instruccional interactivo en el que los resultados de la evaluación formativa o educativa de cada fase sirven como base para regresar a cualquiera de las etapas anteriores, ya que el resultado final de una fase es el inicio de la siguiente.
- **Origen:** Se desarrolló originalmente en 1970 para entrenamientos militares, compuesto inicialmente por las fases de analizar, diseñar, desarrollar, implementar y controlar. Tras sucesivas revisiones, la fase de "control" se transformó en la de "evaluación".
- **Enfoque:** Posee un objetivo sistemático centrado rigurosamente en el estudiante, sirviendo de referencia para guiarlo en la creación de aprendizajes y habilidades dentro de un entorno guiado.

Las 5 Fases del Modelo ADDIE y sus Actividades

El modelo se compone de cinco fases secuenciales y sistémicas:

1. Análisis

- **Propósito:** Identificar las causas probables de las brechas de desempeño para determinar si la instrucción es la solución adecuada (aplicable solo si la falta es por conocimiento y no por motivación o recursos).
- **En el proyecto:** Se diagnosticaron las fallas e individualidades en el área de matemáticas tanto en docentes como en estudiantes. Esto llevó a la unificación de objetivos, contenidos y la reestructuración de la malla curricular en la plataforma virtual.

2. Diseño

- **Propósito:** Traducir los objetivos instruccionales en resultados de desempeño tangibles, determinar las unidades temáticas, calcular el tiempo requerido para cada una y plantear el método de evaluación.

- En el proyecto: Se reorganizó el contenido integrado a la malla curricular mediante hilos conductores, metas de comprensión (cognitivas, procedimentales y actitudinales), preguntas problema y planes trimestrales de contenidos académicos.

3. Desarrollo

- Propósito: Generar y validar los recursos de aprendizaje necesarios, produciendo tanto los materiales físicos/digitales como las actividades para la ejecución del programa.

- En el proyecto: Se elaboró el material de clase estructurado bajo el nombre de Unidad Didáctica por trimestre. Esta guía se dividió de forma amigable en desempeños, preguntas problematizadoras, tópicos generativos, referencias web, conceptos puntuales y actividades.

4. Implementación

- Propósito: Preparar efectivamente el ambiente de aprendizaje, lo cual incluye capacitar y preparar tanto al profesor como al estudiante.

- En el proyecto: Los docentes recibieron capacitación en herramientas tecnológicas y se dispuso de un colaborador de soporte técnico para el uso óptimo de la plataforma Moodle. De igual forma, se capacitó a los estudiantes y se abrieron espacios de diálogo sincrónicos virtuales para resolver dudas.

5. Evaluación

- Propósito: Medir la calidad de los productos y de los procesos instruccionales a través de tres pasos: determinar criterios, seleccionar herramientas y realizar la evaluación propiamente dicha.

- En el proyecto: Se estableció un proceso de autoevaluación a conciencia para el alumno (calificación de 1.0 a 5.0), evaluaciones aplicadas por el docente (con un 73% de aceptación estudiantil) y el seguimiento riguroso de cada una de las fases del modelo para analizar los resultados globales conseguidos. (Casas, Parra, Moreno, 2021).

CAPÍTULO III:

3. Diseño metodológico

Tipo y diseño de investigación.

- **Enfoque de Investigación: Mixto (Cuan-Cual)**

Cuantitativo: Esencial para medir la incidencia en el aprendizaje de las ecuaciones cuadráticas. Se realizará mediante la recolección de datos numéricos e interpretación de los mismos a través de un pre-test y un post-test.

Cualitativo: Necesario para evaluar la percepción de la gamificación, la motivación de los estudiantes y el proceso de implementación de la guía didáctica a través de la observación.

- **Tipo y Diseño de Investigación**

Tipo: Aplicada y tecnológica (diseño de un producto pedagógico).

Diseño: Cuasi-experimental con pre-test y post-test. Idealmente, se trabajará con un paralelo de Primero de Bachillerato de la especialidad de Electromecánica Automotriz: como pre-experimental (un solo grupo con medición antes y después).

3.1.La población

3.1.1 Características de la población

Selección no probabilística por conveniencia, se investigó a un paralelo de los primeros de Bachillerato de la Unidad Educativa Fiscomisional Técnico Salesiano de la ciudad de Cuenca, que consta de 34 estudiantes, que constan de 32 varones y 2 mujeres en la especialidad de Electromecánica Automotriz.

3.1.2 Delimitación de la población

La población objeto de estudio para la presente investigación está constituida por la totalidad de estudiantes matriculados en el primer año de Bachillerato General Unificado (BGU) de la especialidad de Electromecánica Automotriz de la Unidad Educativa Fiscomisional Técnico Salesiano, ubicada en la ciudad de Cuenca, provincia del Azuay.

A continuación, se detallan las características sociodemográficas y académicas que definen a la población participante:

- **Tamaño de la población:** Un total de 34 estudiantes legalmente matriculados en un solo paralelo del nivel mencionado.
- **Distribución por género:** La población presenta una distribución marcadamente masculina, típica del área técnica automotriz, conformada por 32 varones (94.12%) y 2 mujeres (5.88%).
- **Especialidad académica:** Bachillerato Técnico con mención en Electromecánica Automotriz, quienes cursan de forma simultánea el tronco común de asignaturas (donde se incluye la materia de Matemática y el estudio de las ecuaciones cuadráticas y funciones) junto con sus módulos formativos técnicos.

Al trabajar con el universo total de este paralelo seleccionado de forma intencional por el investigador, no se realizó un proceso de extracción muestral adicional; por lo tanto, la población y la muestra coinciden en su totalidad para efectos de la aplicación del diagnóstico, la implementación de la guía gamificada y la posterior evaluación del aprendizaje.

3.2. Análisis de la situación actual.

El principal objetivo de esta investigación ha sido conocer las técnicas metodológicas que los estudiantes usan para adquirir los conocimientos en cuanto a la resolución algebraica correcta de una ecuación, función cuadrática y su representación gráfica.

La Unidad Educativa Fiscomisional Técnico Salesiano de la ciudad de Cuenca, cuenta con los niveles desde el primer año de educación general básica con niños de cinco años, hasta tercero de bachillerato con jóvenes de aproximadamente dieciocho años.

Los estudiantes de bachillerato en todas sus especialidades necesitan indispensablemente bases matemáticas y métodos algebraicos adecuados para los distintos métodos de resolución de problemas.

3.3.Diseño

3.3.1. Propuesta de solución

"Álgebra en Juego: Implementación de una Guía Didáctica Interactiva Basada en Mecánicas de Gamificación para el Fortalecimiento del Aprendizaje de Ecuaciones Cuadráticas en Primero de Bachillerato".

3.3.2. Definición clara del problema

En la Unidad Educativa Fiscomisional Técnico Salesiano de la ciudad de Cuenca, los estudiantes de Primero de Bachillerato General Unificado (específicamente en la especialidad técnica de Automotriz) presentan serias dificultades en la comprensión y resolución de ecuaciones cuadráticas. El problema se manifiesta en un bajo rendimiento académico, una marcada dependencia de procedimientos mecánicos, errores recurrentes en operaciones y signos, e intentos fallidos de aplicar métodos como factorización, fórmula general y completación de cuadrados sin entender su fundamento conceptual. Esta situación se ve agravada por metodologías tradicionales de enseñanza basadas en clases expositivas y ejercicios repetitivos, lo que genera desmotivación, baja participación y una actitud negativa hacia la asignatura.

Es un problema crítico porque este contenido es fundamental para el desarrollo del razonamiento algebraico y la base indispensable para abordar asignaturas de niveles superiores y la formación técnica de sus especialidades.

3.3.3. Propuesta de solución concreta.

Diseñar y ejecutar una Guía Didáctica Gamificada estructurada digitalmente a través del modelo instruccional ADDIE. La intervención abandonará las explicaciones puramente magistrales para estructurar el contenido de las ecuaciones cuadráticas en una secuencia de aprendizaje óptima dividida por misiones y niveles de complejidad progresiva.

La guía incorporará los siguientes elementos concretos:

- Mecánicas de juego: Retos matemáticos individuales y colectivos, sistemas de puntuación, insignias de logro por resolver métodos específicos (factorización, completación, gráficos) y un ranking general para promover la autoevaluación.
- Articulación tecnológica: Integración de herramientas de geometría dinámica (como GeoGebra o Desmos) para que los estudiantes manipulen parámetros y coordinen registros de representación de forma visual (conectar la fórmula algebraica con los cortes de la parábola en el eje x).
- Retroalimentación inmediata: El software notificará de forma instantánea si las respuestas son correctas o incorrectas, guiando al estudiante en la corrección autónoma de sus errores algorítmicos.

3.3.4. Propósito de la propuesta

El propósito de implementar esta guía es transformar el proceso de enseñanza-aprendizaje de las ecuaciones cuadráticas para lograr que el 100% de los estudiantes de la muestra logren una comprensión conceptual y procedimental profunda de la materia. Específicamente, se busca incrementar la motivación intrínseca, eliminar el uso memorístico de fórmulas, potenciar la autonomía y elevar el rendimiento académico de los alumnos,

evidenciado a través de un contraste significativo entre los resultados del pre-test y el post-test.

3.3.5. Enfoque pedagógico que sustenta la solución

La propuesta se fundamenta principalmente en la Teoría de los Registros de Representación Semiótica (TRRS) de Raymond Duval, combinada con principios del Constructivismo Matemático y la Gamificación Educativa. El enfoque se centra en que el alumno no es un receptor pasivo, sino un agente activo que construye su conocimiento matemático al coordinar y transitar flexiblemente entre distintos registros: el registro verbal (enunciado), el algebraico (la ecuación $ax^2 + bx + c = 0$) y el gráfico (la representación de la parábola y sus cortes en el eje x). El juego actúa como el motor motivacional y el entorno interactivo que sostiene este esfuerzo cognitivo.

3.4.Desarrollo

BIENVENIDO A LA AVENTURA: LA NARRATIVA DEL REINO CUADRÁTICO

Imagina que eres el jefe de ingeniería en un taller de alta competencia automotriz. Cada decisión que tomas, desde la curvatura de un pistón hasta la trayectoria de aceleración de un vehículo, sigue un camino perfecto en el espacio: una **parábola**.

En este manual, no resolverás ejercicios de manera mecánica o memorística. Tu misión es entender la anatomía de estas curvas, aprender a desarmarlas usando el álgebra y conquistar cada nivel para obtener el rango de **Maestro de la Modelación Cuadrática**. Cada sección es una misión; léela con atención, asimila las propiedades y prepárate para los retos.

MISIÓN 1: ANATOMÍA Y PROPIEDADES DE LA PARÁBOLA

Para dominar una ecuación cuadrática, primero debes aprender a identificarla en su estado natural. Una ecuación cuadrática es una expresión algebraica que siempre sigue esta forma general:

$$ax^2 + bx + c = 0$$

Donde a, b y c son números reales, y obligatoriamente $a \neq 0$. El término ax^2 es el término cuadrático, bx es el término lineal y c es el término independiente.

Para comprender verdaderamente una ecuación, debes ser capaz de verla desde diferentes perspectivas: su fórmula (registro algebraico) y su dibujo (registro gráfico). Esta capacidad de conectar la fórmula con el gráfico se conoce como la coordinación de registros semióticos.

1. El Vértice (V)

El vértice es el punto más importante de la parábola. Representa el "punto de inflexión":

- Si la parábola se abre hacia arriba (cuando $a > 0$), el vértice es el **punto mínimo** (el fondo de un valle).
- Si la parábola se abre hacia abajo (cuando $a < 0$), el vértice es el **punto máximo** (la cima de una montaña).

Fórmula analítica: Las coordenadas del vértice $V(h, k)$ se calculan mediante:

$$h = \frac{-b}{2a}$$

$$k = f(h) = ah^2 + bh + c$$

2. Cortes con los Ejes (Interceptos)

- **Corte con el eje y (Ordenada al origen):** Es el punto exacto donde la curva cruza la línea vertical. Encontrarlo es muy sencillo: ocurre cuando $x = 0$. Al sustituir $x=0$ en $ax^2 + bx + c$, verás que el resultado siempre es c . Por lo tanto, el corte con el eje y siempre es el punto $(0, c)$.
- **Cortes con el eje x (Raíces o Soluciones):** Son los puntos donde la parábola cruza la línea horizontal. Una ecuación cuadrática puede cruzar el eje x en **dos puntos**, en **un solo punto** (el vértice toca el eje) o en **ningún punto** (la parábola flota por encima o por debajo del eje).

3. Dominio y Rango

- **Dominio:** Son todos los valores de x que la función puede tomar. En las funciones cuadráticas elementales, la parábola se extiende infinitamente hacia la izquierda y la derecha. Por lo tanto, su Dominio son siempre todos los números reales:

$$Dom f = (-\infty, +\infty)$$

- **Rango:** Son todos los valores de y que la curva realmente utiliza. Depende directamente del vértice y del signo de a :

- Si $a > 0$, el rango va desde el vértice hacia el infinito positivo:

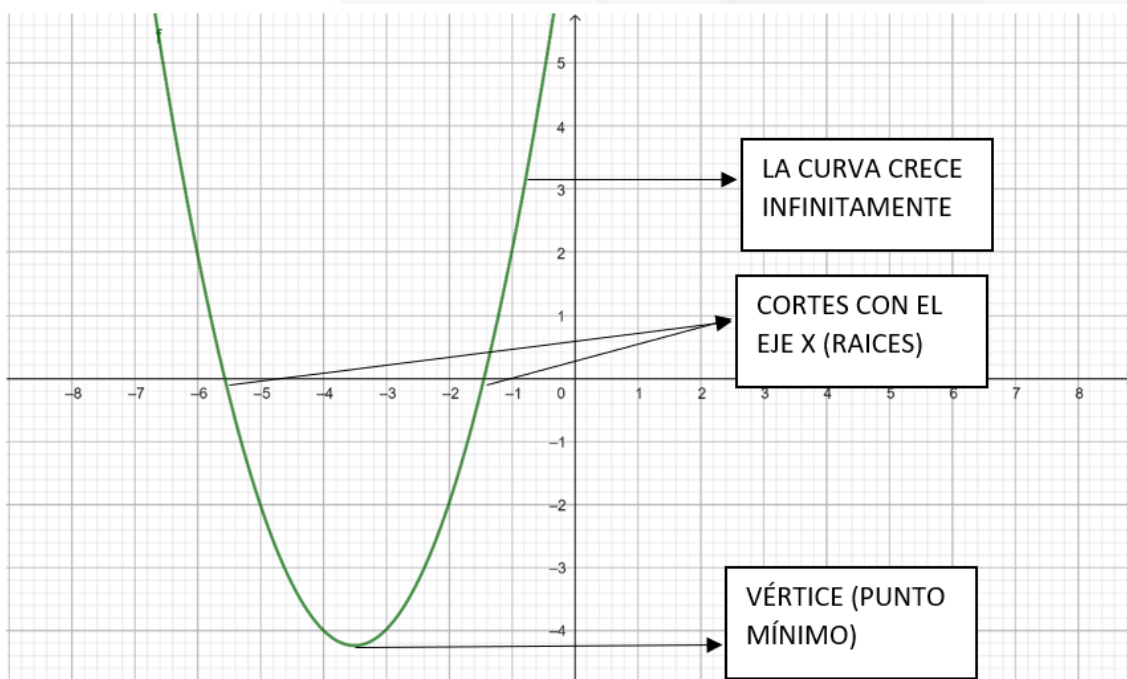
$$Ran f = [k, +\infty)$$

- Si $a < 0$, el rango viene desde el infinito negativo hasta el vértice:

$$Ran f = (-\infty, k]$$

Fig. 2

Diagrama Conceptual de la Parábola estándar ($a > 0$)



MISIÓN 2: EL ARTE DE DESARMAR TRINOMIOS (FACTORIZACIÓN)

Cuando una ecuación cuadrática tiene soluciones enteras o racionales fáciles de identificar, el método de **Factorización** es la herramienta más veloz. Factorizar significa transformar una suma algebraica complicada en una multiplicación de dos binomios simples.

El patrón del Trinomio Cuadrado Perfecto (TCP)

Un trinomio cuadrado perfecto es una expresión que nace de elevar un binomio al cuadrado:

$$(x + d)^2 = x^2 + 2dx + d^2$$

Aprender a reconocer estos patrones te permitirá simplificar expresiones complejas de un solo vistazo.

Paso a paso para resolver por Factorización $x^2 + bx + c = 0$

1. **Iguala a cero:** Asegúrate de que todos los términos estén en el lado izquierdo y el cero en el derecho.
2. **Prepara los paréntesis:** Abre dos juegos de paréntesis: $(x,) (x,) = 0$
3. **Regla de Signos:**
 - El signo del primer paréntesis es el signo de b.
 - El signo del segundo paréntesis es la multiplicación de los signos de b y c.
4. **El Juego de los Números:** Busca dos números enteros (r_1 y r_2) que cumplan dos condiciones simultáneas:
 - Multiplicados den el valor de c ($r_1 * r_2 = c$)
 - Sumados (si los signos de los paréntesis son iguales) o restados (si son diferentes) den el valor de b.
5. **Aislar las raíces:** Coloca los números en los paréntesis: $(x + r_1)(x + r_2) = 0$ Para que una multiplicación dé cero, uno de los factores debe ser cero. Por lo tanto, igualas cada paréntesis a cero por separado y despejas x:

$$x + r_1 = 0 \quad \gg \quad x_1 = -r_1$$

$$x + r_2 = 0 \quad \gg \quad x_2 = -r_2$$

¿Por qué usarlo? Porque te da una conexión directa entre los factores algebraicos y el lugar exacto donde la parábola corta el eje x.

MISIÓN 3: EL ESCUDO UNIVERSAL (FÓRMULA GENERAL)

¿Qué ocurre si los números del trinomio son decimales, fracciones o simplemente la ecuación no se puede factorizar? No te preocupes. Para esos casos, tienes el **Escudo Universal**: la Fórmula General. Este método resuelve absolutamente **cualquier** ecuación cuadrática que exista.

La fórmula matemática es:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

El Secreto del Discriminante (Δ)

Antes de hacer todo el cálculo largo, existe una parte dentro de la raíz que actúa como un radar mecánico predictivo: el discriminante. Se representa con la letra griega delta (Δ) o simplemente como:

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

Al calcular este pequeño número, sabrás el destino de la parábola antes de dibujarla:

1. **Si $\Delta > 0$:** La ecuación tiene **dos soluciones reales y distintas**. La parábola cortará el eje x en dos puntos diferentes.
2. **Si $\Delta = 0$:** La ecuación tiene **una sola solución real (doble)**. Significa que el propio vértice de la parábola está apoyado exactamente sobre el eje x .
3. **Si $\Delta < 0$:** La ecuación tiene **soluciones complejas/imaginarias**. Gráficamente, la parábola flota en el plano y jamás llega a tocar el eje x .

Guía de Reparación: Paso a paso sin errores de signos

La mayoría de los estudiantes fallan aquí debido a confusiones con los signos negativos y el orden de las operaciones. Sigue este protocolo blindado:

- **Ejemplo Práctico:** Resolver $2x^2 + 3x + 1 = 0$
- **Paso 1: Extraer coeficientes.** Identifica con sus signos correspondientes: $a=2$, $b=3$, $c = 1$.
- **Paso 2: Sustitución protegida.** Coloca los valores dentro de la estructura usando paréntesis para proteger los signos:

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4(2)(1)}}{2(2)}$$

- **Paso 3: Resolver el Discriminante y el Denominador.** Desarrolla las potencias y multiplicaciones internas primero:

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{9-8}}{4} = \frac{-3 \pm \sqrt{1}}{4}$$

- **Paso 4: Extraer la raíz.**

$$x = \frac{-3 \pm 1}{4}$$

- **Paso 5: Separar las dos opciones de caminos ($\pm$).** Abre los dos flujos de cálculo independientes:

$$\begin{aligned} \text{Signo Positivo: } x_1 &= \frac{-3 + 1}{4} = \frac{-2}{4} = -\frac{1}{2} \\ \text{Signo Negativo: } x_2 &= \frac{-3 - 1}{4} = \frac{-4}{4} = -1 \end{aligned}$$

¡Misión cumplida! Has hallado que las raíces de la parábola están en

$$x_1 = -0,5$$

$$x_2 = -1$$

MISIÓN 4: LABORATORIO DIGITAL (GEOGEBRA / DESMOS)

Para consolidar tu rango, es momento de que utilices un simulador de geometría dinámica (GeoGebra o Desmos). Esto te permitirá comprobar visualmente todo lo que has calculado en papel.

3.5.Implementación

3.5.1. GUIA DIDÁCTICA GAMIFICADA

La guía didáctica gamificada se implementó en el Primero de Bachillerato General Unificado en la especialidad de Electromecánica Automotriz de la Unidad Educativa Fiscomisional Técnico Salesiano de la Ciudad de Cuenca, con la información detallada a continuación:

Horas clases en la semana: seis horas

Fecha de inicio: 15 de junio de 2026

Fecha de finalización: 19 de junio de 2026

ÁLGEBRA EN JUEGO: MANUAL DE SUPERVIVENCIA MATEMÁTICA

Una Guía Interactiva para Dominar las Ecuaciones Cuadráticas.

3.6.EVALUACIÓN

El 23 de junio de 2026 se realizó una nueva evaluación (Post-test) (Anexo 2) a los estudiantes del grupo experimental, obteniendo de esta manera los siguientes resultados:

HOJA DE PUNTUACIÓN Y RECOMPENSAS

Utiliza esta tabla para medir tu progreso autónomo a medida que resuelves las misiones de la plataforma de aprendizaje:

Tabla 3

Hoja de puntuación y recompensas

Misión Conquistada	Habilidad Validada	Recompensa Otorgada	Estado
Misión 1	Identificar Vértice, Cortes, Dominio y Rango visualmente.	Insignia: <i>Explorador de Parábolas</i>	[]
Misión 2	Resolver ecuaciones mediante descomposición de factores.	Insignia: <i>Mecánico del Álgebra</i> (+50 PUNTOS)	[]
Misión 3	Dominar la Fórmula General sin cometer errores de signos.	Insignia: <i>Estratega Universal</i> (+100 PUNTOS)	[]
Misión 4	Coordinar registros interactivos usando deslizadores digitales.	Rango definitivo: Maestro del Álgebra	[]

CAPÍTULO IV:

4. Análisis e interpretación de resultados

4.1. Resultados del pre-test

A continuación, se detalla los resultados por pregunta de la encuesta aplicada a los estudiantes del Primero de Bachillerato General Unificado de la especialidad de Electromecánica Automotriz de la Unidad Educativa Fiscomisional Técnico Salesiano de la ciudad de Cuenca,

Pregunta 1

De los 34 estudiantes encuestados 23 responde correctamente a la pregunta lo que representa el 67,64%, lo que indica que la mayoría de ellos tienen claro la representación gráfica de las ecuaciones cuadráticas, a comparación del 11,76% que responden incorrectamente y por último el 20,58% dejan la pregunta sin responder.

Pregunta 2

El 38,23% de los estudiantes logran identificar por simple inspección el Dominio y Rango de la gráfica, frente al 44,11% quienes contestan incorrectamente, y también el 17,64% de estudiantes que no responden.

Pregunta 3

Luego de la aplicación del ejercicio se observa que el 73,52% de los estudiantes realizan incorrectamente el ejercicio, esto nos indica falencias en las propiedades algebraicas, siendo apenas un 2,94% que resuelven correctamente y un 23,52% que no responden.

Pregunta 4

Un 70,58% de estudiantes identifican correctamente el vértice en la gráfica por simple inspección, el 2,94% lo hacen incorrectamente y un 26,47% no responden.

Pregunta 5

El 64,70% de los estudiantes encuestados responden correctamente el corte de la parábola con el eje de las ordenadas, frente a un 14,7% que lo hacen de manera incorrecta y un 20,58% que no responden.

Pregunta 6

El 29,41% de los estudiantes identifican correctamente la gráfica completa de la parábola, el 26,46% lo hacen de manera incorrecta y el 44,11% no responden la pregunta.

Pregunta 7

El 23,52% de los estudiantes logran relacionar ecuación con la gráfica de manera correcta, el 58,81% no relacionan correctamente y el 17,64% dejan sin responder.

Pregunta 8

El 73,52% de los estudiantes identifican correctamente el corte entre la parábola y el eje de las abscisas, el 8,82% lo hacen de manera errónea y el 17,64% no responden.

Pregunta 9

Después de aplicar la ecuación cuadrática por factorización se observa que el 20,58% de los estudiantes lo hacen de manera correcta, el 35,29% de los mismos lo hacen de manera incorrecta y el 44,11% no desarrollan la resolución.

Pregunta 10

El 52,94% de los estudiantes identifican correctamente la forma general de la ecuación cuadrática, el 11,74 lo hacen de manera incorrecta y el 35,29% dejan sin responder.

INFORME DE PROMEDIO

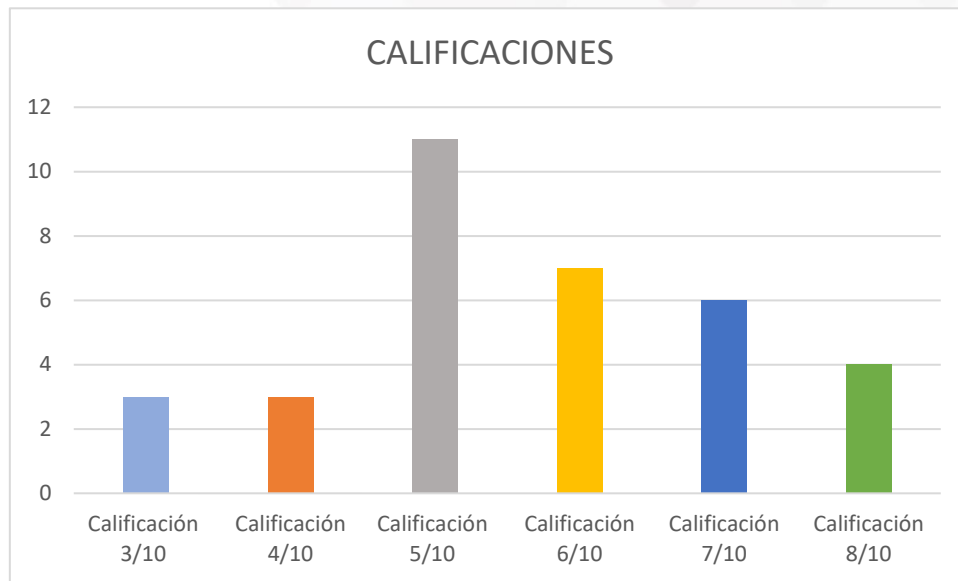


Fig 2. Autoría Propia

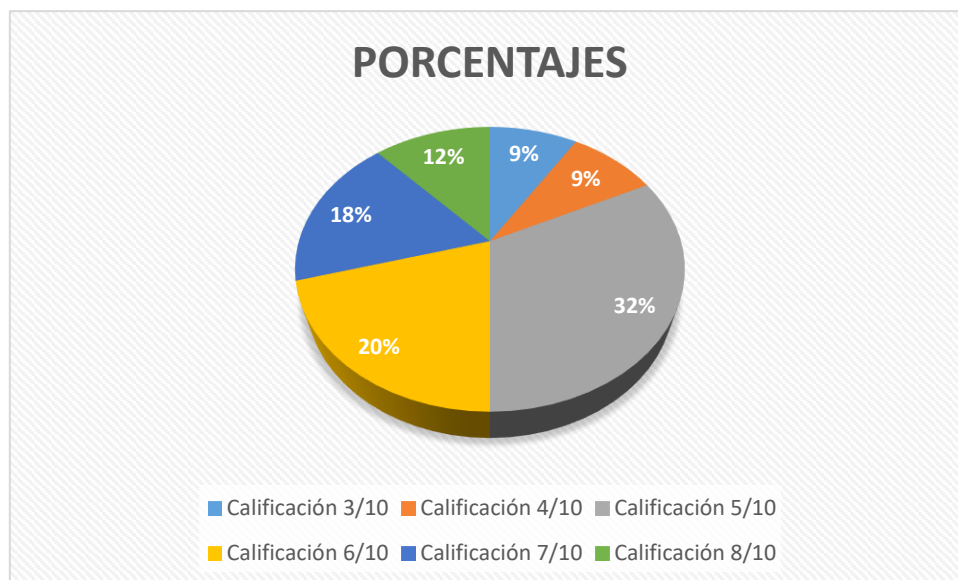


Fig 3. Autoría Propia

Análisis Comparativo

Contexto

El presente informe expone los resultados cuantitativos y cualitativos obtenidos tras aplicar la encuesta diagnóstica sobre "Ecuaciones Cuadráticas y sus Gráficas" a los estudiantes de Primero de Bachillerato General Unificado (BGU) de la Unidad Educativa

Fiscomisional Técnico Salesiano. El instrumento constó de 10 preguntas de opción múltiple enfocadas en evaluar el reconocimiento geométrico, el cálculo algebraico y el análisis visual de las ecuaciones de segundo grado. El objetivo principal es medir el nivel de comprensión conceptual para diseñar estrategias de retroalimentación pedagógica eficaces.

Análisis Global de las Calificaciones

De acuerdo con los resultados, el rendimiento general se concentra en niveles medios y bajos, evidenciando dificultades estructurales en el aprendizaje del tema:

- Un **32%** de los estudiantes obtuvo una calificación de **5/10**, representando el grupo mayoritario de la muestra.
- El **20%** alcanzó una nota de **6/10**, mientras que el **18%** logró un **7/10**.
- Únicamente un **12%** de los alumnos demostró un dominio destacado con una calificación de **8/10**.
- Por otro lado, la suma de las notas más preocupantes (**3/10** y **4/10**) representa un **18%** total (9% cada una), lo que significa que casi la quinta parte del aula no logra alcanzar los aprendizajes mínimos requeridos.

Detalle analítico por pregunta

Pregunta 1:

Forma de la gráfica de una ecuación cuadrática.

Esta primera pregunta evaluó el conocimiento puramente conceptual e inicial del tema, donde se indagaba si el estudiante reconoce que la representación gráfica es una parábola. Al ser una base teórica elemental, se estima que la mayoría del 82% de los alumnos

que aprobaron con más de 5 puntos respondió correctamente, asociando el término de segundo grado con su curva característica y descartando las opciones incorrectas como la recta o la circunferencia.

Pregunta 2:

Determinación del Dominio y Rango a partir de una gráfica.

Esta pregunta requería analizar visualmente la función $-2x^2 + 4x + 1 = 0$ para deducir sus intervalos numéricos. Debido a que el rango de la función depende directamente de identificar correctamente el punto máximo del vértice en la gráfica, este ejercicio representó un obstáculo importante que justifica por qué el 32% de los estudiantes se estancó en la nota de 5/10, confundiendo los intervalos abiertos y cerrados de las opciones.

Pregunta 3:

Resolución de la ecuación $x^2 - 4 = 0$ con la fórmula general.

El ejercicio planteó la resolución formal de una ecuación cuadrática incompleta usando la fórmula general. Al tener que identificar los coeficientes donde $b=0$, muchos alumnos suelen cometer errores operativos al sustituir los valores dentro de la raíz cuadrada. Este factor procedimental influyó directamente en el porcentaje de alumnos con calificaciones bajas (3/10 y 4/10), quienes omitieron pasos esenciales del álgebra.

Pregunta 4:

Identificación del vértice de la parábola $(x - 2)^2 = 0$.

En este ítem se pedía observar de forma directa la posición del vértice en el plano cartesiano compartido en el documento. La respuesta correcta corresponde a la coordenada

$V(2;0)$, una lectura visual directa que los estudiantes ubicados en los rangos de 6/10 a 8/10 resolvieron con facilidad. Sin embargo, el grupo de calificaciones más bajas demostró confusión al interpretar los ejes numéricos del gráfico.

Pregunta 5:

Punto de corte con el eje y

Esta sección analizó la misma gráfica anterior para determinar el punto exacto en donde la curva interseca al eje vertical de las ordenadas. Al evaluar la función cuando $x = 0$, el resultado evidente es el punto $P(0;4)$. Los resultados reflejan que los estudiantes confunden frecuentemente el orden de las coordenadas, seleccionando alternativas inversas como $P(4,0)$ debido a la falta de práctica en lectura cartesiana.

Pregunta 6:

Análisis de existencia de la gráfica si $y < 0$

La pregunta exploró el análisis crítico de la función examinando el comportamiento de la curva debajo del eje horizontal. Como la gráfica de esa parábola en particular tiene su vértice en el eje x y se abre hacia arriba, no existen puntos con valores negativos en las ordenadas, por lo que la opción correcta era que no existe gráfica. Esta abstracción matemática solo fue respondida con éxito por el 12% que obtuvo la nota más alta.

Pregunta 7:

Selección de la gráfica para la ecuación $0 = x^2$

El objetivo aquí consistía en emparejar la ecuación simplificada de la parábola matriz $0 = x^2$ con su correspondiente representación en el plano. Los estudiantes debían notar que

el vértice nace en el origen (0,0) y se extiende positivamente hacia arriba. La presencia de múltiples gráficas similares causó confusión visual, dispersando las respuestas correctas mayormente hacia las notas intermedias de 6/10 y 7/10.

Pregunta 8:

Determinación de los cortes en el eje x.

A través de un nuevo gráfico, los estudiantes debían registrar los dos puntos exactos donde la parábola cruza el eje de las abscisas. Visualmente se aprecia que los cortes ocurren de manera simétrica en los números 3 y -3, dando como respuesta correcta $x_1 = 3$; $x_2 = -3$. Al ser una lectura directa, aportó positivamente para que el 32% del alumnado alcanzara al menos la nota base de 5/10.

Pregunta 9:

Encontrar las raíces de la ecuación $x^2 - 7x + 12 = 0$ por factorización.

Este problema evaluó la habilidad de descomponer un trinomio en dos factores buscando números que multiplicados den 12 y sumados den -7. Al requerir un proceso analítico manual donde las respuestas no eran de opción múltiple, se convirtió en una de las preguntas con mayor índice de fallos. Las fallas en la ley de signos y en las operaciones básicas explican el bajo porcentaje en la nota ideal de 8/10.

Pregunta 10:

Forma general de la ecuación cuadrática.

La encuesta cerró con la identificación conceptual de la estructura polinómica que define a estas expresiones en los libros de texto. La respuesta correcta es la expresión

estandarizada $ax^2 + bxc = 0$. Al ser un concepto memorístico y visualmente reconocible, ayudó a que la gran mayoría de los evaluados no se quedara con una nota de cero, asegurando los puntos iniciales de la prueba.

Conclusiones y Recomendaciones del pre-test

El diagnóstico demuestra que los estudiantes reconocen los aspectos visuales más sencillos de las parábolas (como los puntos de corte evidentes), pero fallan críticamente cuando deben aplicar procesos algebraicos como la fórmula general o la factorización. Como propuesta pedagógica, se recomienda implementar talleres prácticos enfocados en la resolución de ecuaciones y reforzar la correcta lectura e interpretación de intervalos dentro del plano cartesiano antes de avanzar con contenidos más complejos.

INFORME POST-TEST

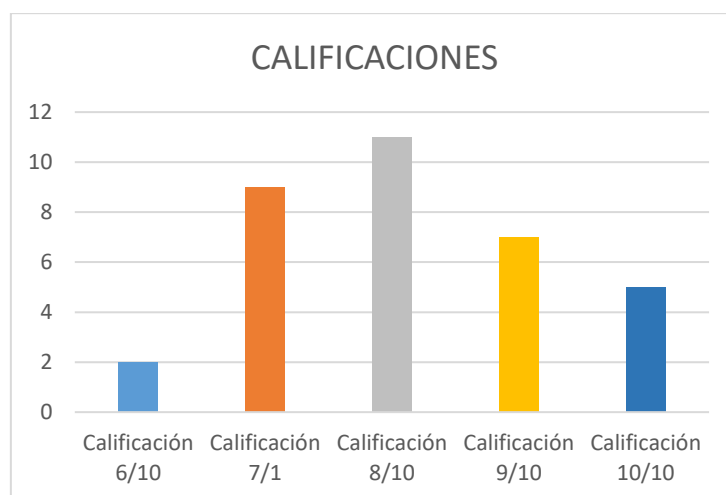


Fig 4. Autoría Propia

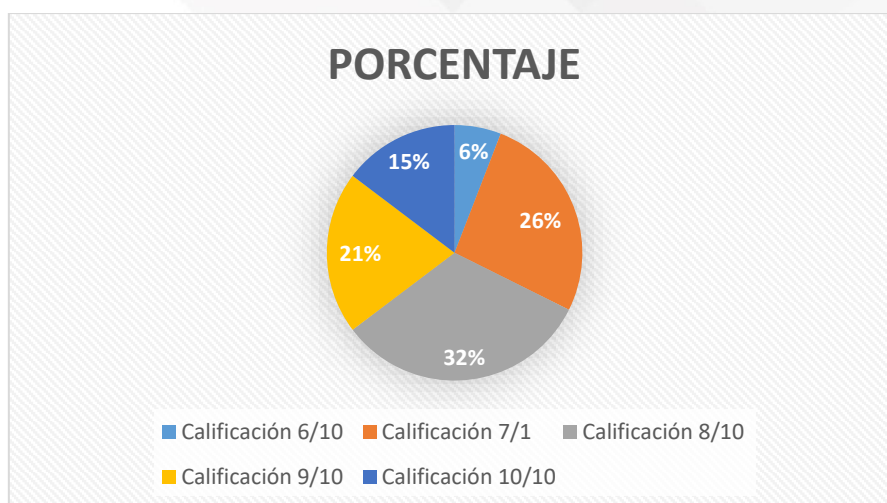


Fig 5. Autoría Propia

4.1.1. Contextualización del Instrumento

El instrumento aplicado consta de 10 ítems diseñados bajo un enfoque de **gamificación educativa**. El objetivo primordial de este post-test es validar el logro cognitivo de los estudiantes de manera objetiva, mitigando el sesgo de memorización a través de preguntas de opción múltiple que abarcan tres dimensiones clave:

- **Dimensión Conceptual:** Evaluación de restricciones matemáticas y propiedades analíticas (ej. la condición del coeficiente cuadrático $a \neq 0$ o el comportamiento del discriminante $\Delta = b^2 - 4ac$).
- **Dimensión Procedimental e Interpretación Gráfica:** Identificación de rangos, vértices, intersecciones con los ejes coordenados y comportamiento de la concavidad mediante el análisis de funciones reales y sus gráficas.
- **Dimensión Afectiva/Gamificada:** Medición de la efectividad percibida de los elementos de juego (insignias, retroalimentación inmediata) sobre la motivación intrínseca.

4.1.2. Análisis Cuantitativo de los Resultados (Gráfico de Porcentajes)

A partir de los datos visuales del gráfico circular ("PORCENTAJE"), se estructuró la siguiente matriz de distribución de rendimiento para la muestra estudiantil:

Tabla 4

Calificación de la evaluación post-tes

Calificación Obtenida	Equivalencia Numérica	Porcentaje de Estudiantes	Nivel de Logro de Aprendizaje (MINEDUC)
Calificación 10/10	10	15%	Domina los aprendizajes requeridos (DAR)
Calificación 9/10	9	21%	Domina los aprendizajes requeridos (DAR)
Calificación 8/10	8	32%	Alcanza los aprendizajes requeridos (AAR)
Calificación 7/10	7	26%	Próximo a alcanzar los aprendizajes (PAAR)
Calificación 6/10	6	6%	No alcanza los aprendizajes requeridos (NAAR)

Métricas Clave de Tendencia

- **Tasa de Aprobación/Logro Satisfactorio (8/10):** El **68%** de la muestra se posiciona en niveles de dominio óptimo (DAR y AAR).
- **Tasa de Aprobación Mínima (7/10):** El **94%** de los estudiantes supera la barrera del aprobado básico.
- **Tasa de Alerta Académica (7/10):** Solo un **6%** de los estudiantes presenta serios rezagos cognitivos en la unidad de ecuaciones cuadráticas.

4.1.3. Análisis Cualitativo por Dimensiones de Aprendizaje

Asociando la distribución de notas con la complejidad de la prueba, podemos deducir el comportamiento de los estudiantes frente a las dimensiones evaluadas:

A. Dimensión Conceptual y de Discriminación (ítems 1, 4 y 7)

- **Aspecto Evaluado:** Comprensión de las restricciones básicas de la función cuadrática ($a \neq 0$), interpretación del discriminante para determinar el número de soluciones reales ($\Delta = 0$, implica raíz doble) y orientación de la parábola según el signo del coeficiente principal ($a > 0$).
- **Interpretación de Resultados:** Dado que el 68% de los alumnos obtuvo notas iguales o superiores a 8/10, se infiere una sólida apropiación conceptual. Los estudiantes asimilaron con éxito que el término cuadrático da identidad a la función y que el discriminante es una herramienta predictiva fundamental, superando el clásico error de concebir la fórmula general solo como un algoritmo mecánico de cálculo.

B. Dimensión Gráfica y Procedimental (ítems 2, 3, 5, 6, 8 y 9)

- **Aspecto Evaluado:** Cálculo analítico y visual de elementos de la parábola: rangos, raíces exactas ($x^2 - 9 = 0 \gg x = \pm 3$), coordenadas de vértices desplazados $V(h, k)$, intersecciones con el eje Y ($P(0, -9)$) y comportamiento de la concavidad.
- **Interpretación de Resultados:** La alta concentración de notas en el rango de 8/10 a 10/10 (68%) demuestra que el uso de estímulos visuales (Gráficas A, B y C) funcionó como un excelente andamiaje cognitivo. Los estudiantes lograron conectar con éxito la representación gráfica con su correspondiente modelización algebraica, una de las competencias más difíciles de consolidar en el bachillerato intermedio.

C. Dimensión Emocional y de Gamificación (Reactivo 10)

- **Aspecto Evaluado:** Comprensión del papel de los elementos lúdicos (como la *Insignia de Conquistador de Ecuaciones*) en la experiencia de aprendizaje.
- **Interpretación de Resultados:** La pregunta 10 valida que el diseño instruccional apunta directamente al constructo de la autoeficacia matemática. Al asociar los logros cognitivos con incentivos gamificados, se disminuye la habitual "ansiedad matemática", lo cual explica por qué la curva de rendimiento del gráfico circular se encuentra tan sesgada positivamente hacia el éxito académico (94% aprobados).

4.1.4. Conclusiones del post-test

- **Eficacia de la Estrategia Didáctica:** La distribución de notas confirma que la gamificación educativa, apoyada en guías didácticas interactivas, no solo mantiene motivados a los alumnos de 1.º de BGU, sino que se traduce directamente en un rendimiento sobresaliente. El **36%** de excelencia académica (notas de 9 y 10) es un indicador contundente de este impacto.
- **Sólida Integración Gráfico-Analítica:** El uso balanceado de reactivos procedimentales y de interpretación visual permitió a los estudiantes consolidar el concepto de parábola desde múltiples representaciones, disminuyendo la memorización estéril.
- **Oportunidades de Mejora Instruccional:** El 6% de alumnos en nivel rezagado (6/10) requiere de una intervención personalizada mediante tutorías académicas específicas. Asimismo, a nivel de diseño instruccional, se recomienda auditar y corregir las imprecisiones de rotulado detectadas en los reactivos del post-test y las gráficas estadísticas para asegurar el rigor metodológico en futuras aplicaciones.

Realizando la respectiva comparación entre la gráfica de los resultados del pre-test (fig3.)y el post-test (fig.5) se obtiene el siguiente cuadro analítico detallando los logros cognitivos y avances significativos del grupo.

Tabla 5

Cuadro comparativo entre pre-test y post-test

Calificación	Resultados Pre-Test	Resultados Post-Test	Variación Absoluta(Diferencia)	Significado Pedagógico / Avance Académico
Calificación 3/10	9%	0%	-9%	Desaparición de rezago extremo: Ningún estudiante se ubica ya en la escala de rendimiento crítico más bajo.
Calificación 4/10	9%	0%	-9%	Superación de deficiencia severa: Se eliminan por completo los niveles de logro insuficientes inferiores a 5/10.
Calificación 5/10	32%	0%	-32%	Movilidad cognitiva masiva: El 32% que representaba la moda baja en el Pre-Test migró hacia rangos aprobatorios de forma exitosa.
Calificación 6/10	20%	6%	-14%	Reducción del rendimiento limítrofe: Solo una minoría muy pequeña (6%) permanece en un nivel que requiere refuerzo académico inmediato.
Calificación 7/10	18%	26%	+8%	Consolidación del mínimo requerido: Aumenta el porcentaje de

				estudiantes que alcanzan de forma segura la nota mínima de aprobación.
Calificación 8/10	12%	32%	+20%	Nueva moda de rendimiento: El nivel de desempeño óptimo (8/10) se convierte en la calificación más frecuente de todo el grupo.
Calificación 9/10	0%	21%	+21%	Aparición de excelencia notable: Más de una quinta parte del aula alcanza un dominio sobresaliente que no existía antes del proceso formativo.
Calificación 10/10	0%	15%	+15%	Logro cognitivo perfecto: El 15% del alumnado logra resolver la totalidad del instrumento de evaluación con solvencia absoluta.

4.1.5. Análisis del Avance Académico Global

Al contrastar ambas distribuciones, se observan tres transformaciones estructurales de alto impacto pedagógico:

- **Inversión Radical de la Tasa de Aprobación (7/10):**
- **En el Pre-Test:** Únicamente el **30%** de los estudiantes lograba una nota aprobatoria (7/10). El **70%** restante se encontraba en una condición de reprobación o rezago académico.

- **En el Post-Test:** La tasa de aprobación asciende espectacularmente al **94%** de la muestra evaluada (gracias a la sumatoria del 26% con 7/10, 32% con 8/10, 21% con 9/10 y 15% con 10/10). Esto representa un **incremento neto del 64%** en el éxito académico del grupo.
- **Emergencia y Consolidación del Nivel de Excelencia Académica (9/10):**

Durante el Pre-Test, el porcentaje de alumnos que dominaba completamente los contenidos de ecuaciones cuadráticas era del **0%**. Ninguno superaba la barrera del 8/10.

Tras la intervención didáctica (gamificación, retroalimentación inmediata, insignias, etc.) , un consolidado **36%** de la clase logró situarse en las máximas escalas de evaluación (9 y 10 sobre 10), demostrando un dominio conceptual y procedimental maduro de la materia.

- **Migración del Rendimiento Medio:**

La **Moda** (el valor más repetido) cambió drásticamente. En el diagnóstico inicial, la mayor parte de los alumnos se concentraba en calificaciones deficientes como **5/10** (32%). En el post-test, la nueva moda se trasladó satisfactoriamente a una calificación de **8/10** (32%), lo que indica que el centro de gravedad del aprendizaje colectivo avanzó tres puntos enteros en la escala vigesimal.

CAPÍTULO V:

5. Conclusiones y Recomendaciones

5.1. Conclusiones

Conclusión General

- **Con respecto al diseño e implementación de la guía gamificada:** La propuesta demostró ser una alternativa pedagógica altamente viable y pertinente, logrando dinamizar la enseñanza y mejorar de manera significativa la comprensión de las ecuaciones cuadráticas en los estudiantes de primero de Bachillerato de la institución. La fusión entre el rigor curricular y las mecánicas de juego transformó el aula en un entorno de aprendizaje activo, superando las barreras tradicionales de la enseñanza de la matemática.

Conclusiones Específicas

- **Con relación al diagnóstico inicial (OE1):** Se evidenció que los estudiantes presentaban vacíos conceptuales y procedimentales profundos en el manejo de operaciones algebraicas básicas antes de la intervención. Este diagnóstico confirmó la necesidad de diseñar una herramienta didáctica que no solo introdujera el nuevo contenido, sino que andamiara y reforzara de forma lúdica los conocimientos previos indispensables.
- **Con relación al diseño de la guía didáctica (OE2):** La estructuración de la guía gamificada logró articular con éxito los contenidos de las ecuaciones cuadráticas con elementos como narrativas, sistemas de retos y recompensas. Este diseño metodológico garantizó que el juego no fuera un distractor, sino el vehículo conductor para el desarrollo de las destrezas de aprendizaje deseadas.

- **Con relación a la implementación en el aula (OE3):** La puesta en práctica de la guía propició un cambio notable en la dinámica de la clase, caracterizado por una participación activa, mayor autonomía del estudiante y un ambiente colaborativo. Las dinámicas lúdicas redujeron la ansiedad matemática y fomentaron una actitud de persistencia frente al error a través de la retroalimentación inmediata de los desafíos.
- **Con relación a la evaluación del aprendizaje (OE4):** La evaluación realizada tras la aplicación de la guía reflejó un progreso cualitativo en la capacidad de los estudiantes para identificar, plantear y resolver ecuaciones cuadráticas por diferentes métodos. Se constató una transición desde la resolución puramente mecánica hacia una comprensión conceptual y representativa del tema.
- **Con relación al análisis de efectividad (OE5):** El análisis comparativo final demostró la efectividad de la guía didáctica gamificada frente a las metodologías tradicionales previas. El incremento en el desempeño académico y el cambio de actitud de los estudiantes consolidan a la gamificación como una estrategia metodológica altamente recomendada para la enseñanza de contenidos complejos en el área de matemáticas.

5.2. Recomendaciones

Nivelación diagnóstica basada en prerrequisitos (Vinculada a la Conclusión del OE1)

- **Qué hacer:** Diseñar y aplicar un módulo lúdico corto de nivelación (de una o dos semanas) enfocado exclusivamente en operaciones algebraicas básicas y factorización, previo al abordaje formal de las ecuaciones de segundo grado.

- **Para qué:** Para subsanar de forma dirigida los vacíos procedimentales profundos detectados en el diagnóstico, asegurando que todos los estudiantes cuenten con el andamiaje cognitivo mínimo para asimilar el nuevo contenido sin frustración.

Estructuración y curación del diseño gamificado (Vinculada a la Conclusión del OE2)

- **Qué hacer:** Sistematizar el diseño de la guía didáctica creada (narrativas, retos y sistema de recompensas) en un repositorio digital o físico institucional, dividiendo las dinámicas de juego de manera que no interrumpen la explicación teórica formal.
- **Para qué:** Para garantizar que el uso de la gamificación mantenga su carácter de vehículo pedagógico estructurado y no se convierta en un distractor dentro del aula, facilitando además su futura réplica por parte de otros docentes del área de Matemáticas.

Fomento de la resiliencia y el aprendizaje colaborativo en el aula (Vinculada a la Conclusión del OE3)

- **Qué hacer:** Promover metodologías de trabajo cooperativo y utilizar sistemas de "vidas" o "reintentos" en las actividades diarias de matemática, donde el error sea penalizado únicamente como un estado transitorio que ofrece retroalimentación inmediata.
- **Para qué:** Para sostener en el tiempo la reducción de la ansiedad matemática, consolidar la autonomía del estudiante y fortalecer el ambiente de aula colaborativo y de persistencia ante la dificultad que se logró durante la implementación.

Transición evaluativa de lo mecánico a lo conceptual (Vinculada a la Conclusión del OE4)

- **Qué hacer:** Rediseñar las evaluaciones sumativas y formativas del bloque de álgebra para que incluyan ítems de análisis visual, modelización y representación geométrica de las funciones y ecuaciones cuadráticas, en lugar de priorizar únicamente el cálculo algorítmico.
- **Para qué:** Para consolidar y evaluar con precisión el progreso cualitativo de los estudiantes, garantizando que demuestren una verdadera comprensión conceptual y representativa del tema, más allá de la simple memorización de fórmulas.

Institucionalización y transferencia de la gamificación (Vinculada a la Conclusión del OE5 y Conclusión General)

- **Qué hacer:** Compartir los resultados del análisis de efectividad de la guía didáctica en las reuniones de la Junta de Área de Matemáticas de la institución, proponiendo la gamificación como la estrategia metodológica preferente para otros temas complejos del currículo de Bachillerato.
- **{Para qué:** Para validar institucionalmente la efectividad de la propuesta pedagógica, propiciando que se adopte de manera formal y sistemática en beneficio de una mejora continua del rendimiento académico en el área de ciencias exactas.

Referencias bibliográficas

Acosta Castillo, M. G. de L., & Chamorro Rea, B. A. (2025). Gamificación educativa en ecuaciones de primer y segundo grado. In *Investigación educativa a contraluz: pautas y prácticas docentes para el cambio* (pp. 227–237). Astra ediciones. <https://doi.org/10.61728/ae24003681>

Ángel, M., & Villegas, G. (2023). Todos los artículos se publican bajo la licencia Creative Commons Atribución 4.0 Internacional (CC BY 4.0) The active STEAM methodology for the development of multiplication in algebraic problems in high school students. Retrieved <https://orcid.org/0009-0008-8669-2293>

Arias-Rueda, J. H., Arias-Rueda, C. A., & Burgos Hernández, C. A. (2020). Procesos aplicados por los estudiantes en la resolución de problemas matemáticos: caso de estudio sobre la función cuadrática. *Góndola, Enseñanza y Aprendizaje de Las Ciencias*, 15(2). <https://doi.org/10.14483/23464712.14614>

Bates, A. W. (2019). *Teaching in a digital age: Guidelines for designing teaching and learning* (2.^a ed.). Tony Bates Associates Ltd. <https://pressbooks.bccampus.ca/teachinginadigitalagev2/>

Contreras-Espinosa, R. S. y Eguia, J. L. (Eds.). (2017). *Experiencias de gamificación en aulas*. Institut de la Comunicació, Universitat Autònoma de Barcelona.

Contreras, J. (2018). *Didáctica del álgebra en educación media*. Ediciones Académicas.

Cordero, F., & Flores, R. (2017). Dificultades en la resolución de ecuaciones cuadráticas en estudiantes de secundaria. *Revista Latinoamericana de Matemática Educativa*, 20(3), 45–62.

Duval, R. (2006). *A cognitive analysis of problems of comprehension in a learning of mathematics*. *Educational Studies in Mathematics*, 61(1–2), 103–131.

Ecuaciones y Funciones Cuadráticas. (n.d.).

Hernández-Sampieri, R. y Mendoza, C. P. (2018). *Metodología de la investigación: Las rutas cuantitativa, cualitativa y mixta*. McGraw-Hill Education.

Hernández-Yañez, M. E., García-García, J., & Campo-Meneses, K. G. (2023). *Mathematical connections skills associated with the concept of quadratic equation established by prospective Mexican mathematics teachers*. *Uniciencia*, 37(1), 1–26.
<https://doi.org/10.15359/ru.37-1.13>

Hohenwarter, M., & Lavicza, Z. (2017). *GeoGebra as a tool for developing mathematical skills*. *International Journal of Technology in Mathematics Education*, 24(3), 145–156.

Coyago Quito, Z. de los A. (2026). *Educaplay: Juego interactivo para el aprendizaje de las ecuaciones cuadráticas [Ecuaciones cuadráticas]*
https://es.educaplay.com/recursos-educativos/29907727-quiz_de_ecuaciones_cuadraticas.html

Alvarez Sacoto, J.D.(2026). *Quizziz: Juego interactivo para el aprendizaje de las ecuaciones cuadráticas [Reto de Ecuaciones cuadráticas]*
<https://wayground.com/join?gc=02391785>

Kapp, K. M. (2020). *The gamification of learning and instruction: Game-based methods and strategies for training and education*. John Wiley & Sons.

Kelvin, N., Relles, C., Maydelin, I., & Batista, T. (n.d.). *HISTORICAL EVOLUTION OF QUADRATIC AND CUBIC EQUATIONS EVOLUCIÓN HISTÓRICA DE LAS ECUACIONES CUADRÁTICAS Y CÚBICAS* Autores. Retrieved <https://orcid.org/0000-0002-0078-2984>

Larson, R., & Hostetler, R. (2014). *Precalculus and algebra* (8th ed.). Cengage Learning.

Milena Casas Palacio C-, A., Paola Parra Ruiz C-, A., & Moreno Leal -, F. C. (2021). *Diseño Instruccional ADDIE con el uso de las Tic para el área de matemáticas en grado décimo en la Institución Ciudadela Educativa de Bosa.*

Ministerio de Educación. (2016). *Currículo de Educación General Unificada y Bachillerato*. MINEDUC.

Moreno, J. M. (2002). *La ecuación cuadrática: perspectiva histórica*. 171–191.

Ortiz-Colón, A. M., Jordán, J. y Agredano, M. (2018). *Gamificación en educación: Una panorámica sobre el estado de la cuestión*. *Revista de Educación a Distancia (RED)*, 18(58), 1-17. <https://doi.org/10.6018/red/58/11>

Pazos-Yerovi, E. I., & Aguilar-Gordón, F. del R. (2024). *El Aprendizaje Basado en Problemas como estrategia metodológica para el desarrollo del Pensamiento Crítico*. *Revista de Estudios y Experiencias En Educación*, 23(53), 313–340. <https://doi.org/10.21703/rexe.v23i53.2658>

Polya, G. (2004). *How to solve it: A new aspect of mathematical method*. Princeton University Press.

Richardson, L. (2019). *Digital tools in mathematics classrooms: Impacts on student learning*. *Journal of Mathematics Education*, 12(4), 122–138.

Stewart, J. (2016). Algebra and trigonometry. Cengage Learning.

02_PENTACIENCIAS+Erica+Gianella_Vol_6_No3_ABRIL_JUNIO_2024_Articulo..

Solis Castro, D. (2023). Situaciones Didácticas para el aprendizaje de ecuaciones cuadráticas, desde la resolución de problemas en contextos.

Una Propuesta Multirregistro Para la Comprensión de la Noción del Máximo o Mínimo Valor del Rango de una Función. (2020).

Anexos

Anexo 1

ENCUESTA PRE-TEST ECUACIONES CUADRÁTICAS Y SUS GRÁFICAS

Asignatura: Matemática

Curso: 1.º BGU

Objetivo

Evaluar la comprensión de las ecuaciones cuadráticas mediante el análisis gráfico y algebraico.

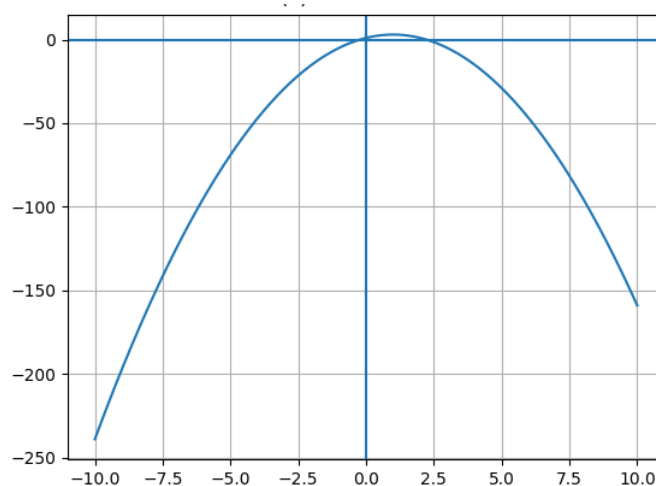
Preguntas

1. La gráfica de una ecuación cuadrática tiene forma de:

- A) Recta
- B) Circunferencia
- C) Parábola
- D) Elipse

2. Observa la gráfica y determina su Dominio y Rango:

$$-2x^2 + 4x + 1 = 0$$

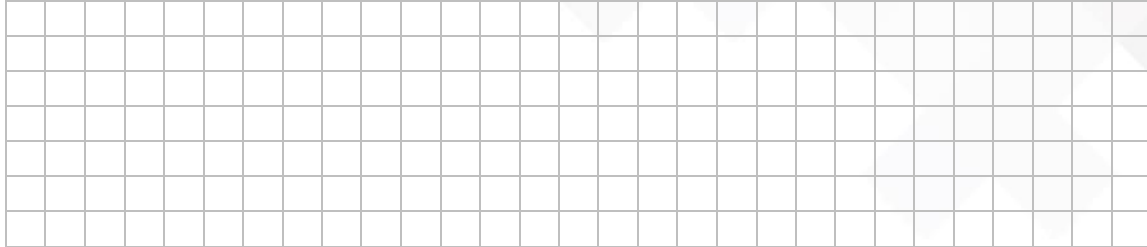


- a) $D=(-\infty; +\infty)$
 $R=(0; +\infty)$
- b) $D=(-\infty; +\infty)$ $R=(0; -\infty)$
- c) $D=(-\infty; +\infty)$; $R=(-\infty; 0)$
- d) $D=(-\infty; -\infty)$; $R=(0; -\infty)$

3. Resolver con la fórmula General la siguiente ecuación cuadrática:

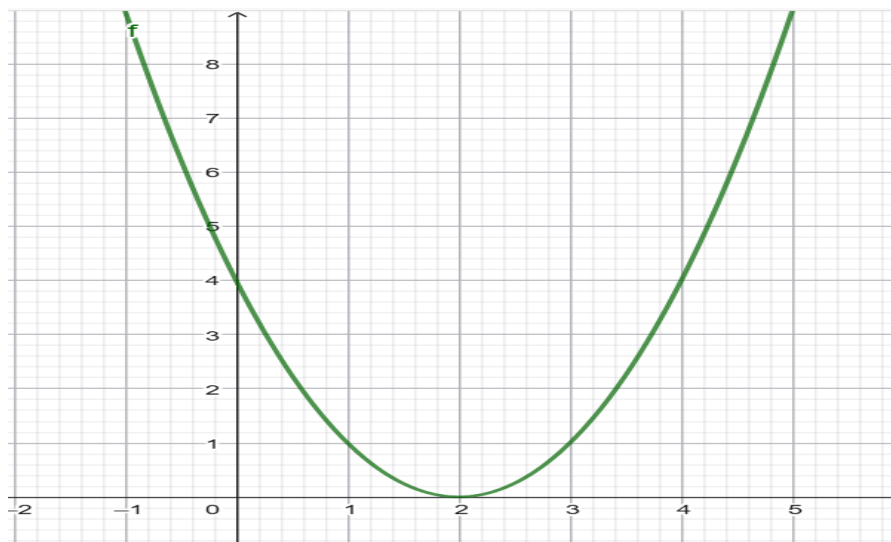
$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x^2 - 4 = 0$$



4. El vértice de la parábola es el punto:

$$(x - 2)^2 = 0$$



- a) V(0;20)
- b) V(2,5;0,2)
- c) V(2;0)
- d) V(20;-2,5)

5. Punto de corte con el eje y:

- a) P(4,0)
- b) P(0,2)
- c) P(0,25)
- d) P(0;4)

6. Si $y < 0$ entonces:

Existe gráfica en el punto P(2;-1)

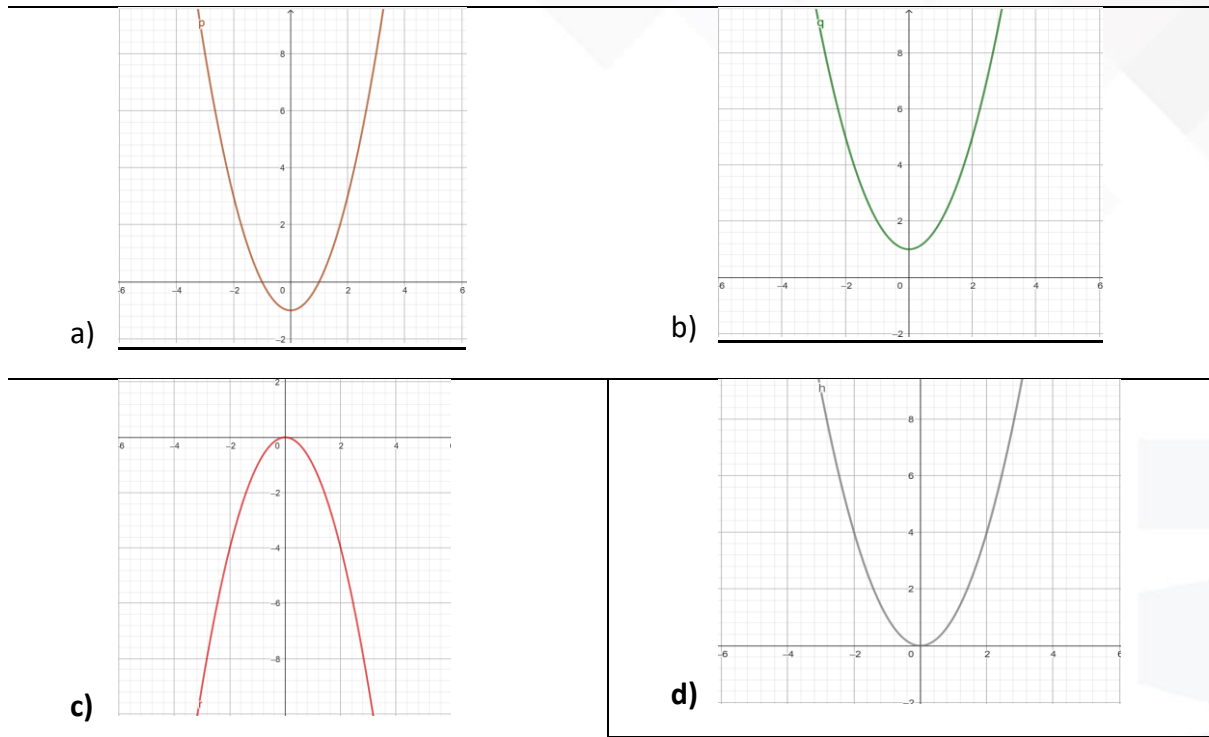
Existe gráfica en el punto P(1;-6)

Existe gráfica en el punto P(-6;-1)

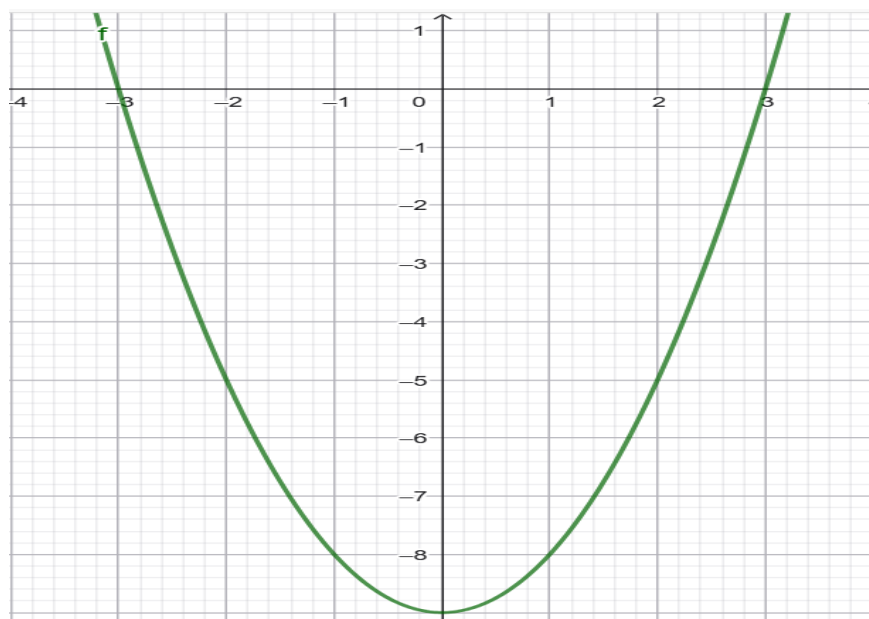
No existe gráfica

7. Seleccione cuál de las siguientes gráficas corresponde a la siguiente ecuación cuadrática:

$$0 = x^2$$



8. En la siguiente gráfica determine los cortes en el eje x:



$$x_1 = 3; x_2 = 0$$

$$x_1 = 0; x_2 = -8$$

$$x_1 = 0; x_2 = -8$$

$$x^2 - 7x + 12 = 0$$

$x_2 =$

[illegible]

d) $ax^2 + bx + c = 0$

Anexo 2

CUESTIONARIO DE EVALUACIÓN POST-TEST APRENDIZAJE DE ECUACIONES CUADRÁTICAS

Instrumento de Validación Académica - Enfoque de Gamificación Educativa

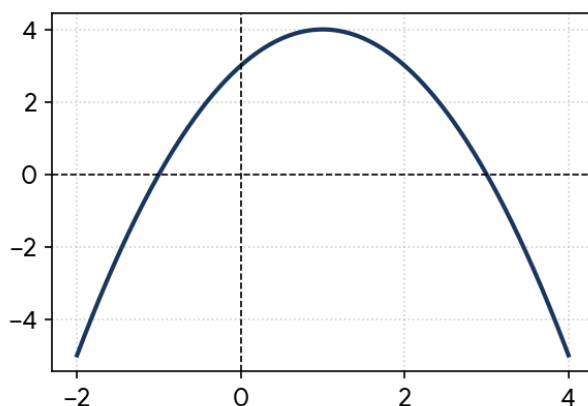
Curso: 1.º de Bachillerato General Unificado (BGU)

Objetivo: Comprobar los logros cognitivos utilizando una variante equivalente de los ítems, evitando que los resultados se vean influenciados por la memorización de las respuestas.

1. Analiza conceptualmente los elementos de la función de segundo grado. En la ecuación cuadrática expresada en su forma polinómica tradicional $ax^2 + bx + c = 0$, ¿qué condición fundamental debe cumplir el coeficiente 'a' para asegurar que la función exista como tal?

- A) $a = 0$
- B) $a \neq 0$
- C) $a > 1$
- D) a debe ser un número entero negativo.

2. Observa con atención la Gráfica A correspondiente a la función $f(x) = -x^2 + 2x + 3$. A partir de su comportamiento visual en el plano cartesiano, determina correctamente su Rango (recorrido):



- A) $R = (-\infty, 4]$
- B) $R = [4, +\infty)$
- C) $R = (-\infty, +\infty)$
- D) $R = [0, 4]$

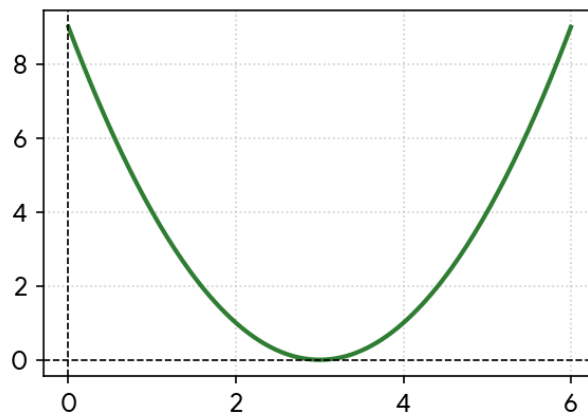
3. Haciendo uso del método algebraico apropiado (despeje directo o factorización), determina las raíces exactas de la ecuación $x^2 - 9 = 0$:

- A) $x_1 = 3$; $x_2 = -3$
- B) $x_1 = 0$; $x_2 = 9$
- C) $x = 3$ (Raíz doble)
- D) No tiene solución en el conjunto de los números reales.

4. Al realizar el análisis del discriminante ($\Delta = b^2 - 4ac$) para una ecuación cuadrática específica, se obtiene un valor exactamente igual a cero ($\Delta = 0$). ¿Qué nos indica este resultado sobre sus soluciones?

- A) La ecuación tiene dos soluciones reales y totalmente distintas.
- B) La ecuación tiene una única solución real (raíz doble o soluciones reales iguales).
- C) La ecuación no tiene soluciones reales, sus raíces son complejas.
- D) La parábola corta al eje X en dos puntos simétricos.

5. Analiza analíticamente la Gráfica B que representa a la función $f(x) = (x - 3)^2$. ¿Cuáles son las coordenadas exactas de su punto mínimo (vértice de la parábola V)?



- A) V(0, 3)
- B) V(3, 0)
- C) V(-3, 0)
- D) V(3, 3)

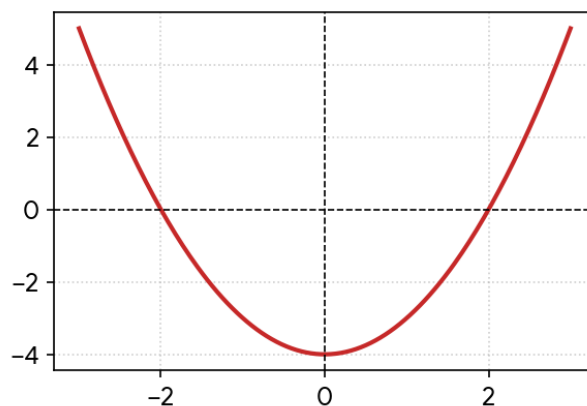
6. Calcula analíticamente el punto de intersección con el eje de las ordenadas (eje Y) para la función cuadrática $f(x) = x^2 - 9$, evaluando convenientemente la variable independiente en $x = 0$:

- A) P(0, -9)
- B) P(-9, 0)
- C) P(0, 3)
- D) P(3, -3)

7. Cuando el coeficiente principal de una función cuadrática cumple con la condición de ser positivo ($a > 0$), ¿qué propiedad geométrica describe de forma inequívoca el comportamiento de la parábola?

- A) Es cóncava hacia abajo y posee un punto máximo absoluto.
- B) Es cóncava hacia arriba y posee un punto mínimo absoluto.
- C) Se orienta horizontalmente hacia el lado positivo del eje X.
- D) Su eje de simetría se vuelve totalmente horizontal.

8. Examina minuciosamente la nueva Gráfica. Identifica visualmente los puntos donde la parábola interseca el eje de las abscisas (eje X) y selecciona los valores correspondientes para sus raíces:



- A) $x_1 = 2$; $x_2 = -2$
- B) $x_1 = 0$; $x_2 = 2$
- C) $x_1 = -4$; $x_2 = 4$
- D) $x_1 = 2$; $x_2 = 0$

9. Si analizamos la función $f(x) = -x^2$, ¿cuál es la forma geométrica característica que adopta en el plano cartesiano y hacia dónde se orienta su concavidad?

- A) Es una línea recta decreciente que pasa por el origen.
- B) Es una parábola cóncava hacia abajo con vértice en $V(0,0)$.
- C) Es una parábola cóncava hacia arriba con vértice en $V(0,-1)$.
- D) Es una curva hiperbólica simétrica en el primer cuadrante.

10. Dentro de la Guía Didáctica Interactiva basada en gamificación, cuando completas un nivel algebraico complejo y la plataforma te otorga la 'Insignia de Conquistador de Ecuaciones', ¿cuál es el objetivo pedagógico primordial buscado a nivel emocional?

- A) Promover el aislamiento del estudiante frente a sus compañeros.
- B) Reforzar la retroalimentación inmediata, activar la motivación intrínseca y consolidar la autoeficacia matemática.
- C) Reemplazar la nota numérica definitiva del periodo lectivo.
- D) Evitar que el alumno tenga que resolver ejercicios de forma autónoma.

¡Fin de la evaluación! Gracias por tu esfuerzo continuo en este entorno gamificado.

UNEMI

UNIVERSIDAD ESTATAL DE MILAGRO

¡Evolución académica!

@UNEMIEcuador

